Équations   Sect 6.1, #1 à 13   Sect 6.2, #14 à 23   Sect 6.3, #24 à 28

CH 6 L'INTERFÉRENCE DE LA LUMIÈRE

CONSTANTES UTILES

$c = 2{,}998 \times 10^8 \ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$n_{air} \approx n_{vide} = 1$

$n_{eau} = 1{,}333$

ÉQUATIONS LIÉES AU CHAPITRE :

$\boxed{N = \frac{r}{\lambda_n} = \frac{r \cdot n}{\lambda}}$ $\boxed{\Delta N = N_2 - N_1}$

$\boxed{\Delta r = r_2 - r_1}$ $\boxed{\Delta\Phi = 2\pi(N_2 - N_1) = 2\pi \cdot \Delta N}$

$$\boxed{N = \frac{nr}{\lambda} + N_{réfl} = \begin{cases} \frac{nr}{\lambda} + \frac{1}{2} & \text{(réflexion dure)} \\ \frac{nr}{\lambda} + 0 & \text{(réflexion molle)} \end{cases}}$$

$\boxed{N_2 - N_1 = m}$ $\boxed{\Delta r = d\sin\theta = m\lambda}$

$\boxed{\Delta\Phi = m \cdot 2\pi}$ $\boxed{I_0 = \frac{P}{4\pi R^2}}$

$\boxed{\frac{\Delta\Phi}{2\pi\ \text{rad}} = \frac{\Delta r}{\lambda}}$ $\boxed{I = 4I_0\cos^2\left(\frac{\Delta\Phi}{2}\right)}$

$\boxed{\Delta m = N_{1f} - N_{1i} = \frac{2d}{\lambda}}$ $\boxed{\Delta m = N_{2f} - N_{2i} = \frac{2l(n-1)}{\lambda}}$

À moins d'indication contraire, considérer pour l'air un indice de réfraction identique à celui du vide.

6.1 CONDITIONS D'INTERFÉRENCE ET EXPÉRIENCE DE YOUNG

6.1 Exercice : Longueur d'eau   solution ▶

Combien de cycles effectue un rayon lumineux parcourant une distance de 1,00 cm dans l'eau, pour :

a) le rouge (λ = 680 nm);
b) le violet (λ = 405 nm).

6.2 Exercice : Déphasage   solution ▶

Deux rayons de lumière bleue (λ = 460 nm) traversent deux lames de même épaisseur (L = 1,00 mm) et de matériaux différents. L'une est en verre (n = 1,4250), et l'autre en quartz (n = 1,4585). Quel est le déphasage entre les deux rayons qui émergent des lames, en fonction de la longueur d'onde?

6.3 Exercice : Épaisseur minimale   solution ▶

Deux pellicules d'épaisseur L ont des indices de réfraction respectifs de n_1 = 1,57 et n_2 = 1,62 et sont traversés par des rayons verts (λ = 550 nm) étant en phase au moment de l'entrée dans le matériau. Quelle est l'épaisseur minimale des pellicules faisant en sorte que les rayons sont en phase en émergeant des pellicules?

6.4 Exercice : La moitié   solution ▶

Un rayon de longueur d'onde λ = 580 nm parcourt une distance totale de 5,00 mm dans un système de deux matériaux en contact, avec n_1 = 1,57 et n_2 = 1,62. Quelle est l'épaisseur du premier matériau, L_1, telle que la moitié des cycles parcourus se font dans ce matériau?

6.5 Question : Vrai ou Faux   solution ▶

a) En parcourant une même distance dans un même matériau, un rayon lumineux de fréquence plus faible parcourra plus de cycles.
b) Deux rayons de même longueur d'onde et en phase entrent simultanément dans deux blocs transparents de matériaux différents et de dimensions différentes. Si les deux rayons émergent en même temps des deux blocs, ils seront également en phase.

6.6 Exercice : Distance entre les fentes   solution ▶

De quelle distance deux fentes devraient-elles être séparées pour que de la lumière rouge à 654 nm produise un maximum d'interférence d'ordre 4 à un angle de 4,23° à partir de l'axe du montage?

6.7 Exercice : Longueur d'onde mystère   solution ▶

Un faisceau issu d'un laser traverse une paire de fentes séparées de 0,200 mm et un écran se trouve 4,50 m derrière les fentes. On observe que le maximum central et le premier maximum d'interférence voisin du centre sont séparés par un angle de 0,165° depuis les fentes. Quelle est la longueur d'onde du laser utilisé?

6.8 Exercice : Différence de marche   solution ▶

Dans l'expérience de Young, deux fentes distantes de 0,250 mm se trouvent à 2,15 m de l'écran et sont éclairées en lumière verte (λ = 540 nm). Quelle est la différence de marche observée entre les rayons pour un point situé :

a) au centre de l'écran?
b) à 1,50 cm du centre de l'écran?

6.9 Exercice : Longueur d'onde du laser   solution ▶

On éclaire deux fentes distantes de 0,400 mm avec de la lumière d'une longueur d'onde de 600 nm. Un écran se trouve 3,50 m au-delà des fentes. À quelle distance du centre trouvera-t-on :

a) le premier maximum d'intensité?
b) le maximum d'ordre 5?
c) le minimum d'intensité d'ordre 3½?
d) le 2e minimum d'intensité en s'éloignant du centre?

6.10 Question : Interférence dans l'eau   solution ▶

On réalise l'expérience de Young et on mesure les dimensions de la figure d'interférence. Ensuite, on place le montage dans l'eau en conservant toutes les caractéristiques du montage. Quel effet cela aura-t-il sur les dimensions du patron d'interférence?

6.11 Exercice : Distance entre bleu et rouge   solution ▶

Deux fentes distantes de 0,150 mm sont éclairées avec deux types de lumière : rouge, λ_r = 640 nm et bleu, λ_b = 430 nm. Sur un écran situé à 2,80 m des fentes, quelle sera la distance entre les maximums d'ordre 3 des deux types de lumière?

6.12 Exercice : Irradiance variable   solution ▶

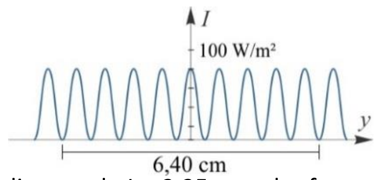
Deux fentes éclairées en lumière verte (λ = 540 nm) laissent chacune passer une puissance lumineuse de 0,220 W. Les fentes sont distantes de $3{,}00 \times 10^{-4}$ m et se trouvent à 3,45 m de l'écran.

a) Quelle est l'irradiance au centre de la figure d'interférence si l'interférence se produit?
b) Quel est le déphasage dans les lumière des deux fentes en un point situé à 1,00 mm du centre de la figure?
c) Quelle est l'irradiance à 1,00 mm du centre?

6.1 - a) $N = 1{,}96 \times 10^4$ — b) $N = 3{,}29 \times 10^4$ — **6.2** - $\Delta N = 72{,}8$ — **6.3** - $L = 1{,}10 \times 10^{-5}$ m — **6.4** - L_1 =2,54 mm — **6.5** - a) Faux — b) Vrai — **6.6** - d = 0,0355 mm
6.7 - λ = 576 nm — **6.8** - a) $\Delta r = 0$ — b) $\Delta r = 1{,}74 \times 10^{-6}$ m — **6.9** - a) y = 5,25 mm — b) y = 26,3 mm — c) y = 18,4 mm — d) y = 7,88 mm
6.10 - Figure d'interférence réduite — **6.11** - Δy = 1,18 cm — **6.12** - a) $I_{centre} = 5{,}88 \times 10^{-3}$ W/m² — b) $\Delta\Phi$ = 1,01 rad — c) $I = 4{,}50 \times 10^{-3}$ W/m²

6.13 Exercice : Figure d'interférence solution ►

Sur un écran devant deux fentes éclairées par un laser, on observe une figure d'interférence dont la courbe d'irradiance est la suivante :



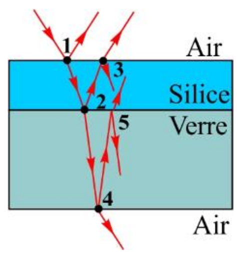
Les fentes et l'écran sont distants de L = 2,25 m, et les fentes sont distantes de 0,500 mm.

a) Quelle est la longueur d'onde utilisée?
b) Quelle irradiance atteindrait encore le centre de la figure si on cachait une fente?

6.2 LES PELLICULES MINCES

6.14 Question : Réflexions dures solution ►

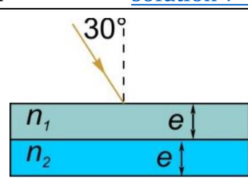
Un rayon se déplaçant dans l'air tombe sur une pellicule de silice (n = 1,46) déposée sur du verre Schott (n = 1,54), et les réflexions partielles génèrent plusieurs rayons distincts (voir figure ci-contre).



Déterminez quelles réflexions sont dure parmi les quatre réflexions identifiées.

