CH 5 LA FORMATION DES IMAGES

CONSTANTES UTILES

$c = 3{,}00 \times 10^{8}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$n_{air} \approx n_{vide} = 1$

$n_{eau} = 1{,}333$

ÉQUATIONS LIÉES AU CHAPITRE :

$\theta = \theta'$

$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$

$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q}$

$f = \frac{R}{2}$

$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{R}$

$m = \frac{y_I}{y_O} = -\frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{q}{p}$

$V = \frac{1}{f}$

$G = \frac{\theta'}{\theta}$

$G_\infty = \frac{0{,}25\ \text{m}}{f}$

$G = -\frac{q_{ob}}{p_{ob}} \cdot \frac{0{,}25\ \text{m}}{p_{oc}}$

$G = -\frac{I}{f_{ob}} \cdot \frac{0{,}25\ \text{m}}{f_{oc}}$

$G_\infty = -\frac{f_{ob}}{f_{oc}}$

$q = -p$

$p_2 = d - q_1$

À moins d'indication contraire, considérer pour l'air un indice de réfraction identique à celui du vide.

5.1 LES OBJETS ET LES IMAGES

5.1 Question : Réalité virtuelle — solution ▶

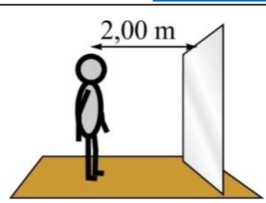
L'image de la dernière lentille d'un système optique se forme du même côté que les rayons émergents. S'agit-il d'une image réelle ou virtuelle? Peut-on la projeter sur un écran?

5.2 LENTILLES ET MIROIRS

5.2 Exercice : Miroir simple #1 — solution ▶

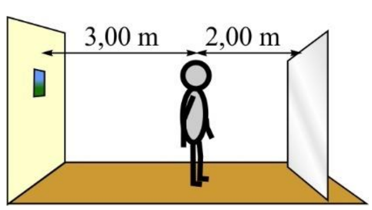
Une personne se tient devant un miroir situé à 2,00 m devant elle, et regarde son reflet.

a) À quelle distance de la personne se trouve son image?
b) L'image est-elle réelle (R) ou virtuelle (V)?



5.3 Exercice : Miroir simple #2 — solution ▶

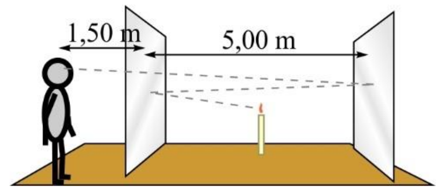
Une personne se tient devant un miroir situé à 2,00 m devant elle, et regarde le reflet d'un cadre au mur situé 3,00 m derrière elle.



a) À quelle distance de la personne se trouve l'image de ce cadre?
b) L'image est-elle réelle (R) ou virtuelle (V)?

5.4 Exercice : À la chandelle — solution ▶

Une chandelle se trouve à mi-chemin entre deux miroirs distants de 5,00 m et une personne située à 1,50 m derrière l'un des miroirs regarde cette chandelle par l'entremise des deux miroirs (voir figure qui suit). À quelle distance de la personne l'image de la chandelle se trouve-t-elle?



5.5 Exercice : Focale d'un miroir — solution ▶

Quelle est la distance focale des miroirs suivants?

a) Un miroir dont le rayon de courbure est de 12,0 cm;
b) Un miroir pour lequel $R = -10{,}0$ cm;
c) Un miroir sphérique convexe dont le rayon est de 20,0 cm.

5.6 Question : Concave et virtuel — solution ▶

Un miroir sphérique concave produit-il toujours une image réelle? Justifiez votre réponse.

5.7 Exercice : Miroir #1 — solution ▶

Un objet de 4,00 cm de hauteur se trouve à 75,0 cm d'un miroir concave dont le rayon est de 15,0 cm. Déterminez :

a) La distance image;
b) Le grandissement;
c) La taille de l'image;
d) Les propriétés de l'image (Réelle ou Virtuelle, Agrandie ou Réduite, Droite ou Inversée);
e) Faites un schéma avec tracé des rayons principaux.

5.8 Exercice : Miroir #2 — solution ▶

Un objet de 2,50 cm de hauteur se trouve à 5,00 cm d'un miroir concave dont le rayon est de 30,0 cm. Déterminez :

a) La distance image;
b) Le grandissement;
c) La taille de l'image;
d) Les propriétés de l'image (Réelle ou Virtuelle, Agrandie ou Réduite, Droite ou Inversée);
e) Faites un schéma avec tracé des rayons principaux.

5.9 Exercice : Miroir #3 — solution ▶

Un objet de 4,00 cm de hauteur se trouve à 25,0 cm d'un miroir convexe dont le rayon est de 15,0 cm. Déterminez :

a) La distance image;
b) Le grandissement;
c) La taille de l'image;
d) Les propriétés de l'image (Réelle ou Virtuelle, Agrandie ou Réduite, Droite ou Inversée);
e) Faites un schéma avec tracé des rayons principaux.

5.10 Exercice : Miroir #4 — solution ▶

Un objet de 2,50 cm de hauteur se trouve à 5,00 cm d'un miroir convexe dont le rayon est de 30,0 cm. Déterminez :

a) La distance image;
b) Le grandissement;
c) La taille de l'image;
d) Les propriétés de l'image (Réelle ou Virtuelle, Agrandie ou Réduite, Droite ou Inversée);
e) Faites un schéma avec tracé des rayons principaux.

5.1- Réelle et projetable — **5.2**- d = 4,00 m — **5.3**- a) d = 7,00 m — b) V — **5.4**- d = 14,0 m ² — **5.5**- a) f = 6,00 cm — b) f = –5,00 cm — c) f = –10,0 cm
5.6- Non — **5.7**- a) q = 8,33 cm — b) m = –0,111 — c) y_I = –0,444 cm — d) R/R/I — e) ↓↓↓
5.8- a) q = –7,50 cm — b) m = 1,50 — c) y_I = 3,75 cm — d) V/A/D — e) ↓↓ —
5.9- a) q = –5,77 cm — b) m = 0,231 — c) y_I = 0,923 cm — d) V/R/D — e) ↓↓ — **5.10**- a) q = –3,75 cm — b) m = 0,750 — c) y_I = 1,88 cm — d) V/R/D — e) ↓↓

5.11 Exercice : Images réelles solution ▶

Pour quelles valeurs de la position objet l'image produite par un miroir convexe est-elle réelle?

5.12 Exercice : Lentille #1 solution ▶

Un objet de 2,50 cm de hauteur se trouve à 22,5 cm d'une lentille convergente dont la distance focale est de 15,0 cm. Déterminez :

a) La distance image;
b) Le grandissement;
c) La taille de l'image;
d) Les propriétés de l'image (Réelle ou Virtuelle, Agrandie ou Réduite, Droite ou Inversée);
e) Faites un schéma avec tracé des rayons principaux.

5.13 Exercice : Lentille #2 solution ▶

Un objet de 2,50 cm de hauteur se trouve à 10,5 cm d'une lentille convergente dont la distance focale est de 15,0 cm. Déterminez :

a) La distance image;
b) Le grandissement;
c) La taille de l'image;
d) Les propriétés de l'image (Réelle ou Virtuelle, Agrandie ou Réduite, Droite ou Inversée);
e) Faites un schéma avec tracé des rayons principaux.

5.14 Exercice : Lentille #3 solution ▶

Un objet de 2,50 cm de hauteur se trouve à 22,5 cm d'une lentille divergente dont la distance focale est de 15,0 cm. Déterminez :

a) La distance image;
b) Le grandissement;
c) La taille de l'image;
d) Les propriétés de l'image (Réelle ou Virtuelle, Agrandie ou Réduite, Droite ou Inversée);
e) Faites un schéma avec tracé des rayons principaux.

5.15 Exercice : Lentille #4 solution ▶

Un objet de 2,50 cm de hauteur se trouve à 10,5 cm d'une lentille divergente dont la distance focale est de 15,0 cm. Déterminez :

a) La distance image;
b) Le grandissement;
c) La taille de l'image;
d) Les propriétés de l'image (Réelle ou Virtuelle, Agrandie ou Réduite, Droite ou Inversée);
e) Faites un schéma avec tracé des rayons principaux.

5.16 Exercice : Variation d'indice solution ▶

Dans la réalité, observera-t-on une variation dans la position de l'image si on modifie l'indice de réfraction du milieu qui entoure :

a) un miroir?
b) une lentille?

5.17 Exercice : L'invention du feu solution ▶

Soit une loupe constituée d'une lentille convergente de 18,0 cm de focale. On veut enflammer un objet au sol à l'aide de cette loupe avec la lumière du Soleil. À quelle distance de l'objet doit-on placer la loupe?

5.18 Exercice : Placer la lentille solution ▶

Une chandelle se trouve à 2,50 m d'un écran. À quelle distance de la chandelle doit-on placer une lentille convergente de 45,0 cm de focale pour produire une image nette de la chandelle sur l'écran?

5.19 Exercice : Focale inconnue solution ▶

Pour déterminer la focale d'une lentille, on la place à 10 cm d'une source lumineuse et une image se forme sur un carton blanc si on le place à 27,3 cm de l'autre côté de la lentille. Quelle est la distance focale de la lentille?

5.20 Exercice : Objet doublé solution ▶

À partir d'un objet de hauteur h, on veut produire une image droite de hauteur $2h$ avec une lentille qu'on placerait à 15,0 cm de l'objet. Quelle est la focale de la lentille à utiliser?

5.21 Exercice : Pourcentage de grandissement solution ▶

Un objet est placé à $p = -4f$. Déterminez le grandissement de l'image en pourcentage.

5.22 Exercice : Paire de lentilles solution ▶

Un objet de 2,75 cm se trouve à 20,0 cm d'une première lentille de focale $f_1 = 27{,}0$ cm et une seconde lentille de focale $f_2 = -15{,}0$ cm se trouve 18,0 cm plus loin.

a) À quelle distance de l'objet initial se trouve l'image finale?
b) Quelles sont les dimensions de l'image finale?

5.23 Exercice : Image sur l'objet solution ▶

Une lentille de focale $f = 16{,}5$ cm se trouve à 22,4 cm d'un objet. Quelle lentille (sa focale), placée à 10,0 cm de la première lentille, produirait une image située au même endroit que l'objet initial?

5.24 Exercice : Aller-retour solution ▶

Une lentille de 20,0 cm de focale se trouve à $x = 15{,}0$ cm et un miroir concave de 15,0 cm de rayon est à $x = 25{,}0$ cm. Un objet se trouve à $x = 0$ cm.

a) À quelle position se trouve l'image finale?
b) Quel est le grandissement de l'image?
c) Quelles sont les propriétés de l'image?

5.25 Exercice : Tracé virtuel solution ▶

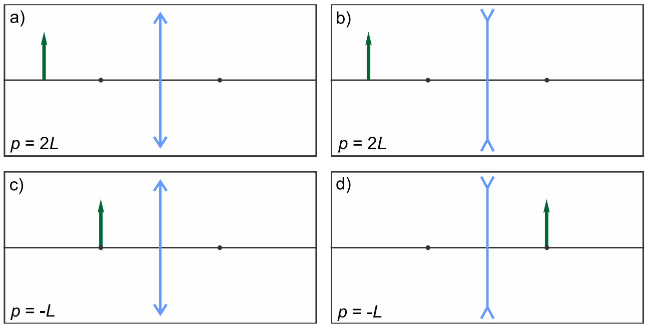
a) Quelle est la distance image lorsqu'une lentille divergente de 12,0 cm de focale fait une image d'un objet virtuel situé à 20,0 cm de cette lentille?
b) Faites le tracé de rayons de cette situation.

