Équations | Sect 8.0, #1 à 2 | Sect 8.1, #3 à 8 | Sect 8.2, #9 à 15 | Sect 8.3, #16 à 22 | Sect 8.4, #23 à 27 | Sect 8.5, #28 à 30

CH 8 LA FORCE MAGNÉTIQUE

CONSTANTES UTILES

$e = 1{,}602 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}$

$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ \frac{\mathrm{T{\cdot}m}}{\mathrm{A}}$

$1\ \mathrm{eV} = 1{,}602 \times 10^{-19}\ \mathrm{J}$

$k = 8{,}988 \times 10^{9}\ \frac{\mathrm{N \cdot m^2}}{\mathrm{C^2}}$

$m_é = 9{,}109 \times 10^{-31}\ \mathrm{kg}$

$m_p = 1{,}673 \times 10^{-27}\ \mathrm{kg}$

$m_\alpha = 6{,}644 \times 10^{-27}\ \mathrm{kg}$

ÉQUATIONS LIÉES AU CHAPITRE :

$\boxed{\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}}$ $\boxed{f = \frac{1}{T}}$

$\boxed{\vec{A} \times \vec{B} = (A_yB_z - A_zB_y)\vec{\imath} - (A_xB_z - A_zB_x)\vec{\jmath} + (A_xB_y - A_yB_x)\vec{k}}$

$\boxed{|\vec{A} \times \vec{B}| = AB \sin\theta_{AB}}$ $\boxed{\vec{F} = I \cdot \vec{l} \times \vec{B}}$

$\boxed{\vec{\tau} = NI \cdot \vec{A} \times \vec{B}}$ $\boxed{a_r = \frac{v^2}{r}}$

$\boxed{T = \frac{2\pi m}{|q|B}}$ $\boxed{r = \frac{mv}{|q|B}}$

$\boxed{F = |q|vB \sin\theta_{vB}}$ $\boxed{F = IlB \sin\theta_{lB}}$

$\boxed{F_{21} = I_2 l_2 B_1 = I_2 l_l \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}}$ $\boxed{\tau = NIAB \sin\theta_{AB}}$

$\boxed{f_c = \frac{|q|B}{2\pi m}}$ $\boxed{\vec{F} = q \cdot (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})}$

8.0 INTRODUCTION

8.1 Question : Le gros bons sens solution ▶

Pour un système d'axes dont l'axe *x* est dirigé vers le ciel et l'axe *y* est dirigé vers l'Ouest, vers quelle direction est orienté l'axe des *z*?

8.2 Question : Le bon plan solution ▶

Un fil porte un courant orienté dans une direction parallèle à l'axe *x*. Si on désire produire un schéma sur lequel les lignes de champ circulaires autour du fil seront représentées par un cercle, quel plan de l'espace à trois dimensions doit coïncider avec le plan du schéma?

8.1 LA FORCE MAGNÉTIQUE SUR UNE PARTICULE CHARGÉE

8.3 Question : L'orientation solution ▶

Dans un champ magnétique dirigé vers le Nord se déplace une certaine particule. Déterminez la direction de la force magnétique si la particule est :

a) un proton se dirigeant vers l'Est;
b) un neutron se dirigeant vers le haut;
c) un électron se dirigeant vers le Nord;
d) un électron se dirigeant vers le sol;
e) une particule α se dirigeant vers l'Ouest;
f) un proton se dirigeant vers le Sud;
g) un électron se dirigeant vers le haut.

8.4 Question : La variation solution ▶

Comment variera le module de la force magnétique agissant sur une particule se déplaçant dans un champ magnétique si :

a) on double sa vitesse;
b) on double le module du champ;
c) on triple la valeur de la charge de la particule.

8.5 Exercice : La force sur le proton solution ▶

Quel est le module de la force magnétique agissant sur un proton se déplaçant dans un champ magnétique de 0,400 T orienté vers y^+ si sa vitesse est :

a) $3{,}50{\times}10^4\vec{\imath}$ m/s;
b) $2{,}25{\times}10^5$ m/s à 45° entre les axes x^+ et y^+;
c) $(1{,}75{\times}10^4\vec{\imath}+4{,}00{\times}10^4\vec{\jmath})$ m/s.