6.15 Exercice : Traversée du rayon solution ►

Deux couches très minces de matériaux différents sont collées l'une sur l'autre. Un rayon lumineux frappe l'une de ces couches avec un angle d'incidence de 30,0° et traverse les deux couches. On sait que n_1 = 1,35, n_2 = 1,50 et e = 45,0 µm. Si la longueur d'onde du rayon lumineux est de 570 nm :



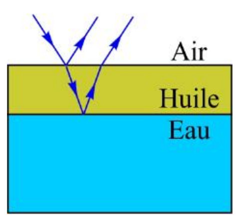
a) Combien de cycles le rayon effectuera-t-il en <u>traversant</u> (sans réflexion) la couche supérieure?
b) Combien de cycles le rayon effectuera-t-il en traversant la couche inférieure?

6.16 Exercice : Longueur d'eau II solution ►

Quelle longueur un rayon de 480 nm de longueur d'onde doit-il parcourir dans l'eau pour effectuer un million de cycles?

6.17 Exercice : Déphasage II solution ►

De la lumière de 500 nm de longueur d'onde frappe perpendiculairement une pellicule d'huile (n = 1,29) d'épaisseur uniforme e = 25,0 µm sur l'eau.



a) Quel type de réflexion subit le rayon réfléchissant sur l'huile?
b) Quel type de réflexion subit le rayon réfléchissant sur l'eau?
c) Quel est le déphasage en radians entre les rayons réfléchis dans l'air?
d) Quel type d'interférence observe-t-on pour la longueur d'onde utilisée?

6.18 Exercice : Antireflet solution ►

Une fine couche de fluorure de lithium (n = 1,36) sert de couche de traitement antireflet pour une paire de lunettes. L'épaisseur de cette couche est de 101 nm, et l'indice de réfraction du verre est de 1,58. On éclaire perpendiculairement la surface du verre avec des rayons lumineux violet (λ = 400 nm), vert (λ = 550 nm) et rouge (λ = 680 nm). Déterminez le déphasage exprimé en fonction de la longueur d'onde entre les rayons réfléchis sur chacune des faces de la couche mince :

a) pour la lumière violette;
b) pour la lumière verte;
c) pour la lumière rouge.

6.19 Exercice : Longueur d'ondes solution ►

Une mince couche de MgF_2 (n = 1,38) de 270 nm est fixée sur du verre (n = 1,43) qu'on éclaire perpendiculairement avec toutes les longueurs d'onde.

a) Quelles sont les longueurs d'onde amplifiées au maximum aux trois premiers ordres?
b) Quelles sont les longueurs d'onde atténuées entièrement aux trois premiers ordres?

6.20 Exercice : Matériau inconnu solution ►

Une pellicule très mince d'un nouveau matériau est produite avec une épaisseur de 800 nm. Entourée d'air, lorsqu'elle est éclairée avec de la lumière blanche, la lumière réfléchie ayant une longueur d'onde de 626 nm est amplifiée au 3e ordre.

a) Quel est l'indice de réfraction de ce matériau?
b) À quel ordre d'interférence est amplifiée la lumière à 487 nm?

6.21 Exercice : Amplification / atténuation solution ►

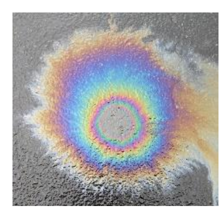
Une fine couche d'huile sur l'eau a une épaisseur uniforme de 0,710 µm et un indice de réfraction de 1,42, et est éclairée perpendiculairement en lumière blanche. Parmi les longueurs d'onde visibles (400 nm à 700 nm) :

a) lesquelles sont amplifiées?
b) lesquelles sont atténuées?

6.22 Exercice : Bulle de savon solution ►

La paroi d'une bulle d'eau savonneuse (n = 1,333) est entourée d'air. La pellicule de la bulle est éclairée par une lumière blanche. La lumière réfléchie présente de l'interférence constructive pour λ = 640 nm et de l'interférence destructive pour λ = 480 nm. L'interférence est intermédiaire pour les autres longueurs d'onde visibles. Quelle est l'épaisseur de la couche savonneuse?

6.23 Question : Arc-en-ciel d'huile solution ►



Sur l'asphalte mouillé d'un stationnement, vous apercevez des franges de couleur formant à peu près des cercles concentriques, dues à une fine couche d'huile à moteur étalée sur l'eau qui mouille le sol. Qu'est-ce que la forme de ces franges colorées (circulaires) vous apprend-t-elle sur la couche d'huile?

6.3 L'INTERFÉROMÈTRE DE MICHELSON

6.24 Exercice : Combien de cycle solution ►

Combien d'oscillations du champ électrique un rayon lumineux de 550 nm de longueur d'onde effectuera-t-il dans les bras d'un interféromètre mesurant respectivement :

a) 8,25 cm
b) 1,00 cm

6.13- a) λ = 1580 nm — b) I_0 = 20,0 W/m² — **6.14**- #1 et #2 — **6.15**- a) N_1 = 115 — b) N_2 = 126 — **6.16**- L = 0,360 m
6.17- a) Réf. Dure — b) Réf. Dure — c) $\Delta\Phi$ = 258π rad — d) Int. Constructive — **6.18**- a) ΔN_{violet} = 0,687 — b) ΔN_{vert} = 0,499 — c) ΔN_{rouge} = 0,404
6.19- a) 745 nm, 373 nm et 248 nm — b) 1490 nm, 497 nm et 298 nm — **6.20**- a) n = 1,37 — b) m = 4
6.21- a) 576 nm et 448 nm — b) 672 nm, 504 nm et 403 nm — **6.22**- e = 360 nm — **6.23**- Voir Solution — **6.24**- a) N = 3,00×10⁵ — b) N = 3,64×10⁴

6.25 Exercice : Le bras long solution ►

Dans un interféromètre, quelle longueur supplémentaire l'un des bras doit-il avoir pour que l'un des rayons effectue 1 000 cycles de plus que l'autre si la longueur d'onde est de 632 nm?

6.26 Question : Clair ou sombre solution ►

Dans un interféromètre de Michelson utilisé avec une lumière de λ = 650 nm, le centre de la figure d'interférence est une frange claire. De quelle distance faudrait-il rallonger l'un des bras (déplacer le miroir), au minimum, pour y trouver une frange sombre?

6.27 Exercice : Défilement de franges solution ►

On insère sur le parcours de l'un des rayons d'un interféromètre de Michelson une lame de verre dont l'indice de réfaction est 1,45 et l'épaisseur est de 0,080 0 mm. Combien de franges défileront sur l'écran durant l'insertion de cette lame, avec une longueur d'onde de 589 nm?

6.28 Exercice : Chambre à gaz solution ►

Dans l'un des bras de 21,0 cm d'un interféromètre de Michelson, on remplace graduellement l'air par un gaz dont l'indice de réfraction est de 1,000 51, et on observe un défilement de 500 franges sur l'écran. Quelle est la longueur d'onde utilisée avec cet interféromètre?

6.25- ΔL = 0,316 mm — **6.26**- d = 163 nm — **6.27**- Δm = 122 — **6.28**- λ = 428 nm

---

CH 6 L'INTERFÉRENCE DE LA LUMIÈRE

6.1 CONDITION D'INTERFÉRENCE ET EXPÉRIENCE DE YOUNG

6.1 Solution : Longueur d'eau retour à la question ▲

Le nombre le cycles accomplis par une onde sur une distance r d'un milieu d'indice n est donné par :

$$N = \frac{L}{\lambda_n} = \frac{Ln}{\lambda}$$

a) N = 1,96×10^4

Pour le rouge :

$$N = \frac{Ln}{\lambda_{rouge}} = \frac{0{,}010\,0\ \text{m}\times 1{,}333}{680\times 10^{-9}\ \text{m}} = \mathbf{1{,}96 \times 10^4}$$

b) N = 3,29×10^4

Pour le violet :

$$N = \frac{Ln}{\lambda_{violet}} = \frac{0{,}010\,0\ \text{m}\times 1{,}333}{405\times 10^{-9}\ \text{m}} = \mathbf{3{,}29 \times 10^4}$$

retour à la question ▲

6.2 Solution : Déphasage retour à la question ▲

ΔN = 72,8

Le déphasage, en fonction de la longueur d'onde, est donnée par la différence du nombre de cycles effectués par chaque rayon dans les deux milieux :

$$\Delta N = N_2 - N_1 \qquad \text{avec} \qquad N = \frac{L}{\lambda_n} = \frac{L}{\left(\frac{\lambda}{n}\right)} = \frac{Ln}{\lambda}$$

Si on désigne le verre par milieu #1 et le quartz par milieu #2, le déphasage peut s'exprimer par :

$$\Delta N = \left(\frac{Ln_2}{\lambda}\right) - \left(\frac{Ln_1}{\lambda}\right) = \frac{L}{\lambda}(n_2 - n_1) = \frac{1{,}00\times 10^{-3}\ \text{m}}{460\times 10^{-9}\ \text{m}} \times (1{,}458\,5 - 1{,}425\,0) = \mathbf{72{,}8}$$

retour à la question ▲

6.3 Solution : Épaisseur minimale

retour à la question ▲

L = 1,10×10^{-5} m

Les deux rayons se déplaçant dans des milieux d'indice différents, un déphasage apparaît dès qu'ils commencent à parcourir les pellicules. Pour que les rayons sortent en phase, il faut que l'un ait effectué un nombre entier de cycles de plus que l'autre. L'épaisseur minimale qui remplit cette condition est telle que l'un des rayons aura effectué un seul cycle de plus que l'autre.