5.26 Exercice : Inversion de lentille solution ▶

Pour chacun des cas suivants, tracez les trois rayons principaux et calculez la distance image en fonction de la distance L entre la lentille et le foyer. Donnez également les propriétés de l'image :

Réelle/Virtuelle --- Agrandie/Réduite --- Droite/Inversée

5.11- $f < p < 0$ — **5.12**- a) $q = 45{,}0$ cm — b) $m = -2{,}00$ — c) $y_I = 5{,}00$ cm — d) R/A/I — e) ↓↓ —
5.13- a) $q = -35{,}0$ cm — b) $m = 3{,}33$ — c) $y_I = 8{,}33$ cm — d) V/A/D — e) ↓↓ — **5.14**- a) $q = -9{,}00$ cm — b) $m = 0{,}400$ — c) $y_I = 1{,}00$ cm — d) V/R/D — e) ↓↓
5.15- a) $q = -6{,}18$ cm — b) $m = 0{,}588$ — c) $y_I = 1{,}47$ cm — d) V/R/D — e) ↓↓ — **5.16**- a) Non — b) Oui — **5.17**- $d = 18{,}0$ cm —
5.18- $p_1 = 58{,}9$ cm et $p_2 = 191$ cm — **5.19**- $f = 7{,}32$ cm — **5.20**- $f = 30{,}0$ cm **5.21**- $m = 20{,}0$ % — **5.22**- a) $d_{O1\text{-}I2} = 25{,}0$ cm — b) $y_{I2} = 1{,}44$ cm
5.23- $f_2 = -20{,}1$ cm — **5.24**- a) $x = 16{,}7$ cm — b) $m = -0{,}522$ — c) V/R/I — **5.25**- a) $q = -30{,}0$ cm — b) ↓↓
5.26- a) q = $2L$, R/=/I — b) q = $-2L/3$, V/R/D — c) q = $L/2$, R/R/D — d) q = $\pm\infty$, Ø/A/Ø



5.3 LES DIOPTRES

5.27 Exercice : La piscine solution ►

Une pièce de monnaie se trouve au fond d'une piscine de 1,70 m de profondeur.

a) À quelle distance semble-t-elle se trouver sous la surface de l'eau pour une personne qui la regarde à partir du bord de la piscine?
b) Quel est le grandissement produit par la surface de l'eau?

5.28 Exercice : Le chat et le poisson solution ►

Un poisson rouge se trouve à 8,00 cm de la paroi d'un bocal sphérique dont le rayon de courbure vaut 16,4 cm. Molécule le chat se trouve devant le bocal, à 15,0 cm. (Négligez l'épaisseur de la paroi de verre.)

a) À quelle distance derrière la paroi le chat perçoit-il le poisson?
b) À quelle distance devant la paroi le poisson perçoit-il le chat?
c) Quelles sont les propriétés de l'image du chat vue par le poisson? (Réelle ou Virtuelle, Agrandie ou Réduite, Droite ou Inversée)

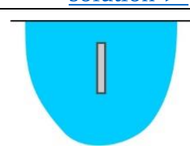
5.29 Exercice : La fenêtre solution ►

Lorsque vous regardez par la fenêtre, ce que vous voyez est en fait l'image de l'objet observé. Soit un objet se trouvant à 5,00 m derrière une fenêtre composée d'une vitre de 6,25 mm d'épaisseur, dont l'indice de réfraction est 1,48.

a) Quelle est la distance entre l'objet et son image, telle que vu par une personne de l'autre côté de la vitre?
b) Quel est le grandissement produit par les deux dioptres?

5.30 Exercice : Longueur dans l'eau solution ►

Une tige de 2,00 cm de longueur est placée verticalement à 1,00 cm sous la surface de l'eau (voir figure ci-contre). Quelle est sa longueur apparente pour un observateur au-dessus de l'eau?



5.4 L'OEIL

5.31 Exercice : Embrouillé solution ►

Une personne ne voit clairement les objets que s'ils sont situés au-delà de 68,0 cm devant ses yeux. De plus, elle a besoin d'accommodation pour bien voir les objets éloignés.

a) Quel est le défaut de vision de cette personne?
b) Quelle est la vergence de la lentille qui ramènerait son PP à 25,0 cm? Arrondissez la vergence au quart de dioptrie près.

5.32 Exercice : Monsieur Beauregard solution ►

Monsieur Beauregard porte des lunettes dont la vergence est de –2,75 D pour corriger parfaitement sa vision. Sans ses lunettes, son punctum proximum se trouve à 18,7 cm devant ses yeux.

a) Quelle est la distance focale des verres de ses lunettes? De quel type de lentille s'agit-il?
b) Où se trouve le punctum remotum de Monsieur Beauregard s'il ne porte pas ses lunettes?
c) Où se trouve le punctum proximum de Monsieur Beauregard si ce dernier porte ses lunettes?

5.33 Exercice : Foyers progressifs solution ►

Des « foyers progressifs » sont des lunettes dont les verres ont des foyers différents dans le haut et le bas. La portion du bas aide à voir de près (lecture), alors que la section du haut permet de voir nets les objets éloignés. Une personne qui verrait nettement uniquement entre 18,0 cm et 26,0 cm devant elle porte de tels verres pour corriger d'une part sa myope et d'autre part sa presbytie.

a) Quelle est la vergence de la partie supérieure des verres correcteurs lui permettant de voir des objets à l'infini?
b) Quelle est la distance du PP de cette personne lorsqu'elle regarde dans la partie supérieure des verres?
c) Quelle vergence la portion inférieure devrait-elle avoir pour ramener le PP précisément à 25,0 cm?

5.5 LES INSTRUMENTS D'OPTIQUE

5.34 Exercice : Focale de loupe solution ►

Quelle est la distance focale d'une loupe ayant un grossissement commercial de 2,25?

5.35 Exercice : À la loupe solution ►

Une loupe possède une focale de 8,25 cm. Quel sera l'angle apparent de l'image pour l'utilisateur, si en l'absence de l'instrument l'angle apparent d'un objet est de 7,50°?

5.36 Exercice : Grossissement du microscope solution ►

Quel est le grossissement d'un microscope dont l'objectif et l'oculaire ont des focales de 8,50 mm et 39,0 mm respectivement, si les deux foyers voisins sont distants de 7,45 cm?

5.37 Exercice : Venus solution ►

Un astronome amateur observe Vénus avec un télescope dont l'objectif a une focale de 2,20 m et l'oculaire, une focale de 14,2 cm.

a) Si l'image finale apparaît à l'infini pour l'observateur, quel est le grossissement de ce télescope?
b) Quelle est la distance entre les deux lentilles du télescope (sa longueur)?

5.38 Exercice : Mars solution ►

Un grand télescope utilisé pour l'observation de Mars a un objectif dont la distance focale est de 18,5 m.

a) Quelle oculaire (sa focale) permet de produire une image à l'infini 750 fois plus grosse que l'objet?
b) L'image finale est-elle droite ou inversée?

5.27- a) q = –1,28 m° — b) m = 1,00° — **5.28**- a) q = –6,83 cm — b) q = –28,8 cm — c) V/A/D — **5.29**- a) d = 2,03 mm — b) m = 1,00 — **5.30**- L = 1,50 cm
5.31- a) Hypermétropie — b) V = 2,50 D — **5.32**- a) V = –0,364 D — b) d_{PR} = 36,4 cm — c) d = 38,5 cm — **5.33**- a) f_{haut} = –26,0 cm — b) d = 58,5 — c) V = –1,56 D
5.34- f = 0,111 m — **5.35**- θ' = 22,7° — **5.36**- G = -56,2 — **5.37**- l = 2,34 m — **5.38**- a) f = 2,47 cm — b) Inversée

CH 5 LA FORMATION DES IMAGES

5.1 LES OBJETS ET LES IMAGES

5.1 Solution : Réalité virtuelle retour à la question ▲

L'image est réelle et on peut la projeter.

Par définition, si l'image se forme du côté des rayons émergents, elle est réelle. Les rayons émergents convergent réellement pour produire l'image.

Pour les mêmes raisons, elle est également projetable. L'endroit où convergent les rayons émergents est l'endroit où on pourrait placer un écran pour voir nettement l'image produit.

retour à la question ▲

5.2 LES MIROIRS PLANS ET SPHÉRIQUES

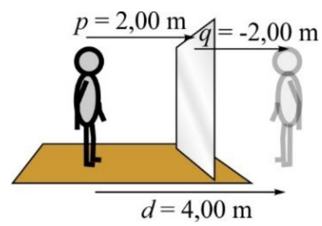
5.2 Solution : Miroir simple #1 retour à la question ▲

d = 4,00 m

Si la personne se tient à 2,00 m du miroir, on a *p* = +2,00 m. Pour un miroir plan :

$$q = -p = -2{,}00 \text{ m}$$

L'image est donc virtuelle, derrière le miroir (voir figure). Elle est donc à **4,00 m** de la personne.



retour à la question ▲

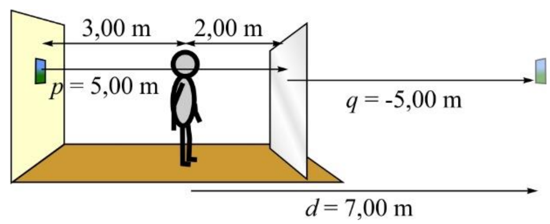
5.3 Solution : Miroir simple #2 retour à la question ▲

a) *d* = 7,00 m

L'objet, le cadre, se trouve à 5,00 m du miroir, on a donc *p* = +5,00 m. Pour un miroir plan :

$$q = -p = -5{,}00 \text{ m}$$

L'image est donc virtuelle, à 5,00 m derrière le miroir (voir figure). Elle est donc à **7,00 m** de la personne.



b) Virtuelle

On a trouvé en a) une distance *q* négative, ce qui suffit en soit à justifier que l'image est virtuelle. On peut aussi constater qu'elle est perçue comme étant derrière le miroir, ce qui en fait aussi une image virtuelle.

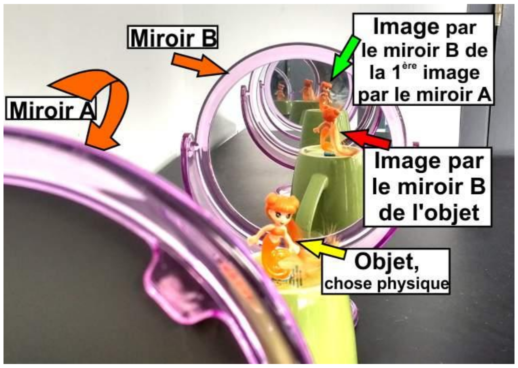
retour à la question ▲

5.4 Solution : À la chandelle

retour à la question ▲

d = 14,0 m

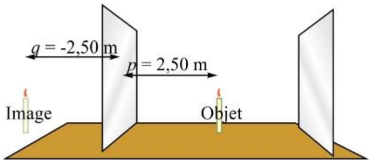
Lorsqu'un objet se trouve entre deux miroirs face à face, une multitude (infinité) d'images sont produites (voir image ci-contre).



Dans chaque miroir, on aperçoit au premier plan l'image que fait ce miroir de l'objet (flèche rouge sur la figure ci-contre). Derrière cette image, on aperçoit aussi l'image que fait ce miroir de la première image dans l'autre miroir (flèche verte), et ensuite l'image de l'image que fait l'autre miroir de la première image faite par le miroir qu'on regarde, et ainsi de suite. Chacune de ces images paraît de plus en plus loin de soi.

Dans le cas présent, on s'intéresse à l'image dans le miroir observé de la première image fait par l'autre miroir de la chandelle (l'équivalent du cas de la flèche verte).