8.6 Exercice : La force sur l'électron solution ▶

Quel est le vecteur de la force magnétique (en coordonnées cartésiennes) agissant sur un électron se déplaçant dans un champ magnétique de 0,350 T orienté à 60° de l'axe z^+ vers l'axe x^+, si sa vitesse est :

a) $-3{,}50{\times}10^4\vec{\jmath}$ m/s;
~~b) $2{,}00{\times}10^5$ m/s à 45° entre les axes x^+ et y^+.~~

8.7 Exercice : Le vecteur vitesse solution ▶

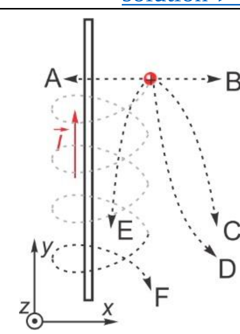
Une particule α subit une force de $1{,}9{\times}10^{-16}\vec{\imath}$ N alors qu'elle se déplace dans un espace où règne un champ magnétique de $60\vec{\jmath}$ mT. Si le vecteur vitesse fait un angle de 30° avec le vecteur champ magnétique :

a) déterminez quel est le vecteur vitesse de la particule α;
b) déterminez son vecteur accélération.

8.8 Question : La trajectoire solution ▶

Un fil placé verticalement porte un courant vers le haut (vers y^+). À côté de ce fil, on laisse tomber une particule chargée positivement, à partir du repos.

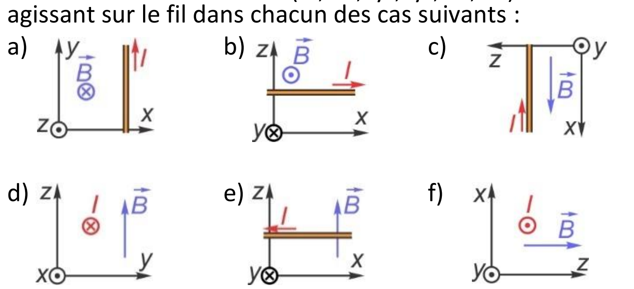
Identifiez la trajectoire que suivra cette particule dès qu'on la lâche.



8.2 LA FORCE MAGNÉTIQUE SUR UN CONDUCTEUR PARCOURU PAR UN COURANT

8.9 Question : Dans tous les sens solution ▶

Déterminez l'orientation (x^+, x^-, y^+, y^-, z^+, z^-) de la force agissant sur le fil dans chacun des cas suivants :



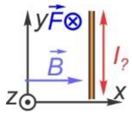
8.1- Sud — **8.2**- Plan *yz* — **8.3**- a) Ciel — b) ∅ — c) ∅ — d) Ouest — e) Sol — f) ∅ — g) Est — **8.4**- a) Double — b) Double — c) Triple

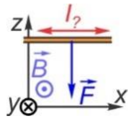
8.5- a) $2{,}24{\times}10^{-15}$ N — b) $1{,}02{\times}10^{-14}$ N — c) $1{,}12{\times}10^{-15}$ N — **8.6**- a) $(+9{,}81\vec{\imath} - 17{,}00\vec{k}){\times}10^{-16}$ N — b) $(-3{,}96\vec{\imath} + 3{,}96\vec{\jmath} - 6{,}87\vec{k}){\times}10^{-15}$ N

8.7- a) $(17{,}12\vec{\jmath} - 9{,}88\vec{k}){\times}10^{3}$ m/s — b) $2{,}86{\times}10^{10}\vec{\imath}$ m/s² — **8.8**- D — **8.9**- a) x^- — b) z^- — c) ∅ — d) y^+ — e) y^+ — f) x^+ —

8.10 Question : Dans quel sens? solution ▶

Pour chacun des deux situations illustrées d'un fil électrique subissant une force en raison d'un champ magnétique, déterminez l'orientation du courant validant l'orientation de la force.

a) 

b) 

8.11 Exercice : Le module de la force solution ▶

Une section de fil droite de 25 cm de longueur porte un courant de 2,15 A et se trouve perpendiculaire à un champ magnétique de 0,45 T. Quel est le module de la force que subit ce fil.

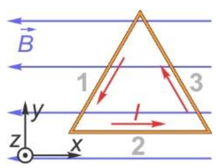
8.12 Exercice : Action-Réaction solution ▶

Deux très longs fils parallèles portent des courants I_1 = 3,5 A et I_2 = 1,9 A dans les directions opposées, et sont distants de 5 cm.

a) Appliqueront-ils un sur l'autre une force d'attraction ou de répulsion?
b) Déterminez la grandeur de la force appliquée sur une portion de 5 m du fil 1.
c) Déterminez la grandeur de la force appliquée sur une portion de 5 m du fil 2.

8.13 Exercice : Le triangle solution ▶

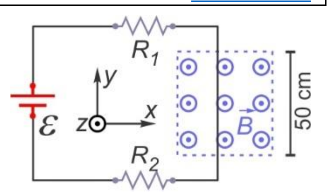
Un cadre triangulaire conducteur (ayant trois côtés égaux de 18 cm) porte un courant de 1,40 A et est disposé comme illustré dans un champ magnétique horizontal de 2,00 T.



a) Déterminez le module de la force agissant du le côté 1 du cadre.
b) Déterminez le module de la force du le côté 2 du cadre.
c) Déterminez le vecteur force sur le côté 3 du cadre.
d) Déterminez le vecteur de la force résultante sur l'ensemble du cadre.