$$|\Delta N| = 1$$

Le rayon qui effectuera le plus de cycle, pour une même distance L, est celui pour lequel la longueur d'onde (dans le milieu) est la plus petite. Puisque les deux rayons utilisés ont la même longueur d'onde dans le vide, c'est le milieu à l'indice le plus élevé qui portera la longueur d'onde la plus faible. Puisque $n_2 > n_1$:

$$\lambda_2 < \lambda_1 \quad \Rightarrow \quad \frac{\lambda}{n_2} < \frac{\lambda}{n_1}$$

Ainsi, on veut que le nombre de cycles dans le milieu à l'indice de plus élevé (le quartz avec n_2) soit d'un cycle plus élevé que le nombre de cycle du rayon dans le milieu à l'indice le plus faible.

$$\Delta N = N_2 - N_1 = 1 \qquad \text{avec } N = \frac{L}{\lambda_n} = \frac{Ln}{\lambda}$$

En exprimant les nombres de cycles en fonction de la distance L, de la longueur d'onde et de l'indice de réfraction, on a :

$$\Delta N = \left(\frac{Ln_2}{\lambda}\right) - \left(\frac{Ln_1}{\lambda}\right) = 1$$

$$\left(\frac{L}{\lambda}\right) \times (n_2 - n_1) = 1$$

$$L = \frac{\lambda}{n_2 - n_1} = \frac{550\times10^{-9}\ \text{m}}{1{,}62 - 1{,}57} = \mathbf{1{,}10 \times 10^{-5}\ m}$$

retour à la question ▲

6.4 Solution : La moitié

retour à la question ▲

L_1 = 2,54 mm

On cherche l'épaisseur de la première partie L_1 de la distance parcourue, telle que :

$$L_1 + L_2 = 5{,}00\ \text{mm} \tag{1}$$

On veut que le nombre de cycles effectué dans chaque portion soit identique, c'est-à-dire que

$$N_1 = N_2, \qquad \text{avec} \qquad N_1 = \frac{L_1 n_1}{\lambda} \qquad \text{et} \qquad N_2 = \frac{L_2 n_2}{\lambda}$$

On peut réunir ces deux expressions de N et obtenir un système de deux équations et deux inconnues, avec l'équation (1) :

$$\frac{L_1 n_1}{\lambda} = \frac{L_2 n_2}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad L_1 n_1 = L_2 n_2 \tag{2}$$

Isolons L_2 dans cette équation (2) pour découvrir d'abord L_1 que l'on recherche :

$$L_2 = \frac{L_1 n_1}{n_2}$$

L_2 remplacé dans l'équation (1) :

$$L_1 + \frac{L_1 n_1}{n_2} = 5{,}00\ \text{mm}$$

$$L_1 = \frac{5{,}00\ \text{mm}}{\left(1 + \frac{n_1}{n_2}\right)} = \frac{5{,}00\ \text{mm}}{\left(1 + \frac{1{,}57}{1{,}62}\right)} = \mathbf{2{,}54\ mm}$$

retour à la question ▲

retour à la question ▲

6.5 Solution : Vrai ou Faux retour à la question ▲

a) Faux

Une fréquence plus faible correspond à une longueur d'onde plus élevée, car $c = \lambda f$.

Une longueur d'onde plus grande implique pour une même distance L une quantité de cycles plus faible, car $N = \frac{Ln}{\lambda}$.

On peut unir les deux équations citées pour trouver la relation entre N et f :

$$N = \frac{Ln}{\lambda} \quad = \quad \frac{Ln}{c/_f} \quad = \quad \frac{Ln}{c} \times f$$

Ainsi, une fréquence plus faible induit un nombre de cycles plus faible, et l'affirmation de l'énoncé est donc fausse.

b) Vrai

Indépendamment des propriétés et dimensions du matériau parcouru, le nombre de cycles par unité de temps pour un rayon, peu importe le milieu, est défini par la fréquence, qui est une propriété constante pour un rayon lumineux.

Puisque dans les deux cas la longueur d'onde nominale (valeur dans le vide) est la même, leurs fréquences sont identiques, et les rayons effectuent le même nombre de cycles pour un même intervalle de temps. Puisque les rayons émergent en même temps et ont passé la même durée à l'intérieur du matériau, ils ont nécessairement effectué le même nombre de cycles, et le déphasage entre eux est nul. S'ils sont entrés en phase dans le bloc, ils en émergent en phase, et l'affirmation est vraie.

On peut démontrer en équation la véracité de l'affirmation :

Le nombre de cycles d'une onde dans un milieu dépend de la distance parcourue L, de l'indice de réfraction du milieu n et de la longueur d'onde impliquée, λ :

$$N = \frac{Ln}{\lambda}$$

Dans le cas actuel, on ignore la distance L et l'indice n. Tentons d'exprimer la longueur d'onde en fonction d'autres grandeurs, dont le temps de parcours, pour faire un lien avec la distance et l'indice. La longueur d'onde nominale λ est égale à c/f, car $c = \lambda f$, donc :

$$N = \frac{Ln}{c/_f} \quad = \quad \frac{Lnf}{c}$$

Le temps passé dans le bloc aux propriétés inconnues et lié à la longueur parcourue L et à la vitesse de parcours $v = c/n$ par

$$\frac{c}{n} = v \quad = \quad \frac{d}{\Delta t} \quad = \quad \frac{L}{\Delta t} \qquad \Rightarrow \qquad \Delta t = \frac{Ln}{c}$$

d'où :

$$N = \frac{Ln}{c} f \quad = \quad \Delta t \cdot f$$

On constate avec la dernière expression que pour une même durée de parcours dans un matériau, le nombre de cycles effectués pour deux rayons de même fréquence ne dépend pas de la distance parcourue ni de l'indice de réfraction du milieu. Les deux rayons effectueront donc le même nombre de cycles.

retour à la question ▲

6.6 Solution : Distance entre les fentes retour à la question ▲

d = 0,035 5 mm

On cherche la distance d entre les deux fentes telle que l'angle θ du maximum d'intensité d'ordre 4 est de 4,23° pour la longueur d'onde de 654 nm. L'équation mettant en relation ces paramètres est :

$$d \sin\theta = m\lambda$$

En isolant la distance d on obtient :

$$d = \frac{m\lambda}{\sin\theta} \quad = \quad \frac{4 \times (654 \times 10^{-9}\ \text{m})}{\sin 4{,}23°} \quad = \quad 3{,}55 \times 10^{-5}\ \text{m} \quad = \quad 0{,}035\ 5\ \text{mm}$$

retour à la question ▲

retour à la question ▲

6.7 Solution : Longueur d'onde mystère retour à la question ▲

λ = 576 nm

L'angle entre le maximum central et le premier maximum d'interférence voisin est ni plus ni moins que la position angulaire du maximum voisin, celui d'ordre 1, car le maximum central se trouve à θ = 0°. On cherche donc la longueur d'onde pour laquelle le maximum d'intensité d'ordre 1, soit m = 1, se trouve à θ = 1,65° :

$$d \sin\theta = m\lambda$$

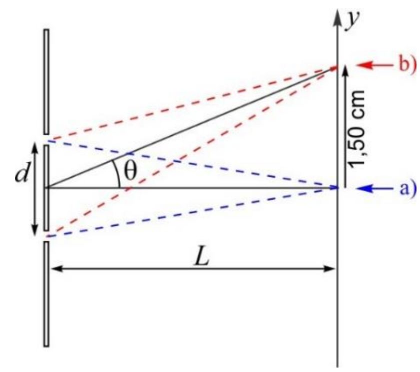
$$\lambda = \frac{d\sin\theta}{m} \quad = \quad \frac{0{,}200\times10^{-3}\ \mathrm{m}\times\sin 0{,}165°}{1} \quad = \quad \mathbf{576\ mm}$$

retour à la question ▲

6.8 Solution : Différence de marche retour à la question ▲

La différence de marche est donnée, pour un cas comme ici où $d \ll L$, par $\Delta r = d\sin\theta$, avec un angle θ défini par $\tan\theta = y/L$. Ainsi, on trouve :

$$\Delta r = d\sin\theta \quad = \quad d\sin\left(\tan^{-1}\left(\frac{y}{L}\right)\right)$$



Puisque $L \gg y$ pour les deux endroits étudiés, on sait que $\sin\theta \approx \tan\theta \approx \theta_{rad}$, d'où :

$$\Delta r \approx d\frac{y}{L}$$

On observe par ailleurs que la différence de marche ne dépend pas de la longueur d'onde pourtant fournie. La différence de marche n'est liée qu'à la géométrie du montage. (Voir figure ci-contre.)