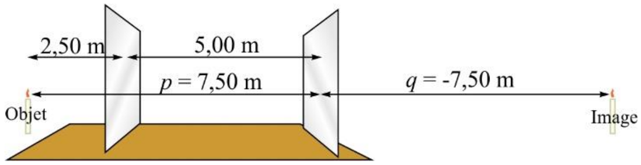
En suivant le parcours de la lumière, depuis la chandelle vers le miroir de gauche d'abord, on peut trouver la position de l'image faite par ce premier miroir. La chandelle est à 2,50 m de ce miroir (voir sur l'image ci-contre), donc p_1 = +2,50 m. La distance image de ce premier miroir est donc :



$$q_1 = -p_1 \quad = \quad -2{,}50 \text{ m}$$

Cette image devient l'objet pour la réflexion dans le second miroir (celui de droite). La distance objet est alors :

$$p_2 = 2{,}50\ m + 5{,}00\ m \quad = \quad 7{,}50\ m$$

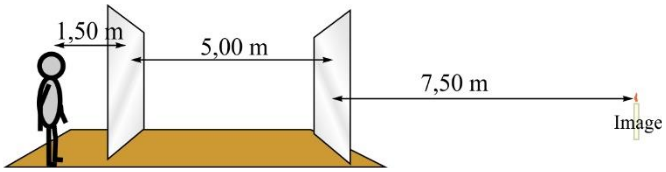


La distance image pour ce second miroir (figure ci-contre) est donc :

$$q_2 = -p_2 \quad = \quad -7{,}50 \text{ m}$$

Finalement, la distance entre cette image et l'observateur est la somme des distances entre l'observateur et le miroir de droite, et la distance du miroir à l'image :

$$d = 1{,}50 \text{ m} + 5{,}00 \text{ m} + 7{,}50 \text{ m} \quad = \quad \mathbf{14{,}0\ m}$$



retour à la question ▲

5.5 Solution : Focale d'un miroir

retour à la question ▲

a) f = 6,00 cm

La distance focale d'un miroir est donnée par $f = \frac{R}{2}$, donc :

$$f = \frac{R}{2} \quad = \quad \frac{12{,}0 \text{ cm}}{2} \quad = \quad \mathbf{6{,}00\ cm}$$

b) f = –5,00 cm

Un miroir dont le rayon de courbure est négatif est un miroir convexe. Néanmoins, on trouve sa focale par :

$$f = \frac{R}{2} \quad = \quad \frac{-10{,}0 \text{ cm}}{2} \quad = \quad \mathbf{-5{,}00\ cm}$$

c) f = –10,0 cm

Si le miroir est convexe, son rayon et sa distance focale sont nécessairement négatifs, même si on ne donne pas son rayon de courbure par une valeur négative. Ainsi, son rayon de courbure est R = –20,0 cm, et sa focale est :

$$f = \frac{R}{2} \quad = \quad \frac{-20{,}0 \text{ cm}}{2} \quad = \quad \mathbf{-10{,}0\ cm}$$

retour à la question ▲

5.6 Solution : Concave et virtuel retour à la question ▲

Non

Une image réelle signifie une distance image positive : $q > 0$. Si le miroir analysé est concave, alors son rayon et courbure et sa focale sont positifs, donc $f > 0$.

Pour déterminer si l'image produite par le miroir concave est toujours réelle, on doit s'assurer qu'il n'existe aucun contre-exemple, aucune situation pour laquelle $q < 0$. À partir de l'équation générale des miroirs et lentilles :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q} \quad \rightarrow \quad q = \frac{1}{\left(\frac{1}{f} - \frac{1}{p}\right)}$$

L'expression obtenue permet de constater que q sera négative si le terme $1/p$ est supérieur à $1/f$: $\frac{1}{p} > \frac{1}{f}$, ce qui se produit si $p < f$.

On sait donc que l'image sera virtuelle ($q < 0$) si $p < f$, ce qui constitue un contre-exemple à la vérification que l'image produite par un miroir concave est toujours réelle. Elle n'est donc pas toujours réelle.

retour à la question ▲

5.7 Solution : Miroir #1 retour à la question ▲

a) $q = 8{,}33$ cm

On connait la distance objet $p = +75{,}0$ cm. Pour connaître la distance image, on doit d'abord déterminer la focale à partir du rayon de courbure du miroir. Puisque c'est un miroir concave, le rayon (comme la focale) est positif. Ainsi :

$$f = \frac{R}{2} = \frac{15{,}0\ \text{cm}}{2} = 7{,}50\ \text{cm}$$

La distance image peut alors se calculer en isolant q dans l'équation des lentilles minces :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q} \quad \rightarrow \quad q = \frac{1}{\left(\frac{1}{f} - \frac{1}{p}\right)} = \frac{1}{\frac{1}{7{,}50\ \text{cm}} - \frac{1}{75{,}0\ \text{cm}}} = \mathbf{8{,}\overline{33}\ cm}$$

b) $m = -0{,}111$

Le grandissement m est défini par :

$$v = \frac{-q}{p} = \frac{-(8{,}\overline{33}\ \text{cm})}{75{,}0\ \text{cm}} = -0{,}\overline{111} = -\frac{1}{9}$$

c) $y_I = -0{,}444$ cm

La taille de l'image (dont l'objet mesure 4,00 cm) est liée au grandissement par :

$$m = \frac{y_I}{y_O} \quad \rightarrow \quad y_I = m y_O = -0{,}\overline{111} \times 4{,}00\ \text{cm} = -0{,}\overline{444}\ \text{cm}$$

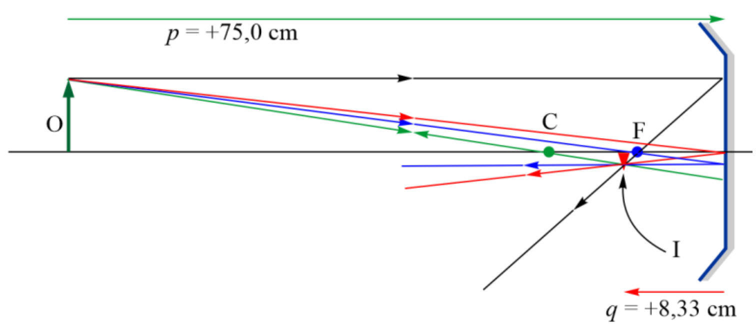
d) R/R/I

La distance image étant positive, l'image est Réelle.

Le grandissement m étant inférieur à 1 ($|m| < 1$), l'image est Réduite.

Le grandissement étant négatif, l'image est Inversée.

e) Vérifier après avoir fait votre schéma si les distances respectent les proportions des valeurs trouvées précédemment.



retour à la question ▲

5.8 Solution : Miroir #2 retour à la question ▲

a) q = –7,50 cm

On connait la distance objet p = +5,00 cm. Pour connaître la distance image, on doit d'abord déterminer la focale à partir du rayon de courbure du miroir. Puisque c'est un miroir concave, le rayon (comme la focale) est positif. Ainsi :

$$f = \frac{R}{2} = \frac{30{,}0\text{ cm}}{2} = 15{,}0\text{ cm}$$

La distance image peut alors se calculer en isolant q dans l'équation des lentilles minces :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q} \quad \Rightarrow \quad q = \frac{1}{\left(\frac{1}{f} - \frac{1}{p}\right)} = \frac{1}{\frac{1}{15{,}0\text{ cm}} - \frac{1}{5{,}00\text{ cm}}} = \mathbf{-7{,}50\text{ cm}}$$

b) m = 1,50

Le grandissement m est défini par :

$$m = \frac{-q}{p} = \frac{-(-7{,}50\text{ cm})}{5{,}00\text{ cm}} = \mathbf{1{,}50}$$

c) y_I = 3,75 cm

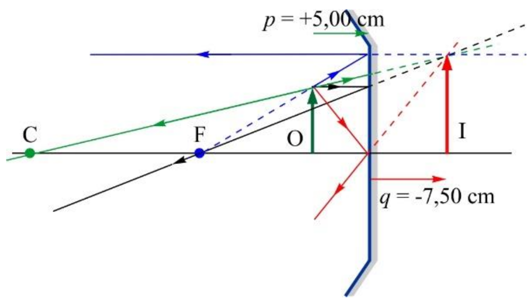
La taille de l'image (dont l'objet mesure 2,50 cm) est liée au grandissement par :

$$m = \frac{y_I}{y_O} \quad \Rightarrow \quad y_I = m y_O = 1{,}50 \times 2{,}50\text{ cm} = \mathbf{3{,}75\text{ cm}}$$

d) V/A/D

La distance image étant négative, l'image est Virtuelle.
Le grandissement m étant supérieur à 1 ($|m| > 1$), l'image est Agrandie.
Le grandissement étant positif, l'image est Droite.

e) Vérifier après avoir fait votre schéma si les distance respectent les proportions des valeurs trouvées précédemment.



retour à la question ▲

5.9 Solution : Miroir #3 retour à la question ▲

a) q = −5,77 cm

On connait la distance objet p = +25,0 cm. Pour connaître la distance image, on doit d'abord déterminer la focale à partir du rayon de courbure du miroir. Puisque c'est un miroir convexe, le rayon (comme la focale) est négatif, et ce même si l'énoncé ne donne que la grandeur. Ainsi :

$$f = \frac{R}{2} \quad = \quad \frac{-15{,}0\text{ cm}}{2} \quad = \quad -7{,}50\text{ cm}$$

La distance image peut alors se calculer en isolant q dans l'équation des lentilles minces :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q} \qquad \Rightarrow \qquad q = \frac{1}{\left(\frac{1}{f} - \frac{1}{p}\right)} \quad = \quad \frac{1}{\frac{1}{-7{,}50\text{ cm}} - \frac{1}{25{,}0\text{ cm}}} \quad = \quad \mathbf{-5{,}77\text{ cm}}$$

b) m = 0,231

Le grandissement m est défini par :

$$m = \frac{-q}{p} \quad = \quad \frac{-(-5{,}77\text{ cm})}{25{,}0\text{ cm}} \quad = \quad \mathbf{0{,}231}$$

c) y_I = 0,923cm

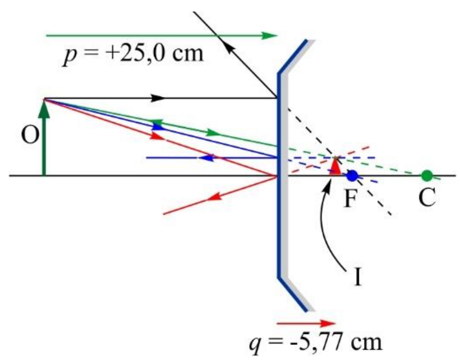
La taille de l'image (dont l'objet mesure 4,00 cm) est liée au grandissement par :

$$m = \frac{y_I}{y_O} \qquad \Rightarrow \qquad y_I = m y_O \quad = \quad 0{,}231 \times 4{,}00\text{ cm} \quad = \quad \mathbf{0{,}923\text{ cm}}$$

d) V/R/D

La distance image étant négative, l'image est Virtuelle.
Le grandissement m étant inférieur à 1 ($|m| < 1$), l'image est Réduite.
Le grandissement étant positif, l'image est Droite.

e) Vérifier après avoir fait votre schéma si les distances respectent les proportions des valeurs trouvées précédemment.



retour à la question ▲

5.10 Solution : Miroir #4

retour à la question ▲

a) q = –3,75 cm

On connait la distance objet p = +5,00 cm. Pour connaître la distance image, on doit d'abord déterminer la focale à partir du rayon de courbure du miroir. Puisque c'est un miroir convexe, le rayon (comme la focale) est négatif. Ainsi :

$$f = \frac{R}{2} = \frac{30{,}0\text{ cm}}{2} = 15{,}0\text{ cm}$$

La distance image peut alors se calculer en isolant q dans l'équation des lentilles minces :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q} \quad \Rightarrow \quad q = \frac{1}{\left(\frac{1}{f} - \frac{1}{p}\right)} = \frac{1}{\frac{1}{-15{,}0\text{ cm}} - \frac{1}{5{,}00\text{ cm}}} = \mathbf{-3{,}75\text{ cm}} \quad \Rightarrow$$

b) m = 0,750

Le grandissement m est défini par :

$$m = \frac{-q}{p} = \frac{-(-3{,}75\text{ cm})}{5{,}00\text{ cm}} = \mathbf{0{,}750}$$

c) y_I = 1,88 cm

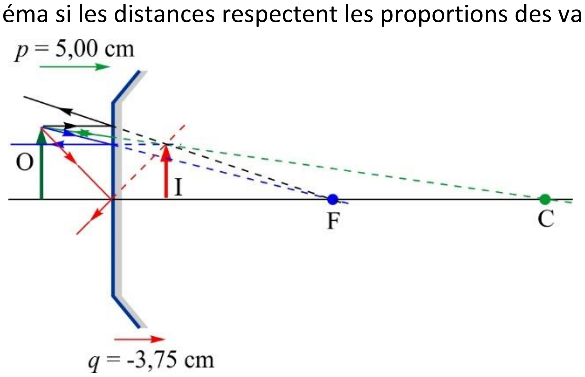
La taille de l'image (dont l'objet mesure 2,50 cm) est liée au grandissement par :

$$m = \frac{y_I}{y_O} \quad \Rightarrow \quad y_I = m y_O = 0{,}750 \times 2{,}50\text{ cm} = \mathbf{1{,}88\text{ cm}}$$

d) V/R/D

La distance image étant négative, l'image est Virtuelle.
Le grandissement m étant inférieur à 1 ($|m| < 1$), l'image est Réduite.
Le grandissement étant positif, l'image est Droite.