8.14 Exercice : Le circuit : solution ▶

Un circuit rigide comportant une source de 5,00 V et deux résistances de 25 Ω et 42 Ω comporte une section de fil de 50 cm traversant une section où règne un champ magnétique de 1,50 T perpendiculaire au fil et au plan du circuit.



a) Déterminez le module de la force agissant sur le cadre du circuit.
b) Déterminez l'orientation de la force agissant sur le cadre du circuit.

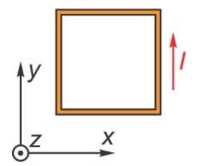
8.15 Exercice : L'électroaimant gravitationnel solution ▶

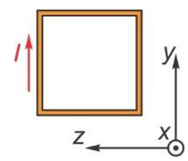
À un endroit où le champ magnétique terrestre est dirigé franc Nord avec une intensité de 42 µT, un fil conducteur ayant une masse linéique de 0,350 g/m est orienté est-Ouest. Quelle valeur de courant génèrerait sur ce fil une force magnétique suffisante pour supporter son poids?

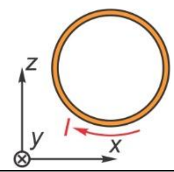
8.3 LE MOMENT DE FORCE SUR UNE BOUCLE DE COURANT

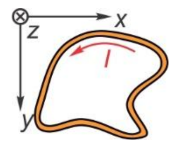
8.16 Question : La direction de l'aire solution ▶

Déterminez dans laquelle des 6 directions principales de l'espace 3D est dirigé le vecteur aire $\vec{A}$ dans chacun des cas suivants :

a) 

b) 

c) 

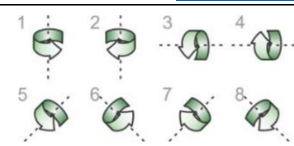
d) 

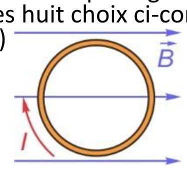
8.17 Question : Direction du moment de force solution ▶

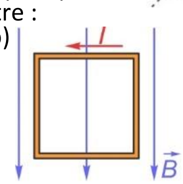
Pour chacun des cas illustrés à la question précédente, considérez un champ magnétique orienté selon l'axe x^+ et identifiez dans quelle direction principale de l'espace 3D est dirigé le vecteur moment de force $\vec{\tau}$ généré par le courant.

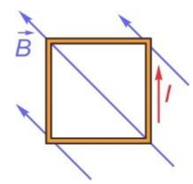
8.18 Question : Le sens de rotation solution ▶

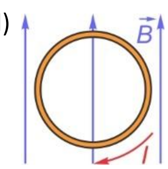
Identifiez l'axe et le sens de la rotation qui sera induite sur les boucles suivantes à partir du sens du courant et l'orientation du champ magnétique, parmi les huit choix ci-contre :

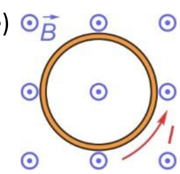


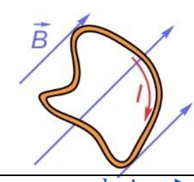
a) 

b) 

c) 

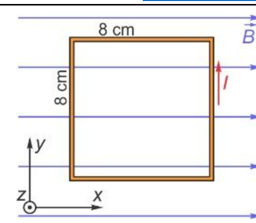
d) 

e) 

f) 

8.19 Exercice : Le carré solution ▶

Un cadre métallique carré de 8 cm de côté est placé parallèlement au plan *xy* et porte un courant de 1 A dans le sens illustré ci-contre. Le cadre se trouve dans un champ uniforme de 1,25$\vec{\imath}$ T.



a) Déterminez le vecteur force $\vec{F}_g$ agissant sur la branche verticale de gauche.
b) Déterminez le vecteur force $\vec{F}_b$ agissant sur la branche horizontale du bas.
c) Déterminez le vecteur force $\vec{F}_d$ agissant sur la branche verticale de droite.
d) Déterminez le vecteur force résultante $\vec{F}_R$ agissant sur l'ensemble du cadre.
e) Déterminez le vecteur $\vec{A}$ qui représente l'aire du cadre.
f) Déterminez le module du moment de force sur le cadre de courant.
g) Exprimez le moment de force $\vec{\tau}$ comme un vecteur.