a) Δr = 0

Au centre de l'écran, la distance y est nulle. Ainsi, la différence de marche est nulle car :

$$\Delta r \approx d\frac{y}{L} \quad = \quad 0{,}250\times10^{-3}\ \mathrm{m}\times\frac{0}{2{,}15\ \mathrm{m}} \quad = \quad \mathbf{0}$$

On pouvait l'affirmer sans calcul, en raison de la symétrie : les rayons bleus (voir figure) sont évidemment de même longueur.

b) Δr = 1,74×10^{-6} m

À y = 1,50 cm du centre, la différence de marche est :

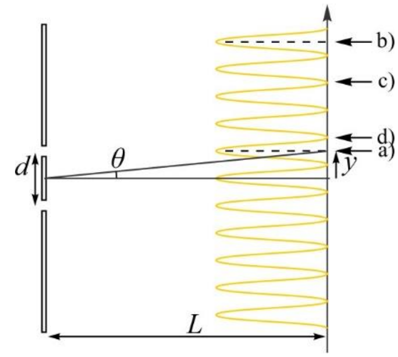
$$\Delta r \approx d\frac{y}{L} \quad = \quad 0{,}250\times10^{-3}\ \mathrm{m}\times\frac{0{,}015\,0\ \mathrm{m}}{2{,}15\ \mathrm{m}} \quad = \quad \mathbf{1,74\times^{-6}\ m}$$

retour à la question ▲

retour à la question ▲

6.9 Solution : Longueur d'onde du laser retour à la question ▲

On cherche la distance y depuis le centre pour différents points de la figure d'interférence. Cette hauteur est liée à la distance de l'écran L et à l'angle représenté par cette hauteur par $\tan\theta = y/L$.



Si $L \gg y$ pour les endroits à trouver (ce qu'on pourra confirmer après avoir trouvé les positions) on pourra appliquer l'approximation $\tan\theta \approx \theta_{rad}$ pour considérer que :

$$\tan\theta = \frac{y}{L} \quad \approx \quad \theta_{rad}$$

L'angle θ est lié à la distance entre les fentes et à l'ordre d'interférence observé, par $d\sin\theta = m\lambda$. Encore, l'approximation des petits angles, si applicable, entraîne $d\theta_{rad} \approx m\lambda$, d'où :

$$d\frac{y}{L} = m\lambda \qquad \Rightarrow \qquad y = \frac{m\lambda L}{d}$$

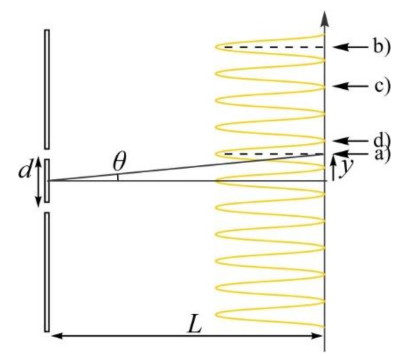
(Il s'avèrera dans les quatre cas que la distance y est toujours largement inférieure à L, ce qui confirme que l'approximation de l'angle est acceptable.)

a) y = 5,25 mm

Le premier maximum d'intensité en s'éloignant du centre est le maximum d'ordre m = 1. Sa position y est :

$$y = \frac{m\lambda L}{d} = \frac{1\times(600\times10^{-9}\ \text{m})\times 3{,}50\ \text{m}}{(0{,}400\times10^{-3}\ \text{m})} = \mathbf{5{,}25\ mm}$$

b) y = 26,3 mm



Le maximum d'intensité d'ordre 5 signifie m = 5. Sa position y est :

$$y = \frac{m\lambda L}{d} = \frac{5\times(600\times10^{-9}\ \text{m})\times 3{,}50\ \text{m}}{(0{,}400\times10^{-3}\ \text{m})} = \mathbf{26{,}3\ mm}$$

c) y = 18,4 mm

Le minimum d'intensité d'ordre 3½ signifie m = 3½. Sa position y est :

$$y = \frac{m\lambda L}{d} = \frac{(3\tfrac{1}{2})\times(600\times10^{-9}\ \text{m})\times 3{,}50\ \text{m}}{(0{,}400\times10^{-3}\ \text{m})} = \mathbf{18{,}4\ mm}$$

d) y = 7,88 mm

Le 2^{e} minimum d'intensité rencontré à partir du centre est celui d'ordre m = 1½. Sa position y est :

$$y = \frac{m\lambda L}{d} = \frac{(1\tfrac{1}{2})\times(600\times10^{-9}\ \text{m})\times 3{,}50\ \text{m}}{(0{,}400\times10^{-3}\ \text{m})} = \mathbf{7{,}88\ mm}$$

retour à la question ▲

6.10 Solution : Interférence dans l'eau retour à la question ▲

Réduction de la figure d'interférence

On conserve toutes les dimensions du montage, donc dans l'équation $d\sin\theta = m\lambda$, on doit se demander si l'angle θ changera pour un certain ordre d'interférence si le montage est plongé dans l'eau. La distance entre les fentes est évidemment invariable, mais la longueur d'onde, elle, dépend du milieu dans lequel la lumière se déplace. Si on remplace l'air dans le montage par de l'eau, l'indice de réfraction plus élevé réduira la longueur d'onde car $\lambda_n = \lambda/n$.

Pour un certain ordre d'interférence m et une distance d constante, la diminution de λ entraîne une diminution de « $\sin\theta$ ». Finalement, l'angle θ diminue avec « $\sin\theta$ », et on constate qu'en plongeant le montage dans l'eau, les dimensions de la figure d'interférence diminueront. Chaque maximum et minimum d'intensité se rapprochera du centre de la figure.

retour à la question ▲

retour à la question ▲

6.11 Solution : Distance entre bleu et rouge retour à la question ▲

Δy = 1,18 cm

Pour calculer la distance entre les maximums d'ordre 3 des deux longueurs d'onde utilisées, on doit calculer distinctement les positions de ces deux maximums.

La position y d'un maximum sur l'écran est liée à la distance de l'écran et à l'angle depuis les fentes par

$$\tan\theta = \frac{y}{L} \approx \theta_{rad} \quad \rightarrow \quad y = L\theta_{rad} \tag{1}$$

En lumière visible, on sait que l'angle sera faible pour les quelques premiers maximums et qu'alors l'approximation est valide.

L'angle, depuis les fentes, dépend de la distance entre les fentes, la longueur d'onde et l'ordre du maximum étudié (l'approximation est valide pour les mêmes raisons) :

$$d\sin\theta = m\lambda \approx d\theta_{rad} \tag{2}$$

L'union des équations (1) et (2) admet :

$$y = L\theta_{rad} = \frac{Lm\lambda}{d}$$

On peut maintenant exprimer la distance (différence de positions) entre les maximums des deux couleurs (sans égard au signe de cette différence) :

$$\Delta y = |y_b - y_r| = \left|\frac{Lm\lambda_b}{d} - \frac{Lm\lambda_r}{d}\right| = \left|\frac{Lm}{d}(\lambda_b - \lambda_r)\right|$$

$$\Delta y = \frac{2{,}80\ \text{m} \times 3}{(0{,}150 \times 10^{-3}\ \text{m})} \times (430\ \text{nm} - 640\ \text{nm}) = 1{,}18 \times 10^{7}\ \text{nm} = \mathbf{1{,}18\ cm}$$

retour à la question ▲

6.12 Solution : Irradiance variable retour à la question ▲

a) I_{centre} = 5,88×10^{-3} W/m²

L'irradiance I en un point de la figure d'interférence est :

$$I = 4I_0 \cos^2\left(\frac{\Delta\Phi}{2}\right).$$

On nous dit que la puissance de chaque source est de 0,220 W, et alors, l'irradiance I_0 reçue à la distance de l'écran L, par une seule des deux fentes, est définie par :

$$I_0 = \frac{P}{4\pi L^2}$$

Remarque : les deux chemins de longueur r sont très semblables à L en raison de l'angle infime engendré par la distance d et la distance L.