e) Vérifier après avoir fait votre schéma si les distances respectent les proportions des valeurs trouvées précédemment.



retour à la question ▲

5.11 Solution : Images réelles

retour à la question ▲

$f < p < 0$

On cherche à déterminer les valeurs, donc le domaine de valeurs, pour lesquelles on a $q > 0$, dans le contexte où la focale est négative (car le miroir est convexe; $f < 0$). À partir de l'équation des lentilles minces, isolons la distance image q pour cerner la valeur p correspondante :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q} \quad \rightarrow \quad q = \frac{1}{\left(\frac{1}{f} - \frac{1}{p}\right)} \tag{1}$$

Puisqu'on s'intéresse au cas d'une image réelle, on peut affirmer que $q > 0$, donc :

$$\frac{1}{\left(\frac{1}{f} - \frac{1}{p}\right)} > 0 \tag{2}$$

Isolons petit à petit la position objet p dans cette inégalité. D'abord, forcément, si la fraction est positive, le dénominateur est positif, donc :

$$\left(\frac{1}{f} - \frac{1}{p}\right) > 0 \tag{3}$$

Comme pour une égalité, la même modification des deux côtés permet de continuer l'isolation :

$$\left(\frac{1}{f} - \frac{1}{p}\right) + \frac{1}{p} > (0) + \frac{1}{p} \tag{4}$$

$$\frac{1}{f} > \frac{1}{p} \tag{5}$$

À partir d'ici, l'inégalité implique une algèbre légèrement différente.

L'inversion des deux fractions, dans le cas d'une inégalité, exige de tenir compte du signe potentiel des inconnues. On sait que la focale est négative, mais la distance objet p peut encore prendre les deux états (positive ou négative), et on doit traiter les deux cas séparément, soit $p > 0$, d'où $p = |p|$, ou alors $p < 0$, d'où $p = -|p|$.

$$\text{Si } p > 0 \quad \rightarrow \quad p = |p| \quad \rightarrow \quad \frac{1}{f} > \frac{1}{|p|} \qquad \text{Impossibilité!} \tag{6}$$

On peut déjà affirmer dans ce premier scénario qu'il y a impossibilité, car la focale négative rend impossible que $1/f$ soit supérieur à $1/|p|$ (qui est positif). Il n'y a donc aucun objet réel ($p > 0$) produisant une image réelle.

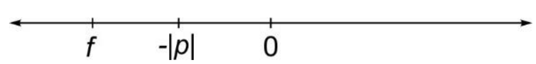
On sait alors que $p < 0$, c'est-à-dire qu'aucun objet réel ne produit une image réelle.

$$\text{Si } p < 0 \quad \rightarrow \quad p = -|p| \quad \rightarrow \quad \frac{1}{f} > \frac{1}{-|p|} \tag{7}$$

L'inversion des fractions entraîne un renversement de l'inégalité (à titre d'exemple : $\frac{2}{8} < \frac{4}{8}$ mais $\frac{8}{2} > \frac{8}{4}$). Donc, à partir de l'équation de la ligne (7) :

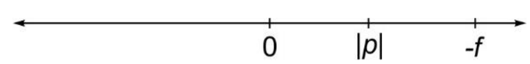
$$\frac{1}{f} > \frac{1}{-|p|} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{f} < \frac{-|p|}{1} \quad \rightarrow \quad f < -|p| \tag{8}$$

Cette inégalité peut être illustrée sur une droite des nombres :



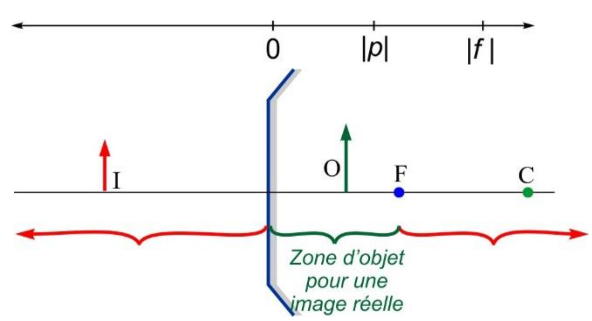
Puisque f est négatif

$$-f > |p| \tag{9}$$



La focale étant négative, on peut affirmer que $-f = |f|$, donc :

$$|f| > |p| \tag{10}$$



On voit alors que l'objet doit être plus près (du miroir) que le foyer pour satisfaire la condition de départ et produire une image réelle.

En tenant compte des signes de f et p tous deux négatifs dans la solution, on peut alors écrire, plus simplement :

$$f < p < 0 \tag{11}$$

Vérifiez ce résultat en manipulant cette application interactive en déplaçant le foyer derrière le miroir pour le rendre concave, et en déplaçant l'objet (par son extrémité) pour voir ce qu'il advient de l'image pour les différentes positions objet.

retour à la question ▲

5.4 LES LENTILLES MINCES

5.12 Solution : Lentille #1 retour à la question ▲

a) q = 45,0 cm

On connait la distance objet p = +22,5 cm. La distance focale donnée doit être du signe qui correspond au type de lentille. On indique que la lentille est convergente, qui devrait avoir une focale positive. On confirme donc que f = 15,0 cm. Ainsi, selon l'équation des lentilles minces :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q} \quad \rightarrow \quad q = \frac{1}{\left(\frac{1}{f} - \frac{1}{p}\right)} = \frac{1}{\frac{1}{15,0\text{ cm}} - \frac{1}{22,5\text{ cm}}} = \mathbf{45,0\ cm}$$

b) m = −2,00

Le grandissement m est défini par :

$$m = \frac{-q}{p} = \frac{-(45,0\text{ cm})}{22,5\text{ cm}} = \mathbf{-2,00}$$

c) y_I = 5,00 cm

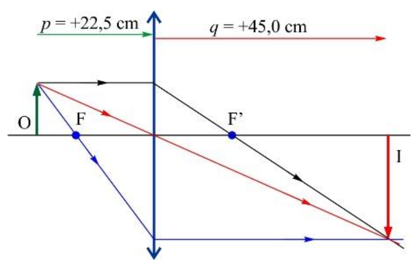
La taille de l'image (dont l'objet mesure 2,50 cm) est liée au grandissement par :

$$m = \frac{y_I}{y_O} \quad \rightarrow \quad y_I = my_O = -2,00 \times 2,50\text{ cm} = \mathbf{-5,00\ cm}$$

d) R/A/I

La distance image étant positive, l'image est Réelle.
Le grandissement m étant supérieur à 1 ($|m| > 1$), l'image est Agrandie.
Le grandissement étant négatif, l'image est Inversée.

e) Vérifier après avoir fait votre schéma si les distances respectent les proportions des valeurs trouvées précédemment.



retour à la question ▲

5.13 Solution : Lentille #2 retour à la question ▲

a) q = –35,0 cm

On connait la distance objet p = +10,5 cm. La distance focale donnée doit être du signe qui correspond au type de lentille. On indique que la lentille est convergente, qui devrait avoir une focale positive. On confirme donc que f = 15,0 cm. Ainsi, selon l'équation des lentilles minces :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q} \quad \Rightarrow \quad q = \frac{1}{\left(\frac{1}{f} - \frac{1}{p}\right)} = \frac{1}{\frac{1}{15{,}0\text{ cm}} - \frac{1}{10{,}5\text{ cm}}} = -35{,}0\text{ cm}$$

b) m = 3,33

Le grandissement m est défini par :

$$m = \frac{-q}{p} = \frac{-(-35{,}0\text{ cm})}{10{,}5\text{ cm}} = 3{,}\overline{33}$$

c) y_I = 8,33 cm

La taille de l'image (dont l'objet mesure 2,50 cm) est liée au grandissement par :

$$m = \frac{y_I}{y_O} \quad \Rightarrow \quad y_I = my_O = 3{,}\overline{33} \times 2{,}50\text{ cm} = 8{,}\overline{33}\text{ cm}$$

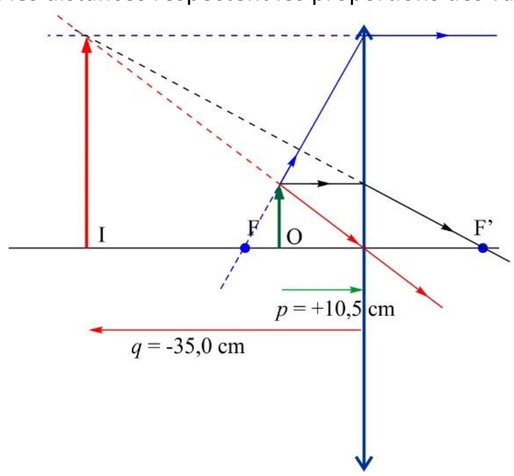
d) V/A/D

La distance image étant négative, l'image est Virtuelle.

Le grandissement m étant supérieur à 1 (|m| > 1), l'image est Agrandie.

Le grandissement étant positif, l'image est Droite.

e) Vérifier après avoir fait votre schéma si les distances respectent les proportions des valeurs trouvées précédemment.



retour à la question ▲

5.14 Solution : Lentille #3 retour à la question ▲

a) q = –9,00 cm

On connait la distance objet p = +22,5 cm. La distance focale donnée doit être du signe qui correspond au type de lentille. On indique que la lentille est divergente, qui devrait avoir une focale négative. Même si on ne donne qu'une valeur positive pour la focale, il faut considérer que f = –15,0 cm. Ainsi, selon l'équation des lentilles minces :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q} \quad \Rightarrow \quad q = \frac{1}{\left(\frac{1}{f} - \frac{1}{p}\right)} = \frac{1}{\frac{1}{-15{,}0\text{ cm}} - \frac{1}{22{,}5\text{ cm}}} = \mathbf{-9{,}00\text{ cm}}$$

b) m = 0,400

Le grandissement m est défini par :

$$m = \frac{-q}{p} = \frac{-(-9{,}00\text{ cm})}{22{,}5\text{ cm}} = \mathbf{0{,}400}$$

c) y_I = 1,00 cm

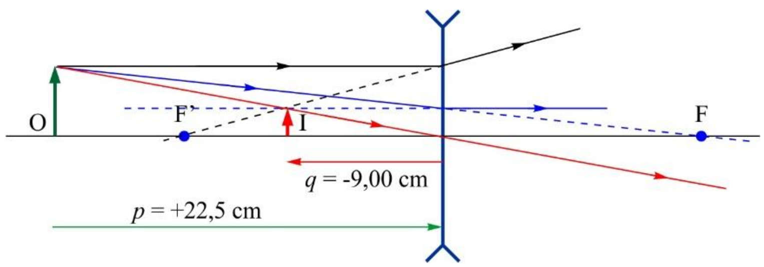
La taille de l'image (dont l'objet mesure 2,50 cm) est liée au grandissement par :

$$m = \frac{y_I}{y_O} \quad \Rightarrow \quad y_I = m y_O = 0{,}400 \times 2{,}50\text{ cm} = \mathbf{1{,}00\text{ cm}}$$

d) V/R/D

La distance image étant négative, l'image est Virtuelle.
Le grandissement m étant inférieur à 1 ($|m| < 1$), l'image est Réduite.
Le grandissement étant positif, l'image est Droite.

e) Vérifier après avoir fait votre schéma si les distances respectent les proportions des valeurs trouvées précédemment.