8.10 - a) y^+ — b) x^+ — **8.11** - 0,242 N — **8.12** - a) Répulsion — b) 133 µN — c) 133 µN — **8.13** - a) 0,436 N — b) 0 N — c) 0,436$\vec{k}$ N — d) 0 N

8.14 - a) 0,0560 N — b) x^- — **8.15** - 81,8 A — **8.16** - a) z^+ — b) x^- — c) y^+ — d) z^- — **8.17** - a) y^+ — b) Ø — c) z^- — d) y^-

8.18 - a) 2 — b) 3 — c) 7 — d) 3 — e) Ø — f) 8 — **8.19** - a) 0,100$\vec{k}$ N — b) 0 — c) −0,100$\vec{k}$ N — d) 0 — e) 6,40×10⁻³$\vec{k}$ m² — f) 8,00×10⁻³ N·m — g) 8,00×10⁻³$\vec{\jmath}$ N·m

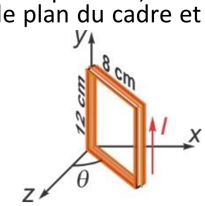
8.20 Exercice : Le carré II solution ►

Si le champ magnétique de l'exercice précédent était plutôt orienté selon z^+, déterminez :

a) le vecteur force résultante sur le cadre;
b) le vecteur moment de force sur le cadre.

8.21 Exercice : Le cadre tournant solution ►

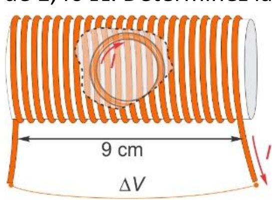
Un fil électrique portant 1,25 A est enroulé sur 150 tours pour former un cadre de 8 cm par 12 cm. Ce cadre est placé dans un espace où règne un champ magnétique de $0{,}80\vec{\imath}$ T et on désigne par ϑ l'angle formé entre le plan du cadre et l'axe z, tel qu'illustré sur la figure.



a) Déterminez le vecteur moment de force $\vec{\tau}$ pour $\vartheta = 30°$.
b) Déterminez le vecteur moment de force $\vec{\tau}$ pour $\vartheta = 0°$.
c) Pour quel angle ϑ le moment de force est-il le plus grand?
d) Quelle alors la valeur de ce moment de force maximal?

8.22 Exercice : La boucle intérieure solution ►

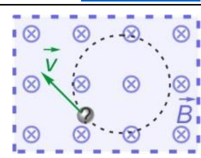
On place à l'intérieur d'un solénoïde une boucle circulaire de 45 spires et d'un rayon de 1,5 cm. On y fait circuler un courant d'un demi-ampère. Le solénoïde mesure 9 cm de longueur, a un rayon de 2,5 cm et comporte 250 spires. Le fil qui le compose a une résistance de 1,40 Ω. Déterminez la différence de potentiel qu'on doit appliquer aux bornes du solénoïde pour produire sur la boucle circulaire un moment de force de $7{,}50\times10^{-4}$ N·m lorsque son plan est parallèle à l'axe du solénoïde. (Négligez les effets de bouts du solénoïde.)



8.4 LE MOUVEMENT D'UNE PARTICULE CHARGÉE DANS UN CHAMP MAGNÉTIQUE

8.23 Question : Quel est ton signe solution ►

Déterminez le signe de la charge de la particule décrivant la trajectoire illustrée en pointillée sur la figure ci-contre.



8.24 Exercice : Le cercle alpha solution ►

Une particule α est propulsée à 3×10^6 m/s perpendiculairement à un champ magnétique de 580 mT.

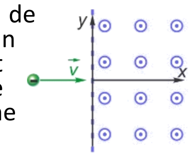
a) Quel est le rayon de la trajectoire que suivra la particule α?
b) Quelle sera sa période de rotation?
c) Quelle accélération subira-t-elle?

8.25 Exercice : Le proton étourdi solution ►

Un proton tourne en rond à la fréquence de 600 000 Hz. Quelle est l'intensité du champ magnétique à l'origine de sa rotation?

8.26 Exercice : D'un bord ou l'autre solution ►

Un électron pénètre à la vitesse de $2{,}55\times10^5\vec{\imath}$ m/s dans une zone où règne un champ magnétique de 25 µT (pour tout $x > 0$). Déterminez la hauteur y à laquelle l'électron émergera de la région où règne le champ.



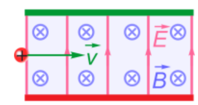
8.27 Exercice : L'arrêt du proton solution ►

Alors qu'un proton tourne en rond sur un rayon de 2 cm dans un champ magnétique inconnu, on éteint la source du champ magnétique et on parvient à immobiliser le proton à l'aide d'une différence de potentiel de 5 000 V. Déterminez l'intensité du champ magnétique avant son extinction.