L'irradiance, au centre de la figure où le déphasage $\Delta\Phi$ est nul, est :

$$I = 4I_0 \cos^2\left(\frac{\Delta\Phi}{2}\right) \quad = \quad 4\left(\frac{P}{4\pi L^2}\right)\cdot\cos^2\left(\frac{\Delta\Phi}{2}\right) \quad = \quad 4\left(\frac{0{,}220\text{ W}}{4\pi\cdot(3{,}45\text{ m})^2}\right)\cdot\cos^2\left(\frac{0}{2}\right) \quad = \quad \mathbf{5{,}88\times 10^{-3}\ \frac{W}{m^2}}$$

b) $\Delta\Phi$ = 1,01 rad

À 1,00 mm du centre, le déphasage peut se calculer à partir de la différence de marche via l'équation

$$\frac{\Delta\Phi}{2\pi\text{ rad}} = \frac{\Delta r}{\lambda}.$$

On doit donc déterminer la différence de marche pour ce point à 1,00 mm du centre. À 1,00 mm du centre, pour un écran à 3,45 m des fentes, l'approximation des petits angles est applicable, donc :

$$\tan\theta = \frac{y}{L} \quad \approx \quad \theta_{rad}$$

et

$$\Delta L = d\sin\theta \quad \approx \quad d\theta_{rad} \qquad \Rightarrow \qquad \Delta L = d\frac{y}{L}$$

L'équation du déphasage permettant un calcul est donc :

$$\frac{\Delta\Phi}{2\pi\text{ rad}} = \frac{\Delta L}{\lambda} \quad = \quad \frac{\left(d\frac{y}{L}\right)}{\lambda}$$

$$\Delta\Phi = \frac{dy\cdot 2\pi}{\lambda L} \quad = \quad \frac{(3{,}00\times10^{-4}\text{ m})\times(1{,}00\times10^{-3}\text{ m})\times 2\pi\text{ rad}}{(540\times10^{-9}\text{ m})\times 3{,}45\text{ m}} \quad = \quad \mathbf{1{,}01\ rad}$$

c) I = 4,50×10^{-3} W/m²

L'irradiance, en fonction du déphasage trouvé et pour un point éclairé par deux fentes produisant chacune une irradiance « $P/4\pi L^2$ » peut être trouvé. En n'oubliant pas que le déphasage ΔΦ est une valeur en radians (pour la calculatrice) :

$$I = 4I_0 \cos^2\left(\frac{\Delta\Phi}{2}\right) \quad = \quad 4\left(\frac{P}{4\pi L^2}\right)\cdot\cos^2\left(\frac{\Delta\Phi}{2}\right) \quad = \quad 4\left(\frac{0{,}220\text{ W}}{4\pi\cdot(3{,}45\text{ m})^2}\right)\cdot\cos^2\left(\frac{1{,}01\text{ rad}}{2}\right) \quad = \quad \mathbf{4{,}50\times 10^{-3}\ \frac{W}{m^2}}$$

Remarque : à nouveau dans ce calcul, les deux chemins de longueur r sont très semblables à L en raison de l'angle infime engendré par la position y et la distance L.

retour à la question ▲

retour à la question ▲

6.13 Solution : Figure d'interférence retour à la question ▲

a) λ = 1580 nm

Sur la figure, on observe que l'irradiance au centre de la figure est 80,0 W/m², et que la distance de 6,40 cm sépare les minimums d'ordre m = 4½ de part et d'autre du centre (le 5e minimum à partir du centre est le minimum d'ordre 4½). La distance utile pour les équations est celle entre un minimum et le centre, donc 3,20 cm pour un minimum d'ordre 4½. Les équations liant cette distance à la longueur d'onde recherchée sont :

$$\tan\theta = \frac{y}{L} \quad \approx \quad \theta_{rad}$$

$$d\sin\theta = m\lambda \quad \approx \quad d\theta_{rad}$$

Réunies, ces équations permettent d'établir une équation de la longueur d'onde en fonction des dimensions de la figure pour le minimum d'ordre m = 4 ½ :

$$m\lambda = d\frac{y}{L}$$

$$\lambda = \frac{dy}{Lm} \quad = \quad \frac{(0{,}500\times10^{-3}\ \mathrm{m})\times 0{,}032\,0\ \mathrm{m}}{2{,}25\ \mathrm{m}\times\left(4\frac{1}{2}\right)} \quad = \quad (1{,}58\times10^{-6}\ \mathrm{m}) \quad = \quad \mathbf{1\,580\ nm}$$

La longueur d'onde recherchée est de 1580 nm, longueur d'onde appartenant au domaine infrarouge.

b) I_0 = 20,0 W/m²

L'irradiance atteignant le centre de la figure est 80,0 W/m². Au centre, l'irradiance est maximale et correspond à $4I_0$, car

$$I = 4I_0\cos^2\left(\frac{\Delta\Phi}{2}\right) \quad = \quad \mathbf{80{,}0\ \frac{W}{m^2}}$$

L'irradiance provenant d'une seule source est l'irradiance I_0 de l'équation qui précède, dans la mesure où le déphasage $\Delta\Phi$ est nul. Donc :

$$I_0 = \frac{80{,}0\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}}{4\cos^2\left(\frac{\Delta\Phi}{2}\right)} \quad = \quad \frac{80{,}0\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}}{4\cos^2\left(\frac{0}{2}\right)} \quad = \quad \mathbf{20{,}0\ \frac{W}{m^2}}$$

retour à la question ▲

6.2 LES PELLICULES MINCES

6.14 Solution : Réflexions dures retour à la question ▲

Les réflexions #1 et #2 sont dures.

La réflexion #1 implique un rayon qui se déplace dans l'air (n = 1) qui frappe la silice (n = 1,46). Un rayon frappant un matériau plus réfringent subit une réflexion dure.

La réflexion #2 implique un rayon qui se déplace dans la silice (n = 1,46) qui frappe le verre (n = 1,54). Un rayon frappant un matériau plus réfringent subit une réflexion dure.

La réflexion #3 implique un rayon qui se déplace dans la silice (n = 1,46) qui frappe l'air (n = 1). Un rayon frappant un matériau moins réfringent subit une réflexion molle.

La réflexion #4 implique un rayon qui se déplace dans le verre (n = 1,54) qui frappe l'air (n = 1). Un rayon frappant un matériau moins réfringent subit une réflexion molle.

La réflexion #5 implique un rayon qui se déplace dans le verre (n = 1,54) qui frappe la silice (n = 1,46). Un rayon frappant un matériau moins réfringent subit une réflexion molle.

retour à la question ▲

retour à la question ▲

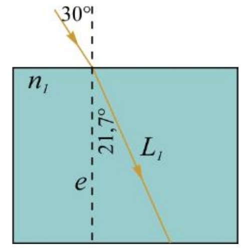
retour à la question ▲

6.15 Solution : Traversée du rayon retour à la question ▲

a) N_1 = 115

Pour chacune des deux couches, on doit d'abord évaluer la distance parcourue dans le matériau, ce qui nécessite d'abord de connaître l'angle avec lequel le rayon traverse ces couches.

L'angle d'incidence dans l'air nous permet de calculer, dans un premier temps, l'angle du rayon dans la première couche. La loi de Snell-Descartes donne, en identifiant l'air par le milieu « 0 » :



$$n_0 \sin\theta_0 = n_1 \sin\theta_1$$

$$\theta_1 = \sin^{-1}\left(\frac{n_0 \sin\theta_0}{n_1}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{1\times\sin 30{,}0°}{1{,}35}\right) = 21{,}7°$$

On peut maintenant calculer la distance parcourue par le rayon lumineux dans cette première couche d'épaisseur e :

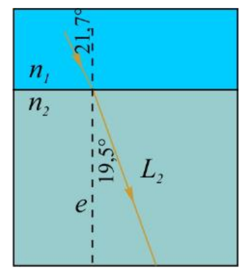
$$\cos\theta_1 = \frac{e}{L_1} \quad \rightarrow \quad L_1 = \frac{e}{\cos\theta_1} = \frac{45{,}0\times10^{-6}\ \text{m}}{\cos 21{,}7°} = 4{,}84\times10^{-5}\ \text{m}$$

Le nombre de cycles effectués dans cette couche est défini par :

$$N_1 = \frac{L}{\lambda_n} = \frac{L_1 n_1}{\lambda} = \frac{(4{,}84\times10^{-5}\ \text{m})\times1{,}35}{(570\times10^{-9}\ \text{m})} = \mathbf{114{,}7}$$

b) N_2 = 126

Pour la seconde couche, l'angle de parcours est :



$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$$

$$\theta_2 = \sin^{-1}\left(\frac{n_1 \sin\theta_1}{n_2}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{1{,}35\times\sin 21{,}7°}{1{,}50}\right) = 19{,}5°$$

La distance parcourue par le rayon lumineux dans cette seconde couche :

$$\cos\theta_2 = \frac{e}{L_2} \quad \rightarrow \quad L_2 = \frac{e}{\cos\theta_2} = \frac{45{,}0\times10^{-6}\ \text{m}}{\cos 19{,}5°} = 4{,}77\times10^{-5}\ \text{m}$$

Le nombre de cycles effectués dans cette couche est défini par :

$$N_1 = \frac{L}{\lambda_n} = \frac{L_1 n_1}{\lambda} = \frac{(4{,}77\times10^{-5}\ \text{m})\times1{,}50}{(570\times10^{-9}\ \text{m})} = \mathbf{125{,}6}$$

retour à la question ▲

6.16 Solution : Longueur d'eau II retour à la question ▲

L = 0,360 m

Le nombre de cycle dans un milieu de longueur L est donné par :

$$N = \frac{L}{\lambda_n} = \frac{Ln}{\lambda} \quad \rightarrow \quad L = \frac{N\lambda}{n} = \frac{(1{,}00\times10^{6})\times(480\times10^{-9}\ \text{m})}{1{,}333} = \mathbf{0{,}360\ m}$$

retour à la question ▲

retour à la question ▲

6.17 Solution : Déphasage II

retour à la question ▲

a) Une réflexion dure

Le rayon se déplaçant dans l'air (n = 1) et frappant l'huile (n = 1,29) frappe un milieu d'indice plus élevé et subit alors une réflexion dure.