retour à la question ▲

5.15 Solution : Lentille #4

retour à la question ▲

a) $q = -6{,}18$ cm

On connait la distance objet p = +22,5 cm. La distance focale donnée doit être du signe qui correspond au type de lentille. On indique que la lentille est divergente, qui devrait avoir une focale négative. Même si on ne donne qu'une valeur positive pour la focale, il faut considérer que $f = -15{,}0$ cm. Ainsi, selon l'équation des lentilles minces :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q} \quad \Rightarrow \quad q = \frac{1}{\left(\frac{1}{f} - \frac{1}{p}\right)} = \frac{1}{\frac{1}{-15{,}0\text{ cm}} - \frac{1}{10{,}5\text{ cm}}} = \mathbf{-6{,}18\text{ cm}}$$

b) $m = 0{,}588$

Le grandissement m est défini par :

$$m = \frac{-q}{p} = \frac{-(-6{,}18\text{ cm})}{10{,}5\text{ cm}} = \mathbf{0{,}588}$$

c) $y_I = 1{,}47$ cm

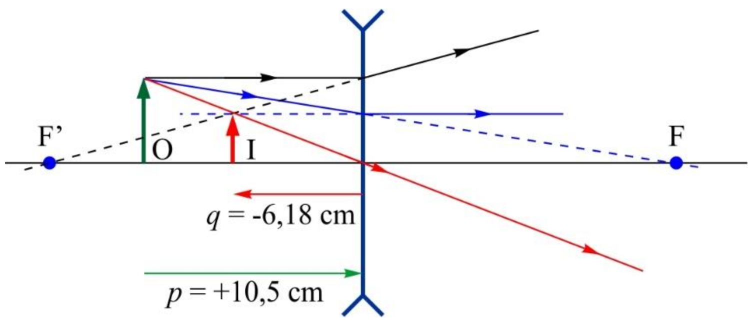
La taille de l'image (dont l'objet mesure 2,50 cm) est liée au grandissement par :

$$m = \frac{y_I}{y_O} \quad \Rightarrow \quad y_I = my_O = 0{,}588 \times 2{,}50\text{ cm} = \mathbf{1{,}47\text{ cm}}$$

d) V/R/D

La distance image étant négative, l'image est Virtuelle.
Le grandissement m étant inférieur à 1 ($|m| < 1$), l'image est Réduite.
Le grandissement étant positif, l'image est Droite.

e) Vérifier après avoir fait votre schéma si les distances respectent les proportions des valeurs trouvées précédemment.



retour à la question ▲

5.16 Solution : Variation d'indice

retour à la question ▲

a) Non

Les réflexions faites par le miroir n'obéissent qu'à la géométrie des rayons des incidents et de l'orientation de la surface rencontrée. Le rayon réfléchi fait le même angle avec la perpendiculaire à la surface que le rayon incident, peu importe l'indice de réfraction du milieu dans lequel baigne le miroir.

b) Oui

Une lentille est en réalité deux dioptres séparés par une épaisseur de verre (pour une lentille en verre). La lumière traversant une lentille subit donc deux réfractions, chacune étant tributaire de l'indice de réfraction du matériau en contact avec le matériau de la lentille. L'indice du milieu environnant a donc une influence importante.

Dans un cas limite, une lentille dans un milieu ayant le même indice de réfraction qu'elle-même ne produira aucune déviation des rayons la traversant.

retour à la question ▲

5.17 Solution : L'invention du feu retour à la question ▲

d = 18,0 cm

Le Soleil, qui fait office d'objet ici, est si loin que la distance image est pratiquement l'infini : $p = \infty$. Il n'y a qu'à calculer la distance image, où les rayons focaliseront après avoir traversé la loupe (une lentille convergent : f = +18,0 cm). Il se trouve que des rayons provenant de l'infini convergent au foyer :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q} \quad \Rightarrow \quad q = \frac{1}{\left(\frac{1}{f} - \frac{1}{p}\right)} = \frac{1}{\frac{1}{18{,}0\ \text{cm}} - \frac{1}{\infty}} = \mathbf{18{,}0\ cm}$$

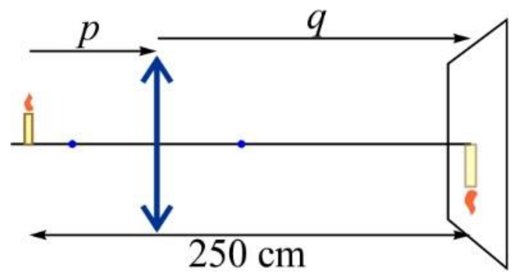
En effet, l'image se forme au foyer pour un objet situé à l'infini.

retour à la question ▲

5.18 Solution : Placer la lentille retour à la question ▲

p_1 = 58,9 cm et p_2 = 191 cm

On ignore à la fois la distance objet et la distance image, mais la distance entre la chandelle et l'écran nous apprend que la somme des deux est de 2,50 m (voir figure ci-contre) :



$$p + q = 250\ \text{cm}$$

C'est une première équation utile.

L'équation des lentilles minces est la seconde équation contenant les deux mêmes inconnues. La lentille étant convergente, la focale est f = +45,0 cm. Pour trouver p la distance entre la chandelle et la lentille, on peut remplacer q dans l'équation des lentilles par son expression en fonction de p. Selon l'équation précédente, on peut écrire :

$$q = 250\ \text{cm} - p$$

D'où :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{p} + \frac{1}{250\ \text{cm} - p}$$

$$p(250 - p) = f(250 - p) + fp$$

$$250p - p^2 = 250f - fp + fp$$

$$p^2 - 250p + 250f = 0$$

C'est une équation quadratique pour laquelle deux solutions sont possibles :

$$p = \frac{-(-250) \pm \sqrt{(-250)^2 - 4\times1\times(250f)}}{2\times1} = 125 \pm \sqrt{4\,375} \quad \begin{array}{l} \rightarrow p = \mathbf{58{,}9\ cm} \\ \rightarrow p = \mathbf{191\ cm} \end{array}$$

Il s'agit effectivement de deux solutions valides. D'ailleurs, ces deux valeurs sont le complément l'une de l'autre : le parcours des rayons étant le même si on inverse le sens de parcours de la lumière, il est logique que deux solutions fassent que la lumière émanant d'un point unique converge en un point unique.

retour à la question ▲

5.19 Solution : Focale inconnue retour à la question ▲

f = 7,32 cm

On connait la distance objet p = 10 cm et la distance image q = 27,3 cm. Il suffit d'isoler la focale f dans l'équation des lentilles minces :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q} \quad \Rightarrow \quad f = \frac{1}{\frac{1}{p} + \frac{1}{q}} = \frac{1}{\frac{1}{10\ \text{cm}} + \frac{1}{27{,}3\ \text{cm}}} = \mathbf{7{,}32\ cm}$$

retour à la question ▲

5.20 Solution : Objet doublé retour à la question ▲

f = 30 cm

Les hauteurs de l'objet et de l'image permettent de connaître le grandissement, lui-même lié aux distances objet et image :

$$m = \frac{y_I}{y_O} = \frac{-q}{p}$$

Comme on connait la distance objet p = 15,0 cm, on peut calculer q :

$$q = -p \times \frac{y_I}{y_O} = -15{,}0 \text{ cm} \times \frac{2h}{h} = -30{,}0 \text{ cm}$$

Dans l'équation des lentilles minces, la focale f est maintenant la seule inconnue :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q} \quad \Rightarrow \quad f = \frac{1}{\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{p}\right)} = \frac{1}{\left(\frac{1}{15{,}0 \text{ cm}} + \frac{1}{-30{,}0 \text{ cm}}\right)} = \mathbf{30{,}0\ cm}$$

retour à la question ▲

5.21 Solution : Pourcentage de grandissement retour à la question ▲

m = 20,0 %

On cherche le grandissement m, qui se calcule entre autres à partir des distances objet et image. $p = -4f$, alors il manque q :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q} \quad \Rightarrow \quad q = \frac{1}{\left(\frac{1}{f} - \frac{1}{p}\right)} = \frac{1}{\left(\frac{1}{f} - \frac{1}{-4f}\right)} = 0{,}8f$$

Sans avoir de valeurs numériques pour p et q, on peut alors calculer le grandissement :

$$m = \frac{-q}{p} = \frac{-0{,}8f}{-4f} = \mathbf{0{,}200}$$

En pourcentage, c'est donc dire que la taille de l'image correspond à 20,0 % de la taille de l'objet.

retour à la question ▲

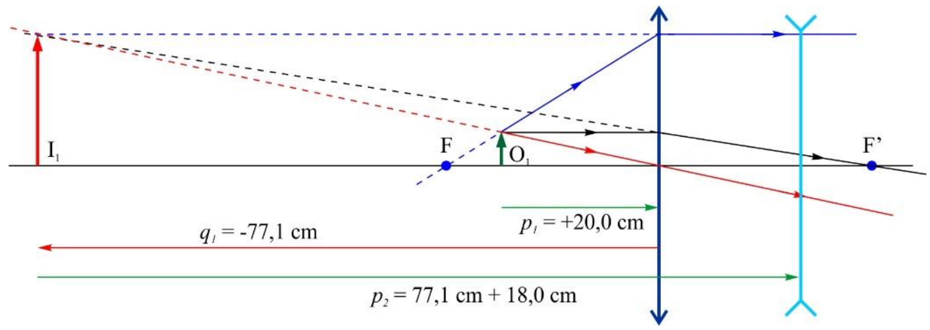
5.22 Solution : Paire de lentilles retour à la question ▲

a) $d_{O1\to I2}$ = 25,0 cm

La distance objet pour la première lentille est p_1 = +20,0 cm. L'image de cette première lentille, dont la focale est f_1 = +27,0 cm, est :

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{q_1} \quad \Rightarrow \quad q_1 = \frac{1}{\frac{1}{f_1} - \frac{1}{p_1}} \quad = \quad \frac{1}{\frac{1}{27{,}0\text{ cm}} - \frac{1}{20{,}0\text{ cm}}} \quad = \quad -77{,}1\text{ cm}$$

Cette image se trouve 77,1 cm devant la lentille (du même côté que l'objet) et devient l'objet pour la seconde lentille qui se trouve à d = 18,0 cm plus loin (voir figure qui suit).