8.5 LA COMBINAISON DES CHAMPS ÉLECTRIQUE ET MAGNÉTIQUE

8.28 Question : La déviation solution ►

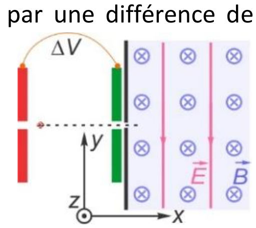
Un proton est propulsé horizontalement dans un espace où peuvent être générés un champ électrique vers le haut et/ou un champ magnétique entrant (voir figure ci-contre).



a) En présence du champ électrique seul, vers où déviera le proton?
b) En présence du champ magnétique seul, vers où déviera le proton?

8.29 Exercice : Le champ double solution ►

Dans le montage ci-contre, une particule α est accélérée horizontalement à partir du repos par une différence de potentiel de –10 kV, et dirigée dans un espace présentant un champ électrique $\vec{E} = -30\vec{\jmath}$ kV/m et un champ magnétique $\vec{B} = -3{,}5\vec{k}$ mT. Déterminez le module de la force agissant sur la particule α au tout premier instant de son entrée dans le champ double.



8.30 Exercice : La ligne droite solution ►

Un noyau de thorium (numéro atomique 90) est émis par une réaction nucléaire et propulsé à une vitesse de $5{,}90\times10^5$ m/s. Sa charge est liée à son numéro atomique, mais sa masse dépend de l'isotope produit. On place sur la trajectoire du noyau un appareil pouvant produire un champ magnétique de 5 T (perpendiculaire à la vitesse) et un champ électrique ajustable (perpendiculaire à la vitesse et au champ magnétique). En l'absence de champ électrique, le noyau suit une trajectoire circulaire d'un rayon de 3,10 mm.

a) Quelle est la masse de ce noyau?
b) Quel module du champ électrique ferait en sorte que la trajectoire soit droite?

8.20- a) 0 — b) 0 — **8.21**- a) $0{,}720\vec{\jmath}$ Nm — b) 0 — c) 90° — d) 1,44 Nm — **8.22**- ΔV = 18,9 V — **8.23**- $q < 0$ — **8.24**- a) 10,7 cm — b) 225 ns — c) $8{,}39\times10^{13}$ m/s²
8.25- 39,4 mT — **8.26**- 11,6 cm — **8.27**- 511 mT — **8.28**- a) Haut — b) Haut — **8.29**- $8{,}51\times10^{-15}$ N — **8.30**- a) $3{,}79\times10^{-25}$ kg — b) $2{,}95\times10^6$ V/m

Équations Sect 8.0, #1 à 2 Sect 8.1, #3 à 8 Sect 8.2, #9 à 15 Sect 8.3, #16 à 22 Sect 8.4, #23 à 27
Sect 8.5, #28 à 30

CH 8 LA FORCE MAGNÉTIQUE

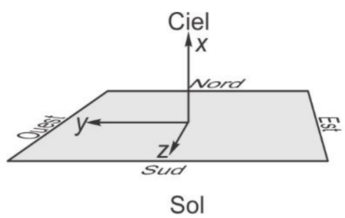
8.0 INTRODUCTION

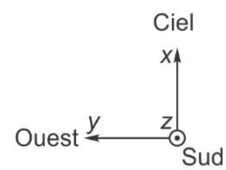
8.1 Solution : Le gros bon sens retour à la question ▲

Axe *z* vers le Sud

L'illustration ci-contre montre un système d'axes respectant la règle de la main droite et où l'axe *x* est dirigé vers le ciel et l'axe *y* est dirigé vers l'Ouest. L'axe *z* est donc dirigé vers la direction qui correspond au Sud.

retour à la question ▲

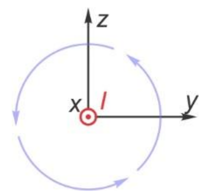




8.2 Solution : Le bon plan retour à la question ▲

La plan *yz*

On indique que le courant est orienté parallèlement à l'axe *x*. Le fil lui-même est donc orienté selon cet axe. Aussi, les cercles des lignes de champ de ce fil sont perpendiculaires au fil. Si on désire que ces cercles soient dans le plan du schéma, il faut donc que le fil soit illustré perpendiculairement au schéma.



Donc l'axe *x* est perpendiculaire au plan du schéma et le plan *yz* est le plan du schéma.

retour à la question ▲

8.1 LA FORCE MAGNÉTIQUE SUR UNE PARTICULE CHARGÉE

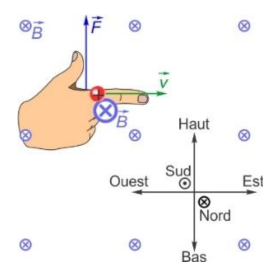
8.3 Solution : L'orientation retour à la question ▲

a) Vers le ciel

Si on illustre la situation avec une vue vers le Nord (le Nord qui entre dans la page), le champ magnétique dirigé vers le Nord entre dans l'illustration (⊗). La vitesse dirigée vers l'Est va vers la droite (→).