b) Une réflexion dure

Le rayon se déplaçant dans l'huile (n = 1,29) et frappant l'eau (n = 1,33) frappe un milieu d'indice plus élevé et subit alors une réflexion dure.

c) $\Delta\Phi$ = 258π rad

Le déphasage en radians entre deux rayons est donné par :

$$\Delta\Phi = 2\pi \cdot \Delta N$$

On veut donc d'abord calculer le nombre de cycles pour chacun des deux rayons. Pour le rayon réfléchissant sur l'huile :

$$N_1 = \frac{Ln}{\lambda} + N_{réfl} \quad = \quad 0 + \frac{1}{2} \quad = \quad \frac{1}{2}$$

Pour le rayon réfléchissant sur l'eau et parcourant deux fois l'épaisseur de la couche d'huile :

$$N_2 = \frac{Ln}{\lambda} + N_{réfl} \quad = \quad \frac{2e \cdot n_{huile}}{\lambda} + \frac{1}{2} \quad = \quad \frac{2 \times (25{,}0 \times 10^{-6}\ \text{m}) \times 1{,}29}{(500 \times 10^{-9}\ \text{m})} + \frac{1}{2} \quad = \quad 129{,}5$$

Le déphasage est donc :

$$\Delta\Phi = 2\pi \cdot \Delta N \quad = \quad 2\pi(N_2 - N_1) \quad = \quad 2\pi \times (129{,}5 - 0{,}5) \quad = \quad \mathbf{258\pi\ rad}$$

d) Int. constructive

Le déphasage étant un multiple pair de π ou un multiple entier de 2π, les deux rayons sont parfaitement en phase et produisent de l'interférence constructive.

retour à la question ▲

6.18 Solution : Antireflet

retour à la question ▲

a) ΔN_{violet} = 0,687

Pour la lumière violette (λ = 400 nm), le déphasage ΔN est lié aux nombres de cycles de la lumière selon deux parcours : l'un où la lumière réfléchit directement sur la surface de la couche mince, et l'autre où la lumière traverse la couche mince aller-retour en réfléchissant sur la face du verre sous la couche mince. Les deux rayons subissent une réflexion dure car les deux réflexions se font à la rencontre d'un milieu d'indice plus élevé. Le déphasage en fonction de la longueur d'onde est :

$$\Delta N = N_2 - N_1 \quad = \quad \left(\frac{Ln}{\lambda} + N_{réfl-2}\right) - \left(\frac{0 \cdot n}{\lambda} + N_{réfl-1}\right) \quad = \quad \left(\frac{(2 \times 101 \times 10^{-9}\ \text{m}) \times 1{,}36}{(400 \times 10^{-9}\ \text{m})} + \frac{1}{2}\right) - \left(0 + \frac{1}{2}\right) \quad = \quad \mathbf{0{,}687}$$

b) ΔN_{vert} = 0,499

Pour la lumière verte (λ = 550 nm), on procède de la même manière et les deux rayons subissent également une réflexion dure. Le déphasage en fonction de la longueur d'onde est :

$$\Delta N = N_2 - N_1 \quad = \quad \left(\frac{Ln}{\lambda} + N_{réfl-2}\right) - \left(\frac{0 \cdot n}{\lambda} + N_{réfl-1}\right) \quad = \quad \left(\frac{(2 \times 101 \times 10^{-9}\ \text{m}) \times 1{,}36}{(550 \times 10^{-9}\ \text{m})} + \frac{1}{2}\right) - \left(0 + \frac{1}{2}\right) \quad = \quad \mathbf{0{,}499}$$

c) ΔN_{rouge} = 0,404

Finalement pour le rouge (λ = 680 nm) :

$$\Delta N = N_2 - N_1 \quad = \quad \left(\frac{Ln}{\lambda} + N_{réfl-2}\right) - \left(\frac{0 \cdot n}{\lambda} + N_{réfl-1}\right) \quad = \quad \left(\frac{(2 \times 101 \times 10^{-9}\ \text{m}) \times 1{,}36}{(680 \times 10^{-9}\ \text{m})} + \frac{1}{2}\right) - \left(0 + \frac{1}{2}\right) \quad = \quad \mathbf{0{,}404}$$

retour à la question ▲

6.19 Solution : Longueur d'ondes retour à la question ▲

a) 745 nm, 373 nm et 248 nm

La lumière frappant la première surface du MgF_2 subit une réflexion dure. Le nombre de cycle lié à cette réflexion, alors que la lumière ne parcourt aucune distance dans le matériau, est :

$$N_1 = \frac{Ln}{\lambda} + N_{réfl} \quad = \quad 0 + \frac{1}{2} \quad = \quad \frac{1}{2}$$

Pour le rayon réfléchissant sur la seconde surface (sur le verre) la réflexion est également une réflexion dure (car $n_{verre} > n_{MgF2}$) et le nombre de cycles sur son parcours est :

$$N_2 = \frac{Ln}{\lambda} + N_{réfl} \quad = \quad \frac{2e \cdot n_{MgF_2}}{\lambda} + \frac{1}{2}$$

Le déphasage, en fonction de la longueur d'onde, des deux rayons réfléchis, est :

$$\Delta N = N_2 - N_1 \quad = \quad \left(\frac{2e \cdot n_{MgF_2}}{\lambda} + \frac{1}{2}\right) - \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\lambda = \frac{2e \cdot n_{MgF_2}}{\Delta N} \qquad (1)$$

Pour déterminer les longueurs d'onde subissant de l'interférence constructive, on remplace ΔN par les valeurs entières à partir de 0… Le cas $\Delta N = 0$ est incohérent pour cette équation. Les trois premiers ordres d'interférence sont donc les suivants :

$\Delta N = 1$ $$\lambda = \frac{2e \cdot n_{MgF_2}}{1} = \frac{2 \times 270\ \text{nm} \times 1{,}38}{1} = \mathbf{745\ nm}$$

$\Delta N = 2$ $$\lambda = \frac{2e \cdot n_{MgF_2}}{2} = \frac{2 \times 270\ \text{nm} \times 1{,}38}{2} = \mathbf{373\ nm}$$

$\Delta N = 3$ $$\lambda = \frac{2e \cdot n_{MgF_2}}{3} = \frac{2 \times 270\ \text{nm} \times 1{,}38}{3} = \mathbf{248\ nm}$$

b) 1490 nm, 497 nm et 298 nm

On reprend l'équation (1) en utilisant les valeurs demi-entières du déphasage ΔN, à partir de 0,5 (c'est-à-dire $m_d + ½ = 0 + ½ = ½$). Les trois premières longueurs d'onde atténuées sont :

$\Delta N = 0{,}5$ $$\lambda = \frac{2e \cdot n_{MgF_2}}{0{,}5} = \frac{2 \times 270\ \text{nm} \times 1{,}38}{0{,}5} = \mathbf{1\,490\ nm}$$

$\Delta N = 1{,}5$ $$\lambda = \frac{2e \cdot n_{MgF_2}}{1{,}5} = \frac{2 \times 270\ \text{nm} \times 1{,}38}{1{,}5} = \mathbf{497\ nm}$$

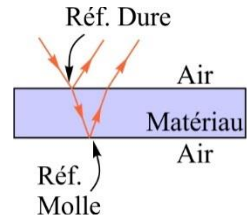
$\Delta N = 2{,}5$ $$\lambda = \frac{2e \cdot n_{MgF_2}}{2{,}5} = \frac{2 \times 270\ \text{nm} \times 1{,}38}{2{,}5} = \mathbf{298\ nm}$$

retour à la question ▲

retour à la question ▲

6.20 Solution : Matériau inconnu retour à la question ▲

a) $n = 1{,}37$



L'amplification au 3e ordre de la lumière à 626 nm signifie que la lumière faisant un aller-retour dans le matériau effectue trois cycles de plus que la lumière qui réfléchit directement à sa surface. La différence de marche est donc de trois longueurs d'onde :

$$\Delta N = 3$$

La lumière qui réfléchit sur la première surface du matériau subit une réflexion dure. On doit donc compter un demi-cycle pour l'interaction du rayon avec le matériau même s'il n'y parcourt aucune distance :

$$N_1 = \frac{Ln}{\lambda} + N_{réfl} \quad = \quad \frac{0 \cdot n}{\lambda} + \frac{1}{2} \quad = \quad \frac{1}{2}$$

retour à la question ▲

La lumière qui traverse la pellicule pour réfléchir sur l'air subit une réflexion molle car l'indice de l'air est nécessairement inférieur à celui du matériau. Le nombre de cycles effectués lors de l'aller-retour dans le matériau (assumé perpendiculaire) est :

$$N_2 = \frac{Ln}{\lambda} + N_{réfl} \quad = \quad \frac{(2e) \cdot n}{\lambda} + 0 \quad = \quad \frac{(2e) \cdot n}{\lambda}$$