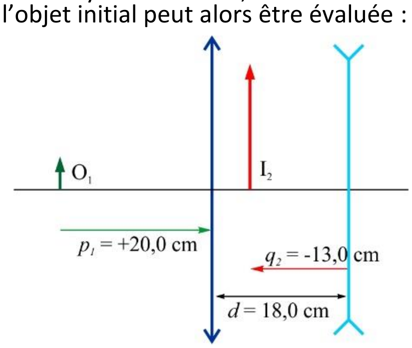
La distance objet p_2 est donc donnée par :

$$p_2 = d - q_1 \quad = \quad 18{,}0\text{ cm} - (-77{,}1\text{ cm}) \quad = \quad 95{,}1\text{ cm}$$

En appliquant à nouveau l'équation des lentilles minces :

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{q_2} \quad \Rightarrow \quad q_2 = \frac{1}{\frac{1}{f_2} - \frac{1}{p_2}} \quad = \quad \frac{1}{\frac{1}{-15{,}0\text{ cm}} - \frac{1}{95{,}1\text{ cm}}} \quad = \quad -13{,}0\text{ cm}$$

Cette image, virtuelle, se trouve du côté des rayons incidents, donc encore à gauche de la 2e lentille, selon le schéma ci-haut. La distance entre l'image finale et l'objet initial peut alors être évaluée :



$$d_{O1\to I2} = 20{,}0\text{ cm} + 18{,}0\text{ cm} - 13{,}0\text{ cm} \quad = \quad \mathbf{25{,}0\text{ cm}}$$

b) y_{I2} = 1,44 cm

Les dimensions de l'image finale sont liées au grandissement total et aux dimensions de l'objet de départ par :

$$m_{tot} = \frac{y_{I_2}}{y_{O_1}} \quad \Rightarrow \quad y_{I_2} = m_{tot} \times y_{O_1}$$

Le grandissement total est aussi donné par le produit des grandissements successifs, liés aux distances objet et image :

$$m_{tot} = m_1 \times m_2 \quad = \quad \frac{-q_1}{p_1} \times \frac{-q_2}{p_2} \quad = \quad \frac{-(-77{,}1\text{ cm})}{20{,}0\text{ cm}} \times \frac{-(-13{,}0\text{ cm})}{95{,}1\text{ cm}} \quad = \quad 0{,}525$$

Finalement :

$$y_{I_2} = m_{tot} \times y_{O_1} \quad = \quad 0{,}525 \times 2{,}75\text{ cm} \quad = \quad \mathbf{1{,}44\text{ cm}}$$

retour à la question ▲

5.23 Solution : Image sur objet retour à la question ▲

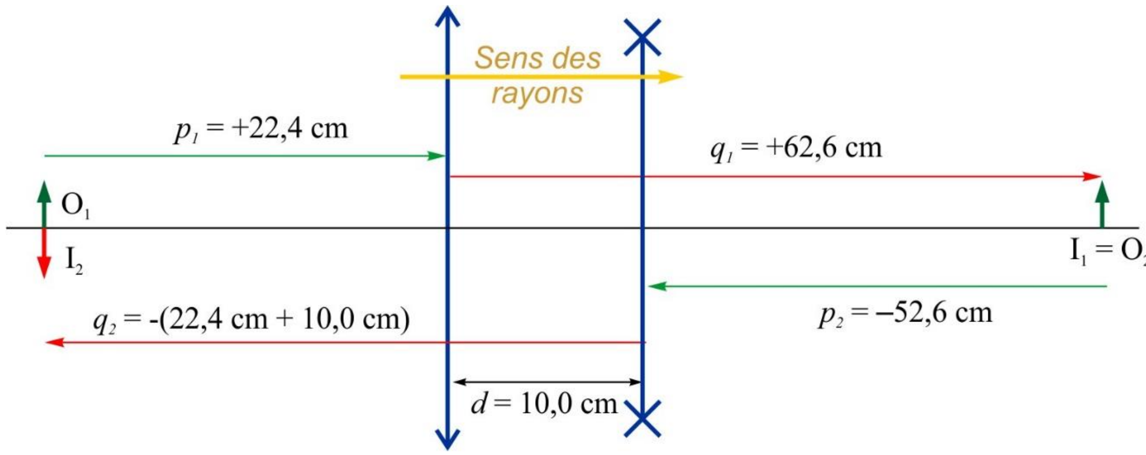
$f_2 = -20{,}1$ cm

Traitons d'abord l'effet de la première lentille, pour laquelle $f_1 = +16{,}5$ cm et $p_1 = 22{,}4$ cm :

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{q_1} \rightarrow \quad q_1 = \frac{1}{\frac{1}{f_1} - \frac{1}{p_1}} \quad = \quad \frac{1}{\frac{1}{16{,}5\text{ cm}} - \frac{1}{22{,}4\text{ cm}}} \quad = \quad 62{,}6\text{ cm}$$

Il s'agit d'une image réelle, 62,6 cm plus loin que la lentille. La seconde lentille, 10,0 cm plus loin que la première, n'est donc qu'à 52,6 cm de l'image I_1. Cette image I_1 devient l'objet O_2 pour la deuxième lentille et est quand même au-delà de la lentille, ce qui en fait un objet virtuel : $p_2 = -52{,}6$ cm.

$$p_2 = d - q_1 \quad = \quad 10{,}0\text{ cm} - 62{,}6\text{ cm} \quad = \quad -52{,}6\text{ cm}$$



On veut que l'effet de la seconde lentille soit de placer l'image finale I_2 au même endroit que l'objet initial, donc à une distance image $q_2 = -32{,}4$ cm.

$$|q_2| = p_1 + d \quad = \quad 22{,}4\text{ cm} + 10{,}0\text{ cm} \quad = \quad 32{,}4\text{ cm}$$

Ce sera une image virtuelle car elle ne se trouve pas du côté vers lequel les rayons émergent de la seconde lentille, d'où $q_2 = -32{,}4$ cm.

Le traitement de la seconde lentille permet de déterminer la focale f_2 qui remplit les conditions :

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{q_2} \quad \rightarrow \quad f_2 = \frac{1}{\frac{1}{p_2} + \frac{1}{q_2}} \quad = \quad \frac{1}{\frac{1}{-52{,}6\text{ cm}} - \frac{1}{-32{,}4\text{ cm}}} \quad = \quad \mathbf{-20{,}1\text{ cm}}$$

La focale de la lentille requise est $-20{,}1$ cm, ce qui en fait une lentille divergente.

retour à la question ▲

5.24 Solution. : Aller-retour retour à la question ▲

a) x = 16,7 cm

La lumière émise par l'objet et traversant la lentille atteint le miroir, et revient vers la lentille pour une troisième interaction. À chaque étape, l'image obtenue devient l'objet pour l'étape suivante.

Pour la première interaction avec la lentille, où p_1 = 15,0 cm et f_1 = +20,0 cm :

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{q_1} \Rightarrow \quad q_1 = \frac{1}{\frac{1}{f_1} - \frac{1}{p_1}} = \frac{1}{\frac{1}{20\text{ cm}} - \frac{1}{15{,}0\text{ cm}}} = -60{,}0\text{ cm} \Rightarrow$$

Cette image est à 60,0 cm de la lentille, donc à x = –45,0 cm. Pour le miroir à x = 25,0 cm, la distance objet est donc p_2 = +70,0 cm (car l'objet est bien du côté des rayons incidents qui vont encore vers la droite). Pour le miroir, concave, dont le rayon de courbure est de 15,0 cm, la focale est $f_2 = R/2$ = +7,50 cm. L'image qu'il produit est évaluée par :

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{q_2} \quad \Rightarrow \quad q_2 = \frac{1}{\frac{1}{f_2} - \frac{1}{p_2}} = \frac{1}{\frac{1}{7{,}50\text{ cm}} - \frac{1}{70{,}0\text{ cm}}} = 8{,}40\text{ cm}$$

Cette image, réelle, à 8,40 cm devant le miroir (du côté des rayons réfléchis), se trouve donc à la position :

$$x_{I_2} = 25{,}0\text{ cm} - 8{,}40\text{ cm} = 16{,}6\text{ cm}$$

La lumière qui se dirige vers x^- rencontre alors à nouveau la lentille, toujours située à 15,0 cm. L'image faite par le miroir étant l'objet pour la dernière interaction avec la lentille, on a p_3 = 1,60 cm :

$$\frac{1}{f_3} = \frac{1}{p_3} + \frac{1}{q_3} \quad \Rightarrow \quad q_3 = \frac{1}{\frac{1}{f_3} - \frac{1}{p_3}} = \frac{1}{\frac{1}{20{,}0\text{ cm}} - \frac{1}{1{,}60\text{ cm}}} = -1{,}74\text{ cm}$$

Cette dernière image se trouve à 1,74 cm de la lentille, du côté opposé aux rayons émergents, donc vers x^+ par rapport à la lentille. Sa position est donc :

$$x_{I_3} = 15{,}0\text{ cm} + 1{,}74\text{ cm} = \mathbf{16{,}7\text{ cm}}$$

b) m = –0,522

Le grandissement total est donné par le produit des grandissements successifs, liés aux distances objet et image :

$$m_{tot} = m_1 \times m_2 \times m_3 = \frac{-q_1}{p_1} \times \frac{-q_2}{p_2} \times \frac{-q_3}{p_3} = \frac{-(-60{,}0\text{ cm})}{15{,}0\text{ cm}} \times \frac{-(8{,}40\text{ cm})}{70{,}0\text{ cm}} \times \frac{-(-1{,}74\text{ cm})}{1{,}60\text{ cm}} = -0{,}522$$

c) V/R/I

C'est la valeur de la dernière distance image qui définit si l'image est réelle ou virtuelle. Puisque $q_3 < 0$, l'image est Virtuelle.

Le grandissement m étant inférieur à 1 ($|m| < 1$), l'image est Réduite.

Le grandissement étant négatif, l'image est Inversée.

retour à la question ▲

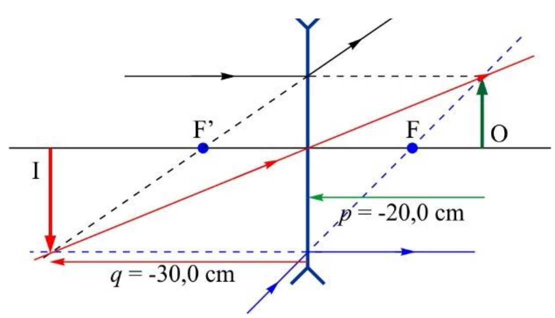
5.25 Solution : Tracé virtuel retour à la question ▲

a) q = –30,0 cm

Si la lentille est divergente, sa focale doit être négative; donc f = –12,0 cm. Si l'objet est virtuel, la distance objet doit être négative également, donc p = –20,0 cm. Donc :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q} \quad \Rightarrow \quad q = \frac{1}{\left(\frac{1}{f} - \frac{1}{p}\right)} = \frac{1}{\frac{1}{-12{,}0\text{ cm}} - \frac{1}{-20{,}0\text{ cm}}} = -30{,}0\text{ cm}$$

b)



retour à la question ▲

5.26 Solution : Inversion de la lentille retour à la question ▲

On peut déterminer tout de suite la distance image ainsi que les propriétés de l'image. Le tracé de rayons devrait alors valider ces résultats.

a) q = 2L, R/=/I

La lentille est convergente; sa focale est donc f = +L. Avec p = +2L :

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{p}+\frac{1}{q} \quad \Rightarrow \quad q=\frac{1}{\left(\frac{1}{f}-\frac{1}{p}\right)} \quad = \quad \frac{1}{\frac{1}{L}-\frac{1}{2L}} \quad = \quad +2L$$

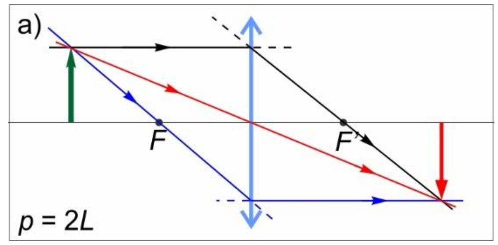
Les propriétés de l'image :

$q>0$ ➔ Réelle

$m=\frac{-q}{p} \quad = \quad \frac{-2L}{2L} \quad = \quad -1$

$|m|=1$ ➔ ni Agrandie, ni Réduite. (=)

$m<0$ ➔ Inversée



b) q = –2L/3, V/R/D

La lentille est divergente; sa focale est donc f = –L. Aussi, pour une lentille divergente, le foyer image (F') ne se trouve pas du côté émergent mais du côté incident. L'identification des foyers étant importante dans le traçage des rayons, on sait alors que le foyer objet est à droite et le foyer image à gauche.

Avec p = +2L :

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{p}+\frac{1}{q} \quad \Rightarrow \quad q=\frac{1}{\left(\frac{1}{f}-\frac{1}{p}\right)} \quad = \quad \frac{1}{\frac{1}{-L}-\frac{1}{2L}} \quad = \quad -\frac{2L}{3}$$

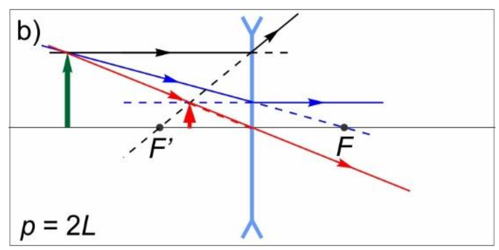
Les propriétés de l'image :

$q<0$ ➔ Virtuelle

$m=\frac{-q}{p} \quad = \quad \frac{-\left(\frac{-2L}{3}\right)}{2L} \quad = \quad +\frac{1}{3}$

$|m|<1$ ➔ Réduite

$m>0$ ➔ Droite



c) q = L/2, R/R/D

On doit ici réaliser que l'objet est virtuel, car la distance objet est négative (car L a été défini comme une distance, donc positif). L'objet étant virtuel (p < 0) et étant situé à gauche de la lentille, les rayons incidents doivent provenir de la droite pour respecter les propriétés de l'objet.