La règle de la main droite appliquée avec $\vec{v}$ d'abord et $\vec{B}$ ensuite donne la direction du haut comme résultat (vers le ciel).

C'est donc la direction de la force magnétique sur une charge positive. Comme le proton est une charge positive, la force magnétique agissant sur lui est bien dirigée vers le ciel.



b) Le neutron ne subit aucune force

Un neutron étant une particule non chargée, la force magnétique sur lui est nulle peu importe le contexte. L'équation du module de la force magnétique le confirme, avec $q = 0$:

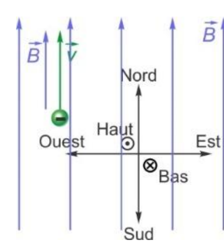
$$F = |q| vB \sin\theta_{vB}$$

c) L'électron ne subit aucune force

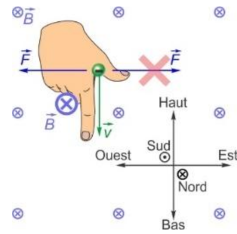
Puisque la vitesse est dirigée dans la même direction que le champ magnétique, il n'y aura aucune force magnétique sur la particule chargée. La règle de la main droite ne peut s'appliquer puisqu'aucune orientation de la main ne permet de fermer les doigts dans la direction du champ magnétique.

Dans l'équation du module de la force magnétique, $\vartheta_{vB} = 0°$, et le sinus est nul :

$$F = |q| vB \sin 0° \quad = \quad 0$$



d) Vers l'Ouest

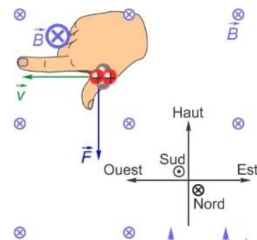


Si l'électron se dirige vers le sol, on peut utiliser le même point de vue qu'en a) où la direction du Nord est entrante et le sol vers le bas du schéma.

Selon ce point de vue, le vecteur champ est entrant et la vitesse dirigée vers le sol, vers le bas.

La règle de la main droite, avec dans l'ordre les vecteurs $\vec{v}$ et $\vec{B}$, donne l'Est comme résultat (le pouce). La force serait donc dirigée vers l'Est si la charge était positive. Puisque l'électron est chargé négativement, il subira une force en sens inverse de l'Est, donc vers l'Ouest.

e) Vers le sol

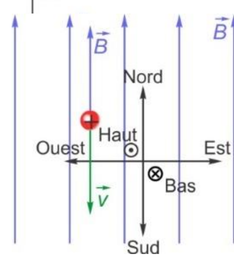


Une particule alpha est un noyau d'hélium, donc une particule chargée positivement.

Selon la règle de la main droite, les vecteurs $\vec{v}$ vers l'Ouest et $\vec{B}$ vers le Nord entraînent un vecteur force vers le sol pour une charge positive.

La force subie par la particule α est donc dirigée vers le sol.

f) Le proton ne subit aucune force

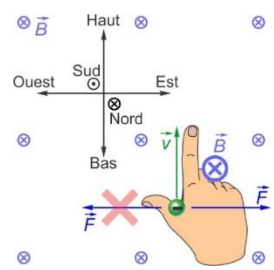


Puisque la vitesse est dirigée en direction parfaitement opposée au champ magnétique, il n'y aura aucune force magnétique sur la particule chargée. La règle de la main droite ne peut s'appliquer puisqu'aucune orientation de la main ne peut être identifiée pour fermer les doigts dans la direction du champ magnétique.

Dans l'équation du module de la force magnétique, $\vartheta_{vB} = 180°$, et le sinus est nul :

$$F = |q|vB \sin 180° \quad = \quad 0$$

g) Vers l'Est



Pour apercevoir le vecteur vitesse, utilisons une illustration où le Nord entre dans le plan du schéma et où la vitesse est dirigée vers le haut.

La règle de la main droite donne l'Ouest comme direction résultante, ce serait la direction de la force sur une charge positive. La charge de l'électron étant négative, la force qu'il subit est en direction opposée, donc vers l'Est.

retour à la question ▲

8.4 Solution : La variation retour à la question ▲

L'équation du module de la force magnétique sur une particule chargée en mouvement permettra de répondre à chacune des questions.

$$F = |q|vB\sin\theta_{vB}$$

On constate que la force varie proportionnellement avec chacun des facteurs $|q|$, v, B et $\sin\vartheta_{vB}$.