On peut exprimer la différence de marche en fonction des deux quantités N_1 et N_2 et faire un lien avec la différence de 3 longueurs d'onde :

$$\Delta N = 3 \quad = \quad N_2 - N_1$$

$$3 = \frac{(2e) \cdot n}{\lambda} - \frac{1}{2} \qquad (1)$$

$$n = \frac{\left(3+\frac{1}{2}\right)\lambda}{2e} \quad = \quad \frac{\left(3+\frac{1}{2}\right) \times (626 \times 10^{-9}\ \mathrm{m})}{2 \times (800 \times 10^{-9}\ \mathrm{m})} \quad = \quad \mathbf{1{,}37}$$

b) $m = 4$

Les types de réflexion et les distances impliquées étant les mêmes, l'équation (1) développée en a) peut servir pour évaluer l'ordre d'interférence observé pour une autre couleur (λ = 487 nm), en changeant ici l'ordre 3 pour un ordre m recherché :

$$m = \frac{(2e) \cdot n}{\lambda} - \frac{1}{2} \quad = \quad \frac{\left(2 \times (800 \times 10^{-9}\ \mathrm{m})\right) \times 1{,}37}{(487 \times 10^{-9}\ \mathrm{m})} - \frac{1}{2} \quad = \quad \mathbf{4}$$

retour à la question ▲

6.21 Solution : Amplification / atténuation retour à la question ▲

On veut déterminer les longueurs d'onde visibles pour lesquelles de l'interférence constructive et destructive se produit dans la lumière réfléchie. Une portion de la lumière réfléchit directement sur la première face de l'huile, subissant une réflexion dure, et pour laquelle le nombre de cycle à considérer lors de l'interaction est :

$$N_1 = \frac{Ln}{\lambda} + N_{réfl} \quad = \quad \frac{0 \cdot n}{\lambda} + \frac{1}{2} \quad = \quad \frac{1}{2}$$

Pour la portion de la lumière traversant aller-retour la pellicule d'huile, la distance parcourue est $L = 2e$, et la réflexion sur l'eau est une réflexion molle, car $n_{eau} < n_{huile}$:

$$N_2 = \frac{Ln}{\lambda} + N_{réfl} \quad = \quad \frac{(2e) \cdot n}{\lambda} + 0 \quad = \quad \frac{(2e) \cdot n}{\lambda}$$

retour à la question ▲

Le déphasage, en fonction de la longueur d'onde, est :

$$\Delta N = N_2 - N_1 \quad = \quad \frac{(2e) \cdot n}{\lambda} - \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{(2e)n}{\Delta N + \frac{1}{2}}$$

Il y a interférence constructive pour les valeurs entières de ΔN, la plus faible valeur possible étant $\Delta N = m = 0$.

Pour l'interférence constructive : $$\lambda = \frac{(2e)n}{m+\frac{1}{2}} \qquad (1)$$

Il y a interférence destructive pour les valeurs demi-entières de ΔN, la plus faible valeur possible étant $\Delta N = m = ½ = 0{,}5$.

Pour l'interférence destructive : $$\lambda = \frac{(2e)n}{m+\frac{1}{2}} \qquad (2)$$

a) 576 nm et 448 nm

retour à la question ▲

Si les deux réflexions étaient du même type, l'ordre zéro n'existerait pas car il sous-entendrait une épaisseur nulle (pour une différence de marche nulle). Mais le demi-cycle de différence de marche produit par l'unique réflexion dure peut être compensé à l'ordre zéro si le rayon traversant la pellicule aller-retour effectue un demi-cycle exactement sur cet aller-retour. Ainsi, les différents ordres d'interférence constructive donnent différentes longueurs d'onde, dont on conservera celles qui appartiennent au visible. En appliquant l'équation (1) pour les différents ordres :

Ordre 0 : $\lambda = \frac{(2e)n}{m+\frac{1}{2}} = \frac{\left(2\times\left(0{,}710\times10^{-6}\text{ m}\right)\right)\times1{,}42}{0+\frac{1}{2}} = 4\,033\text{ nm}$

Cette longueur d'onde n'appartient pas au visible. Continuons avec les autres ordres, jusqu'à ce qu'on trouve les longueurs d'onde visibles jusqu'à 400 nm :

Ordre 1 : $\lambda = \frac{(2e)n}{m+\frac{1}{2}} = \frac{\left(2\times\left(0{,}710\times10^{-6}\text{ m}\right)\right)\times1{,}42}{1+\frac{1}{2}} = 1\,344\text{ nm}$ Non-visible

Ordre 2 : $\lambda = \frac{(2e)n}{m+\frac{1}{2}} = \frac{\left(2\times\left(0{,}710\times10^{-6}\text{ m}\right)\right)\times1{,}42}{2+\frac{1}{2}} = 807\text{ nm}$ Non-visible

Ordre 3 : $\lambda = \frac{(2e)n}{m+\frac{1}{2}} = \frac{\left(2\times\left(0{,}710\times10^{-6}\text{ m}\right)\right)\times1{,}42}{3+\frac{1}{2}} = 576\text{ nm}$ Visible!

Ordre 4 : $\lambda = \frac{(2e)n}{m+\frac{1}{2}} = \frac{\left(2\times\left(0{,}710\times10^{-6}\text{ m}\right)\right)\times1{,}42}{4+\frac{1}{2}} = 448\text{ nm}$ Visible!

Ordre 5 : $\lambda = \frac{(2e)n}{m+\frac{1}{2}} = \frac{\left(2\times\left(0{,}710\times10^{-6}\text{ m}\right)\right)\times1{,}42}{5+\frac{1}{2}} = 367\text{ nm}$ Non-visible

Les longueurs d'onde amplifiées (interférence constructive) aux ordres 3 et 4 appartiennent au visible, à **576 nm** et **448 nm**.

b) 672 nm, 504 nm et 403 nm

retour à la question ▲

En utilisant l'équation (2) avec les différentes valeurs demi-entières de ΔN, trouvons toutes les longueurs d'onde jusqu'à ce qu'on ait identifié toutes celles qui appartiennent au visible :

Ordre 0 : $\lambda = \frac{(2e)n}{m+\frac{1}{2}} = \frac{\left(2\times\left(0{,}710\times10^{-6}\text{ m}\right)\right)\times1{,}42}{0{,}5+\frac{1}{2}} = 2\,016\text{ nm}$ Non-visible

Ordre 1 : $\lambda = \frac{(2e)n}{m+\frac{1}{2}} = \frac{\left(2\times\left(0{,}710\times10^{-6}\text{ m}\right)\right)\times1{,}42}{1{,}5+\frac{1}{2}} = 1\,008\text{ nm}$ Non-visible

Ordre 2 : $\lambda = \frac{(2e)n}{m+\frac{1}{2}} = \frac{\left(2\times\left(0{,}710\times10^{-6}\text{ m}\right)\right)\times1{,}42}{2{,}5+\frac{1}{2}} = 672\text{ nm}$ Visible!

Ordre 3 : $\lambda = \frac{(2e)n}{m+\frac{1}{2}} = \frac{\left(2\times\left(0{,}710\times10^{-6}\text{ m}\right)\right)\times1{,}42}{3{,}5+\frac{1}{2}} = 504\text{ nm}$ Visible!

Ordre 4 : $\lambda = \frac{(2e)n}{m+\frac{1}{2}} = \frac{\left(2\times\left(0{,}710\times10^{-6}\text{ m}\right)\right)\times1{,}42}{4{,}5+\frac{1}{2}} = 403\text{ nm}$ Visible!

Ordre 5 : $\lambda = \frac{(2e)n}{m+\frac{1}{2}} = \frac{\left(2\times\left(0{,}710\times10^{-6}\text{ m}\right)\right)\times1{,}42}{5{,}5+\frac{1}{2}} = 336\text{ nm}$ Non-visible

Les longueurs d'onde atténuées (interférence destructive) aux ordres 2, 3 et 4 appartiennent au visible, à **672 nm**, **504 nm** et **403 nm**.

retour à la question ▲

6.22 Solution : Bulle de savon retour à la question ▲

retour à la question ▲

retour à la question ▲

e = 360 nm

Puisqu'on sait que les longueurs d'onde de 640 nm et de 480 nm sont les seules qui produisent de l'interférence constructive ou destructive dans le visible, on devine que les ordres d'interférence à ces deux longueurs d'onde sont voisins.