Aussi, l'identification des foyers est importante dans le traçage des rayons. Pour une lentille convergente, le foyer image (F') est du côté des rayons émergents, donc à gauche en l'occurrence. Le foyer objet est à droite.

La lentille est convergente; sa focale est donc f = +L. Avec p = –L :

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{p}+\frac{1}{q} \quad \Rightarrow \quad q=\frac{1}{\left(\frac{1}{f}-\frac{1}{p}\right)} \quad = \quad \frac{1}{\frac{1}{L}-\frac{1}{-L}} \quad = \quad +\frac{L}{2}$$

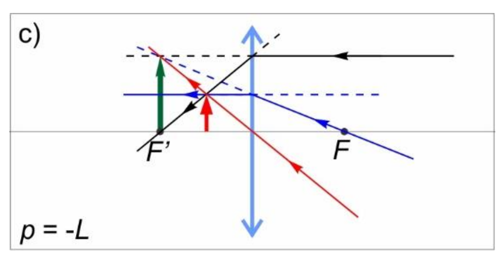
Les propriétés de l'image :

$q>0$ ➔ Réelle

$m=\frac{-q}{p} \quad = \quad \frac{-\left(\frac{L}{2}\right)}{-L} \quad = \quad +\frac{1}{2}$

$|m|<1$ ➔ Réduite

$m>0$ ➔ Droite



d) q = ±∞, Ø/A/Ø

La lentille est divergente; sa focale est donc f = –L. Avec p = –L :

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{p}+\frac{1}{q} \quad \Rightarrow \quad q=\frac{1}{\left(\frac{1}{f}-\frac{1}{p}\right)} \quad = \quad \frac{1}{\frac{1}{-L}-\frac{1}{-L}} \quad = \quad \frac{1}{0} \quad = \quad +\infty$$

Les rayons émergents sont parallèles; ils ne se rencontrent jamais ni d'un côté ni de l'autre. On considère alors que l'image est à une distance infinie, et on ne peut déterminer de quel côté elle se trouve.

Aussi, pour une lentille divergente, le foyer image (F') ne se trouve pas du côté émergent mais du côté incident. L'identification des foyers étant importante dans le traçage des rayons, on sait alors que le foyer objet est à droite.

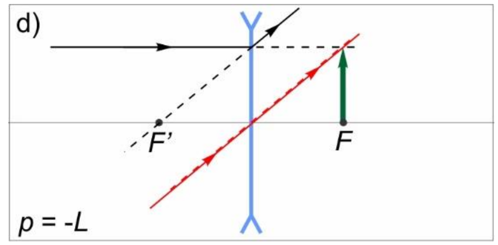
Les propriétés de l'image :

$$q \overset{?}{<>} 0 \quad \rightarrow \quad \text{ni Réelle, ni Virtuelle (indéterminé, Ø)}$$

$$m = \frac{-q}{p} = \frac{-(\pm\infty)}{-L} = \pm\infty$$

$$|m| > 1 \quad \rightarrow \quad \text{Agrandie}$$

$$m \overset{?}{<>} 0 \quad \rightarrow \quad \text{ni Droite, ni Inversée (indéterminé, Ø)}$$



retour à la question ▲

5.3 LES DIOPTRES

5.27 Solution : La piscine retour à la question ▲

a) $q = -1{,}28$ m

Pour un dioptre, on doit tenir compte des indices de réfraction des deux milieux impliqués. Puisque la lumière passe de l'eau à l'air, l'indice n_1 est celui de l'eau et n_2 celui de l'air. La pièce de monnaie est un objet réel, du côté des rayons incidents, donc $p = 1{,}70$ m, et le rayon de courbure, pour une surface plane, est l'infini. L'équation des dioptres permet alors d'isoler et calculer la distance image q :

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

$$q = \frac{n_2}{\frac{n_2 - n_1}{R} - \frac{n_1}{p}} = \frac{1}{\frac{1 - 1{,}333}{\infty} - \frac{1{,}333}{1{,}70\text{ m}}} = -1{,}28\text{ m}$$

b) $m = 1{,}00$

Le grandissement m est défini par :

$$m = -\frac{n_1}{n_2} \times \frac{q}{p} = -\frac{1{,}333}{1} \times \frac{(-1{,}28\text{ m})}{1{,}70\text{ m}} = 1{,}00$$

retour à la question ▲

5.28 Solution : Le chat et le poisson retour à la question ▲

a) q = –6,83 cm

Du point de vue du chat, la lumière voyage du poisson (dans l'eau, n_1 = 1,333, p = +8,00 cm) vers le chat (dans l'air, n_2 = 1). Aussi, le rayon de courbure, pour ce parcours de la lumière, est négatif, car le centre de courbure n'est pas du côté des rayons émergents. La distance image q selon l'équation des dioptres, admet :

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

$$q = \frac{n_2}{\frac{n_2 - n_1}{R} - \frac{n_1}{p}} = \frac{1}{\frac{1 - 1{,}333}{-16{,}4\text{ cm}} - \frac{1{,}333}{8{,}00\text{ cm}}} = \mathbf{-6{,}83\text{ cm}}$$

b) q = –28,8 cm

Du point de vue du poisson, la lumière voyage du chat (dans l'air, n_1 = 1, p = +15,0 cm) vers le poisson (dans l'eau, n_2 = 1,333). Aussi, le rayon de courbure, pour ce parcours de la lumière, est positif, car le centre de courbure est du côté des rayons émergents (qui entrent dans l'eau). La distance image q selon l'équation des dioptres, admet :

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

$$q = \frac{n_2}{\frac{n_2 - n_1}{R} - \frac{n_1}{p}} = \frac{1}{\frac{1{,}333 - 1}{+16{,}4\text{ cm}} - \frac{1}{15{,}0\text{ cm}}} = \mathbf{-28{,}8\text{ cm}}$$

c) V/A/D

La distance image étant négative, l'image est Virtuelle.

Le grandissement m doit être calculé pour déterminer les autres propriétés de l'image :

$$m = -\frac{n_1}{n_2} \times \frac{q}{p} = -\frac{1}{1{,}333} \times \frac{(-28{,}8\text{ cm})}{15{,}0\text{ m}} = \mathbf{1{,}44}$$

Le grandissement étant supérieur à 1 (|m| > 1), l'image est Agrandie.

Le grandissement étant positif, l'image est Droite.

retour à la question ▲

5.29 Solution : La fenêtre retour à la question ▲

a) 2,03 mm

La lumière traversant une fenêtre pour parvenir jusqu'à nos yeux traverse en réalité deux dioptres (entrée et sortie de la lame de verre).

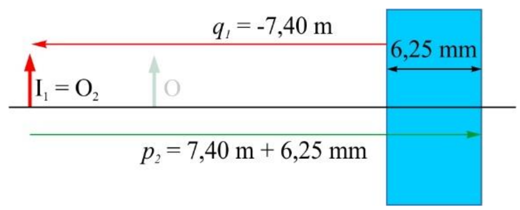
Le premier dioptre est la face extérieure de la fenêtre, où la lumière passe de l'air (n_a = 1) au verre (n_v = 1,48). L'objet se trouvant à 5,00 m de cette face, on a p_1 = +5,00 m. Le rayon de courbure, pour une surface plane, est l'infini. La distance image q_1 selon l'équation des dioptres, admet donc :

$$\frac{n_1}{p}+\frac{n_2}{q}=\frac{n_2-n_1}{R} \quad \rightarrow \quad \frac{n_a}{p_1}+\frac{n_v}{q_1}=\frac{n_v-n_a}{R}$$

$$q_1=\frac{n_v}{\frac{n_v-n_a}{R}-\frac{n_a}{p_1}} = \frac{1{,}48}{\frac{1{,}48-1}{\infty}-\frac{1}{5{,}00\text{ m}}} = -7{,}40\text{ cm}$$

Cette distance étant négative, l'image faite par le premier dioptre (I_1) est virtuelle, du côté des rayons incidents. Elle devient l'objet pour le second dioptre (O_2), 6,25 mm plus loin que la première face, et la distance image p_2 est donc 7,40 m + 6,25 mm :

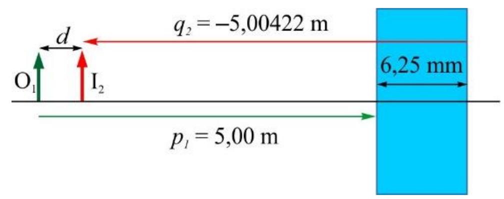
$$p_2=d-q_1 = 6{,}25\text{ mm}+7{,}40\text{ m} = 7{,}40625\text{ m}$$



La figure ci-contre illustre les distances impliquées (en exagérant l'épaisseur du verre pour bien le distinguer.

Le second dioptre a également un rayon infini (surface plane), mais la lumière passe alors du verre (n_v = 1,48) à l'air (n_a = 1). Pour utiliser les mêmes indices que dans l'équation des dioptres, n_v sera l'indice du milieu incident (donc n_1 dans l'équation originale) et n_a l'indice du milieu émergent (n_2 dans l'équation originale). La distance image q_2 est alors :

$$q_2=\frac{n_a}{\frac{n_a-n_v}{R}-\frac{n_v}{p}} = \frac{1}{\frac{1-1{,}48}{\infty}-\frac{1{,}48}{7{,}40625\text{ m}}} = -5{,}00422\text{ cm}$$



Cette image finale I_2 se trouve à 5,0042 m du second dioptre, lui-même à 6,25 mm du premier. Le premier dioptre étant à 5,00 m de l'objet initial (O_1), on peut calculer la distance entre l'objet O_1 et l'image I_2. La figure ci-contre illustre les positions relatives (en exagérant l'espacement entre l'objet et l'image pour les distinguer) :

$$d = 5{,}00\text{ m}+0{,}006\,25\text{ m}-5{,}004\,22\text{ m} = \mathbf{2{,}03\text{ mm}}$$

C'est un rapprochement très petit, ce qui est cohérent avec le fait que les objets qu'on regarde par la fenêtre ne nous paraissent rapprochés ni éloignés par l'effet de la fenêtre.

b) m = 1,00

Le grandissement produit en deux étapes par les deux dioptres est le produit des grandissements successifs. En prenant soin d'inverser les indices dans pour le deuxième grandissement car la lumière passe d'un milieu d'indice n_2 à un milieu d'indice n_1 :

$$m_{tot}=m_1+m_2 = \left(-\frac{n_1}{n_2}\cdot\frac{q_1}{p_1}\right)\times\left(-\frac{n_2}{n_1}\cdot\frac{q_2}{p_2}\right) = \left(-\frac{1}{1{,}48}\cdot\frac{-7{,}40\text{ m}}{5{,}00\text{ m}}\right)\times\left(-\frac{1{,}48}{1}\cdot\frac{-5{,}004\,22\text{ m}}{-7{,}406\,25\text{ m}}\right) = \mathbf{1{,}00}$$

En effet, le grandissement est nul, ce qui est cohérent avec le fait que les objets qu'on regarde par la fenêtre ne nous paraissent pas agrandis par l'effet de la fenêtre. Un dioptre plan peut créer au plus un effet de rapprochement, mais pas de grandissement. Le second dioptre de la fenêtre annule cet effet de rapprochement (avec un effet d'éloignement presque identique, mais aucun grandissement résultant (des dioptres sphériques produiraient quant à eux du grandissement).

retour à la question ▲

5.30 Solution : Longueur dans l'eau retour à la question ▲

L' = 1,50 cm

La longueur apparente de la tige est la distance entre les images des deux extrémités. Sa longueur réelle est la distance entre les deux objets, les extrémités elles-mêmes. Développons l'équation qu'on pourra appliquer pour les deux extrémités.