a) La force double

Selon l'équation de la force magnétique, force et vitesse varient proportionnellement, donc le module de la force doublera si le module de la vitesse double :

$$F = |q|vB\sin\theta_{vB}$$

b) La force double

Selon l'équation de la force magnétique, force et champ magnétique varient proportionnellement, donc le module de la force doublera si le module du champ magnétique double :

$$F = |q|vB\sin\theta_{vB}$$

c) La force triple

Selon l'équation de la force magnétique, force et valeur de la charge varient proportionnellement, donc le module de la force triplera si la valeur de la charge triple :

$$F = |q|vB\sin\theta_{vB}$$

retour à la question ▲

8.5 Solution : La force sur le proton retour à la question ▲

a) F = 2,24×10^{-15} N

Si le champ est orienté selon y^+ et la vitesse selon l'axe x, l'angle entre ces deux vecteurs est de 90°. Le calcul du module du champ magnétique est donc :

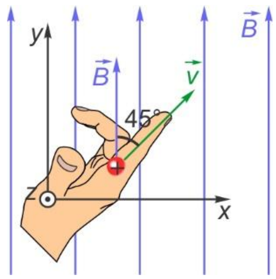
$$F = |q|vB\sin\theta_{vB}$$

$$F = |1{,}602\times10^{-19}\text{ C}| \times \left(3{,}50\times10^4\ \tfrac{\text{m}}{\text{s}}\right)\times 0{,}400\text{ T}\times\sin 90° \quad = \quad \mathbf{2{,}24\times10^{-15}\ N}$$

b) F = 1,02×10^{-14} N

Pour bien identifier l'angle entre les vecteurs $\vec{v}$ et $\vec{B}$, produisons une illustration où on voit bien ces deux vecteurs dans le plan de l'illustration. En plaçant le plan xy dans le plan de la figure, l'axe z est dans la direction sortante.

La règle de la main droite s'applique de la même manière même si l'angle entre $\vec{v}$ et $\vec{B}$ n'est pas de 90°. La figure montre que le pouce pointe dans la direction de z^+, et c'est donc la direction de la force agissant sur le proton, une force strictement parallèle à z^+.



Pour le module, utilisons l'équation appropriée avec $\theta_{vB} = 45°$:

$$F = |q|vB\sin\theta_{vB} \quad = \quad |1{,}602\times10^{-19}\text{ C}|\times\left(2{,}25\times10^5\ \tfrac{\text{m}}{\text{s}}\right)\times0{,}400\text{ T}\times\sin45° \quad = \quad \mathbf{1{,}02\times10^{-14}\ N}$$

Alternativement, on peut effectuer le produit vectoriel détaillé des vecteurs $\vec{v}$ et $\vec{B}$ pour obtenir la force :

$$\vec{F} = q\cdot\vec{v}\times\vec{B} = q\times\left((v_yB_z - v_zB_y)\vec{\imath} - (v_xB_z - v_zB_x)\vec{\jmath} + (v_xB_y - v_yB_x)\vec{k}\right)$$

Il faut alors exprimer sous forme de vecteur la vitesse et le champ magnétique. Le champ magnétique étant orienté selon y^+, le champ s'exprime rapidement :

$$\vec{B} = 0{,}400\vec{\jmath}\text{ T}$$

$$B_x = 0 \qquad\qquad B_y = 0{,}400\text{ T} \qquad\qquad B_z = 0$$

Exprimer le vecteur vitesse demande cependant un calcul avec son orientation de 45° entre x^+ et y^+ :

$$\vec{v} = 2{,}25\times10^5\times(\cos45°\,\vec{\imath} + \sin45°\,\vec{\jmath})\ \tfrac{\text{m}}{\text{s}} \quad = \quad (1{,}59\vec{\imath} + 1{,}59\vec{\jmath})\times10^5\ \tfrac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_x = 1{,}59\times10^5\ \tfrac{\text{m}}{\text{s}} \qquad\qquad v_y = 1{,}59\times10^5\ \tfrac{\text{m}}{\text{s}} \qquad\qquad v_z = 0$$

Si on procède d'abord à la portion de l'équation liée au produit vectoriel :

$$\vec{v}\times\vec{B} = \left(\left(1{,}59\times10^5\ \tfrac{\text{m}}{\text{s}}\right)\times0 \quad - \quad 0\times0{,}400\text{ T}\right)\vec{\imath}$$

$$-\left(\left(1{,}59\times10^5\ \tfrac{\text{m}}{\text{s}}\right)\times0 \quad - \quad 0\times0\right)\vec{\jmath}$$

$$+\left(\left(1{,}59\times10^5\ \tfrac{\text{m}}{\text{s}}\right)\times0{,}400\text{ T} \quad - \quad \left(1{,}59\times10^5\ \tfrac{\text{m}}{\text{s}}\right)\times0\right)\vec{k}$$

$$\vec{v}\times\vec{B} = 6{,}36\times10^4\vec{k}\ \tfrac{\text{T}\cdot\text{m}}{\text{s}}$$