D'abord, établissons l'équation du déphasage exprimé en fonction de la longueur d'onde. Pour le rayon réfléchissant sur la première surface de la pellicule de savon, la réflexion est une réflexion dure :

$$N_1 = \frac{Ln}{\lambda} + N_{réfl} \quad = \quad \frac{0 \cdot n}{\lambda} + \frac{1}{2} \quad = \quad \frac{1}{2}$$

Pour la portion de la lumière traversant aller-retour la pellicule de savon, la distance parcourue est $L = 2e$, et la réflexion sur l'air est une réflexion molle, car $n_{air} < n_{savon}$:

$$N_2 = \frac{Ln}{\lambda} + N_{réfl} \quad = \quad \frac{(2e)\cdot n}{\lambda} + 0 \quad = \quad \frac{(2e)\cdot n}{\lambda}$$

Le déphasage, en fonction de la longueur d'onde, est :

$$\Delta N = N_2 - N_1 \quad = \quad \frac{(2e)\cdot n}{\lambda} - \frac{1}{2}$$

Il y a interférence constructive pour une certaine valeur entière de $\Delta N = m$, inconnue. Appelons-la m_c :

$$m_c = \frac{(2e)\cdot n}{\lambda_{640}} - \frac{1}{2} \qquad (1)$$

Il y a interférence destructive pour une certaine valeur demi-entière de $\Delta N = m$, également inconnue. Appelons-la m_d :

$$m_d = \frac{(2e)\cdot n}{\lambda_{480}} - \frac{1}{2} \qquad (2)$$

Aussi, la longueur d'onde de 480 nm étant plus courte, elle effectue nécessairement plus de cycles sur la même distance dans la pellicule. La différence de marche ΔN_{480} entraînant l'interférence destructive est donc nécessairement tout juste supérieur à la différence de marche ΔN_{640} qui entraîne l'interférence constructive, c'est-à-dire que :

$$\Delta N_{480} > \Delta N_{640}$$

L'ordre m_d d'interférence destructive est donc nécessairement l'ordre d'interférence destructive qui suit tout juste l'ordre d'interférence constructive m_c, ce qui nous permet d'affirmer que :

$$m_d > m_c$$

La valeur minimale de m_d qui vérifie cette relation (pour avoir l'ordre tout juste supérieur), est :

$$m_d > m_c + \frac{1}{2} \qquad (3)$$

Les équations (1), (2) et (3) forment un système de 3 équations à 3 inconnues, dans lequel on veut déterminer l'épaisseur *e*. Dans l'équation (3), on peut remplacer les termes m_d et m_c à partir de leurs expressions données par les équations (2) et (1) :

(3) $$m_d = m_c + \frac{1}{2}$$

$$\left(\frac{(2e)\cdot n}{\lambda_{480}} - \frac{1}{2}\right) = \left(\frac{(2e)\cdot n}{\lambda_{640}} - \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2}$$

$$e = \frac{1}{4n\left(\frac{1}{\lambda_{480}} - \frac{1}{\lambda_{640}}\right)} \quad = \quad \frac{1}{4 \times 1{,}333 \times \left(\frac{1}{\lambda_{480}} - \frac{1}{\lambda_{640}}\right)} \quad = \quad \mathbf{360\ nm}$$

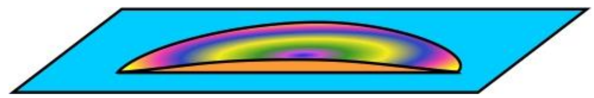
retour à la question ▲

6.23 Solution : Arc-en-ciel d'huile retour à la question ▲

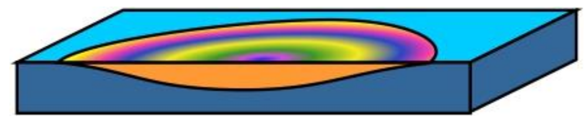
La pellicule d'huile est plus épaisse au centre et de moins en moins épaisse vers les bords de la tache colorée.

Les différentes couleurs observées signifient de l'interférence qui amplifie et atténue différentes couleurs en différents endroits de la surface.

Différents types d'interférence trahissent le fait que l'épaisseur de la pellicule qui produit de l'interférence n'est pas uniforme elle non plus. Si l'épaisseur de la couche d'huile était uniforme, la couleur apparente de la surface serait uniforme, car les mêmes couleurs seraient amplifiées et atténuées sur toute la surface.



Par ailleurs, l'épaisseur variable qui entraîne des franges circulaires suggère que l'épaisseur varie de façon concentrique également, c'est-à-dire par exemple une couche d'huile plus épaisse en un point central et de plus en plus mince en s'éloignant de ce centre. La figure ci-contre illustre cette distribution, de manière exagérée, sur une surface mouillée. Une goutte d'huile s'étale lentement autour du point de chute de la goutte.



Cette distribution est logique aussi dans le cas où une goutte d'huile est tombée en un point d'une flaque d'eau. Comme l'huile flotte, la goutte d'huile demeure à la surface de la flaque d'eau et s'étend graduellement autour de sa position initiale. Le point de départ présentera toujours (ou très longtemps) une épaisseur d'huile plus grande car l'étalement se fait très lentement. La tension de surface de l'huile étant très faible, elle peut davantage que d'autres fluides (ne se mélangeant à l'eau) s'étaler en une couche très fine s'éloignant du point de diffusion (voir figure ci-contre). Par contre, une flaque d'eau est plus souvent remuée ou en mouvement, de manière à déformer l'étalement circulaire naturel.

retour à la question ▲

6.3 L'INTERFÉROMÈTRE DE MICHELSON

6.24 Solution : Combien de cycles retour à la question ▲

a) $N = 3{,}00\times10^5$

Le nombre de cycles effectué le long d'un bras de l'interféromètre, parcouru aller-retour, est donné par :

$$N = \frac{2Ln}{\lambda} \quad (1)$$

Pour un bras rempli d'air ($n = 1$) :

$$N = \frac{2Ln}{\lambda} = \frac{2\times0{,}082\,5\ \mathrm{m}\times1}{550\times10^{-9}\ \mathrm{m}} = \mathbf{3{,}00\times10^5}$$

b) $N = 3{,}64\times10^4$

L'équation (1), appliquée pour une distance de 1,00 cm, donne :

$$N = \frac{2Ln}{\lambda} = \frac{2\times0{,}010\,0\ \mathrm{m}\times1}{550\times10^{-9}\ \mathrm{m}} = \mathbf{3{,}64\times10^4}$$

retour à la question ▲

6.25 Solution : Le bras long retour à la question ▲

$\Delta L = 0{,}316$ mm

Le surplus de cycles pour l'un des bras peut être représenté par la variable $\Delta N = 1000$. Il est lié au nombre de cycles dans chaque bras par :

$$\Delta N = N_2 - N_1 = 1\,000$$

Le nombre de cycles dans chaque bras étant donné par $N = 2Ln/\lambda$, la différence ΔN devient :

$$\Delta N = \frac{2L_2n}{\lambda} - \frac{2L_1n}{\lambda} = 1\,000$$

$$\frac{2n}{\lambda}(L_2 - L_1) = 1\,000$$

La longueur supplémentaire du bras le plus long équivaut au terme $L_2 - L_1$:

$$\Delta L = (L_2 - L_1) = \frac{1\,000\lambda}{2n} = \frac{1\,000\times(632\times10^{-9}\ \mathrm{m})}{2\times1{,}00} = 3{,}16\times10^{-4}\ \mathrm{m} = \mathbf{0{,}316\ mm}$$

retour à la question ▲

6.26 Solution : Clair ou sombre retour à la question ▲

d = 163 nm

On cherche la distance *d* de déplacement du miroir, à partir de l'équation

$$\Delta m = \frac{2d}{\lambda}$$

Passer d'une frange claire à une frange sombre signifie un défilement de franges de *Δm* = ½. En isolant *d* pour connaître la distance de déplacement :

$$d = \frac{\Delta m \cdot \lambda}{2} = \frac{\frac{1}{2} \times (650 \times 10^{-9}\ \mathrm{m})}{2} = 162{,}5 \times 10^{-9}\ \mathrm{m} = \mathbf{162,5\ mm}$$

retour à la question ▲

6.27 Solution : Défilement de franges retour à la question ▲

Δm = 122

Le défilement de franges *Δm* est lié à l'indice de réfraction du nouveau milieu inséré (*n*) ainsi qu'à la distance *L* que la lumière doit parcourir dans ce milieu (à l'aller comme au retour) :

$$\Delta m = \frac{2l(n-1)}{\lambda} = \frac{2 \times (0{,}080\,0 \times 10^{-3}) \times (1{,}45 - 1)}{(589 \times 10^{-9}\ \mathrm{m})} = \mathbf{122}$$

retour à la question ▲

6.28 Solution : Chambre à gaz retour à la question ▲

λ = 428 nm

Le défilement de 500 franges (*Δm* = 500) est lié à l'indice de réfraction du gaz inséré (*n* = 1,000 51) ainsi qu'à la longueur *l* de la portion du bras dans laquelle le milieu est remplacé (ici, le bras entier). C'est la distance sur laquelle le nouvel indice de réfraction s'applique. L'équation mettant en relation la longueur d'onde recherchée avec les caractéristiques de l'interféromètre et du gaz est :

$$\Delta m = \frac{2l(n-1)}{\lambda}$$

En isolant la longueur d'onde, on obtient :

$$\lambda = \frac{2l(n-1)}{\Delta m} = \frac{2 \times 0{,}210\ \mathrm{m} \times (1{,}000\,51 - 1)}{500} = \mathbf{428\ nm}$$

retour à la question ▲