La lumière passe de l'eau (n_1 = 1,333) à l'air (n_2 = 1). Les objets se trouvent à 1,00 cm et 3,00 cm de la surface, on a donc p_1 = +1,00 cm et p_2 = +3,00 cm. Le rayon de courbure, pour une surface plane, est l'infini. La distance image q selon l'équation des dioptres, admet donc :

$$\frac{n_1}{p}+\frac{n_2}{q}=\frac{n_2-n_1}{R}$$

$$q_1=\frac{n_2}{\frac{n_2-n_1}{R}-\frac{n_1}{p}}\quad=\quad\frac{1}{\frac{1-1{,}333}{\infty}-\frac{1{,}333}{1{,}00\text{ cm}}}\quad=\quad-0{,}750\text{ cm}$$

$$q_2=\frac{n_2}{\frac{n_2-n_1}{R}-\frac{n_1}{p}}\quad=\quad\frac{1}{\frac{1-1{,}333}{\infty}-\frac{1{,}333}{3{,}00\text{ cm}}}\quad=\quad-2{,}25\text{ cm}$$

La longueur apparente de la tige est la distance entre ces deux images (la tige semble rapprochée de la surface, tout comme elle semble plus courte) :

$$L'=|q_1-q_2|\quad=\quad|(-0{,}750\text{ cm})-(-2{,}25\text{ cm})|\quad=\quad\mathbf{1{,}50\text{ cm}}$$

retour à la question ▲

5.4 L'OEIL

5.31 Solution : Embrouillé retour à la question ▲

a) Hypermétropie

Selon l'énoncé, la personne voit bien les objets s'ils sont au-delà de 68,0 cm. L'œil ne peut faire correctement la mise au point d'objets plus rapprochés. C'est donc le punctum proximum qui est situé à 68,0 cm. Le fait que l'œil ait besoin d'accommodation pour bien voir les objets éloignés écarte la possibilité de la presbytie, car si le presbyte a besoin de correction pour la vision rapprochée, la vision éloignée n'est pas affectée. Il reste donc l'hypermétropie pour correspondre aux symptômes décrits.

b) On cherche une lentille (assumée collée sur l'œil) telle qu'un objet à +25,0 cm (objet qu'il ne peut voir bien) paraîtra pour l'utilisateur à 68,0 cm devant lui (distance à laquelle il voit les choses nettement), c'est-à-dire une image virtuelle à q = –68,0 cm. À l'aide de l'équation des lentilles minces, trouvons d'abord sa focale :

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{p}+\frac{1}{q}\quad\Rightarrow\quad f=\frac{1}{\left(\frac{1}{p}+\frac{1}{q}\right)}\quad=\quad\frac{1}{\frac{1}{25{,}0\text{ cm}}+\frac{1}{-68{,}0\text{ cm}}}\quad=\quad39{,}5\text{ cm}$$

On peut maintenant calculer la vergence de cette lentille. Attention, la distance focale doit être exprimée en mètres pour obtenir la vergence en dioptries sans conversion :

$$V=\frac{1}{f}\quad=\quad\frac{1}{39{,}5\text{ cm}}\quad=\quad\frac{1}{0{,}395\text{ m}}\quad=\quad\mathbf{2{,}53\text{ D}}$$

Si on arrondit cette valeur au quart près pour l'exprimer dans un format familier au domaine de l'optométrie, on trouve V = 2,50 D.

retour à la question ▲

5.32 Solution : Monsieur Beauregard retour à la question ▲

a) V = –0,364 D, une lentille divergente

La distance focale peut se calculer à partir de la vergence directement :

$$V = \frac{1}{f} \quad \Rightarrow \quad f = \frac{1}{V} \quad = \quad \frac{1}{-2{,}75\ \mathrm{D}} \quad = \quad -\,0{,}\overline{36}\ \mathbf{m}$$

La vergence étant négative, il s'agit d'une lentille divergente.

b) d_{PR} = 36,4 cm

Si les verres décrits corrigent parfaitement sa vision, ça signifie qu'ils font en sorte que les objets à l'infini ($p = \infty$) apparaissent pour Monsieur Beauregard précisément à son punctum remotum; celui-ci coïncide alors avec la distance image. On cherche donc q à l'aide de l'équation des lentilles minces :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q} \quad \Rightarrow \quad q = \frac{1}{\left(\frac{1}{f} - \frac{1}{p}\right)} \quad = \quad \frac{1}{\frac{1}{-36{,}\overline{36}\ \mathrm{cm}} - \frac{1}{\infty}} \quad = \quad -\,36{,}\overline{36}\ \mathrm{cm}$$

La distance image est négative, ce qui correspond bien à l'effet d'une lentille divergente pour un objet plus éloignée que la distance focale. La distance du punctum remotum s'exprime par contre par une valeur positive, donc d_{PR} = **36,4 cm**.

c) d = 38,5 cm

Le fait de porter des verres pour la vision éloignée modifie quand même la vision rapprochée même si ce n'est pas leur rôle.

Les verres de Monsieur Beauregard ont pour effet de faire paraître les choses plus près qu'elles ne sont en réalité. Si ses yeux sans verres correcteurs peuvent voir bien les choses à partir de 18,7 cm, on veut calculer où se trouvent les objets (p) qui paraissent à cet endroit (q = –18,7 cm) :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q} \quad \Rightarrow \quad p = \frac{1}{\left(\frac{1}{f} - \frac{1}{q}\right)} \quad = \quad \frac{1}{\frac{1}{-36{,}\overline{36}\ \mathrm{cm}} - \frac{1}{-18{,}7\ \mathrm{cm}}} \quad = \quad \mathbf{38{,}5\ cm}$$

Les objets à 38,5 cm devant Monsieur Beauregard lui paraissent être à 18,7 cm devant lui. Tout objet plus près de lui que 38,5 cm produirait une image plus près de lui que sont punctum proximum et ne pourrait être vu nettement.

retour à la question ▲

5.33 Solution : Foyers progressifs retour à la question ▲

a) $f_{haut} = -26{,}0$ cm

La partie du haut sert à corriger la vision éloignée, donc à permettre à la personne de voir nettement les objets à l'infini ($p = \infty$) en les faisant paraître comme étant au punctum remotum à 26,0 cm ($q = -26{,}0$ cm). La focale se calcule alors par :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q} \quad \Rightarrow \quad f = \frac{1}{\left(\frac{1}{p}+\frac{1}{q}\right)} \quad = \quad \frac{1}{\frac{1}{\infty}+\frac{1}{-26{,}0\ \text{cm}}} \quad = \quad -26{,}0\ \text{cm}$$

On peut maintenant calculer la vergence de cette lentille. Attention, la distance focale doit être exprimée en mètres pour obtenir la vergence en dioptries sans conversion :

$$V = \frac{1}{f} \quad = \quad \frac{1}{-26{,}0\ \text{cm}} \quad = \quad \frac{1}{-0{,}260\ \text{m}} \quad = \quad \mathbf{-3{,}85\ D}$$

b) $d = 58{,}5$ cm

Le punctum proximum réel de cette personne est à 18,0 cm devant elle. C'est le plus près où un ses yeux peuvent voir nettement quelque chose. S'il regarde à travers les verres, c'est l'image qui est vue; cette image doit donc être au plus près à 18,0 cm ($q = -18{,}0$ cm). L'emplacement de l'objet, vu à travers la portion de lentille dont la focale est –26,0 cm, est donné par l'équation des lentilles minces :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q} \quad \Rightarrow \quad p = \frac{1}{\left(\frac{1}{f}-\frac{1}{q}\right)} \quad = \quad \frac{1}{\frac{1}{-26{,}0\ \text{cm}}-\frac{1}{-18{,}0\ \text{cm}}} \quad = \quad \mathbf{58{,}5\ cm} \Rightarrow$$

Ce n'est évidemment pas idéal de regarder des objets rapprochés à travers la portion du haut, destinée à bien voir au loin.

c) $V = -1{,}56$ D

On cherche la vergence d'une lentille (assumée collée sur l'œil) telle qu'un objet à +25,0 cm (objet qu'il ne peut voir bien) paraîtra pour l'utilisateur à 18,0 cm devant lui (distance de son réel punctum proximum), c'est-à-dire une image virtuelle à $q = -18{,}0$ cm. À l'aide de l'équation des lentilles minces, trouvons d'abord sa focale :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q} \quad \Rightarrow \quad f = \frac{1}{\left(\frac{1}{p}+\frac{1}{q}\right)} \quad = \quad \frac{1}{\frac{1}{25{,}0\ \text{cm}}+\frac{1}{-18{,}0\ \text{cm}}} \quad = \quad -64{,}3\ \text{cm}$$

On peut maintenant calculer la vergence de cette lentille. Attention, la distance focale doit être exprimée en mètres pour obtenir la vergence en dioptries sans conversion :

$$V = \frac{1}{f} \quad = \quad \frac{1}{-64{,}3\ \text{cm}} \quad = \quad \frac{1}{-0{,}643\ \text{m}} \quad = \quad \mathbf{-1{,}\overline{55}\ D}$$

retour à la question ▲

5.5 LES INSTRUMENTS D'OPTIQUE

5.34 Solution : Focale de loupe retour à la question ▲

$f = 0{,}111$ m

Pour une loupe, le grossissement commercial est lié à la focale par :

$$G_\infty = \frac{0{,}25\ \text{m}}{f} \Rightarrow \quad f = \frac{0{,}25\ \text{m}}{G_\infty} \quad = \quad \frac{0{,}25\ \text{m}}{2{,}25} \quad = \quad \mathbf{0{,}\overline{1}\ m}$$

retour à la question ▲

5.35 Solution : À la loupe retour à la question ▲

θ' = 22,7°

L'angle apparent (image) et l'angle réel (objet) que représente un objet dans le champ de vision sont liés par le grossissement. On doit donc d'abord évaluer de grossissement à partir de la focale de la loupe :

$$G_\infty = \frac{0{,}25\text{ m}}{f} = \frac{0{,}25\text{ m}}{8{,}25\text{ cm}} = 3{,}\overline{03}$$

On veut isoler dans l'équation du grossissement l'angle de l'image θ', car l'angle de 7,50° indiqué est l'angle perçu par l'observateur sans instrument :

$$G = \frac{\theta'}{\theta} \quad \Rightarrow \quad \theta' = G \times \theta = 3{,}\overline{03} \times 7{,}50° = \mathbf{22{,}7°}$$

retour à la question ▲

5.36 Solution : Grossissement du microscope retour à la question ▲

G = –56,2

La distance donnée entre les foyers est la distance optique l, ce qui suggère d'utiliser l'équation contenant cette grandeur, et selon laquelle le grossissement est :

$$G = -\frac{l}{f_{ob}} \cdot \frac{0{,}25\text{ m}}{f_{oc}} = -\frac{7{,}45\text{ cm}}{0{,}850\text{ cm}} \cdot \frac{25\text{ cm}}{3{,}90\text{ cm}} = \mathbf{-56{,}2}$$

retour à la question ▲

5.37 Solution : Vénus retour à la question ▲

a) G = –15,5

Pour un télescope, le grossissement est donné par :

$$G_\infty = -\frac{f_{ob}}{f_{oc}} = -\frac{2{,}20\text{ m}}{0{,}142\text{ m}} = \mathbf{-15{,}5}$$

b) l = 2,34 m

Pour un télescope, les foyers des deux lentilles coïncident. Ainsi, la distance entre les deux lentilles est la somme des deux distances focales :

$$l = f_{ob} + f_{oc} = 2{,}20\text{ m} + 0{,}142\text{ m} = \mathbf{2{,}342\text{ m}}$$

retour à la question ▲

5.38 Solution : Mars retour à la question ▲

a) f_{oc} = 2,47 cm

Pour un télescope, le grossissement est donné par :

$$G_\infty = -\frac{f_{ob}}{f_{oc}}$$

La focale de l'oculaire peut être isolée et calculée :

$$f_{oc} = -\frac{f_{ob}}{G_\infty} = \frac{18{,}5\text{ m}}{-750} = 0{,}024\,\overline{6} = \mathbf{2{,}4\overline{6}\text{ cm}}$$

b) Inversée

Le grossissement d'un télescope étant négatif, l'image est par conséquent inversée.

retour à la question ▲