L'équation entière de la force :

$$\vec{F} = q\cdot\vec{v}\times\vec{B} \quad = \quad (1{,}602\times10^{-19}\text{ C})\times\left(6{,}36\times10^4\vec{k}\ \tfrac{\text{T}\cdot\text{m}}{\text{s}}\right) \quad = \quad 1{,}02\times10^{-14}\vec{k}\text{ N}$$

Le module est donc :

$$F = \mathbf{1{,}02\times10^{-14}\ N}$$

c) Comme la vitesse et le champ font entre eux un angle quelconque (qu'on pourrait néanmoins calculer), on peut utiliser l'équation de la force impliquant le produit vectoriel de $\vec{v}$ et $\vec{B}$. On peut également déterminer l'orientation à partir de la règle de la main droite et le module à partir de l'équation du module, mais il faudrait d'abord déterminer l'angle entre $\vec{v}$ et $\vec{B}$. Commençons par la solution impliquant un produit vectoriel.

F = 1,12×10^{-15} N

L'équation du produit vectoriel appliquée à cette situation est :

Équations Sect 8.0, #1 à 2 Sect 8.1, #3 à 8 Sect 8.2, #9 à 15 Sect 8.3, #16 à 22 Sect 8.4, #23 à 27
Sect 8.5, #28 à 30

$$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B} = q \times \left((v_y B_z - v_z B_y)\vec{\imath} - (v_x B_z - v_z B_x)\vec{\jmath} + (v_x B_y - v_y B_x)\vec{k} \right)$$

On doit alors déterminer les composantes de $\vec{v}$ et $\vec{B}$, à partir des données disponibles :

$v_x = 1{,}75 \times 10^4 \ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ $\qquad v_y = 4{,}00 \times 10^4 \ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ $\qquad v_z = 0$

$B_x = 0$ $\qquad B_y = 0{,}400 \ \text{T}$ $\qquad B_z = 0$

Le produit vectoriel $\vec{v} \times \vec{B}$:

$$\vec{v} \times \vec{B} = \left(\left(4{,}00 \times 10^4 \ \tfrac{\text{m}}{\text{s}}\right) \times 0 \ - \ 0 \times 0{,}400 \ \text{T} \right) \vec{\imath}$$

$$- \left(\left(1{,}75 \times 10^4 \ \tfrac{\text{m}}{\text{s}}\right) \times 0 \ - \ 0 \times 0 \right) \vec{\jmath}$$

$$+ \left(\left(1{,}75 \times 10^4 \ \tfrac{\text{m}}{\text{s}}\right) \times 0{,}400 \ \text{T} \ - \ \left(4{,}00 \times 10^4 \ \tfrac{\text{m}}{\text{s}}\right) \times 0 \right) \vec{k}$$

$$\vec{v} \times \vec{B} = 7{,}00 \times 10^3 \vec{k} \ \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{s}}$$

L'équation entière de la force :

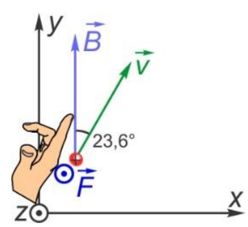
$$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B} \quad = \quad (1{,}602 \times 10^{-19} \ \text{C}) \times \left(7{,}00 \times 10^3 \vec{k} \ \tfrac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{s}}\right) \quad = \quad 1{,}12 \times 10^{-15} \vec{k} \ \text{N}$$

Le module est donc :

$$F = \mathbf{1{,}12 \times 10^{-15} \ N}$$

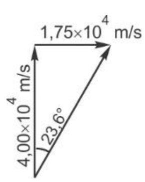
Deuxième solution…

La seconde solution demande une bonne illustration; le point de vue le plus utile est celui permettant d'apercevoir l'angle entre $\vec{v}$ et $\vec{B}$. Puisque la force recherchée sera nécessairement perpendiculaire à $\vec{v}$ et à $\vec{B}$, elle sera facile à illustrer avec un vecteur sortant ou entrant. Puisque la vitesse se trouve dans le plan *xy*, c'est le plan qui correspondra au plan du schéma. Le schéma ci-contre illustre donc la situation. La force y est illustrée également, avec un vecteur sortant, pour respecter la règle de la main droite et l'équation $\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$.



On sait donc que la force sera dirigée vers z^+; mais comme on ne demande que le module, ça ne fera pas partie de la réponse.

Calculons l'angle entre $\vec{v}$ et $\vec{B}$, c'est-à-dire l'angle entre la vitesse et l'axe *y*. Selon les composantes de la vitesse, on peut illustrer le triangle ci-contre dont on cherche l'angle du bas :



$$\theta_{vB} = \text{atan}\left(\frac{\text{opp}}{\text{adj}}\right) \quad = \quad \text{atan}\left(\frac{1{,}75 \times 10^4 \ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{4{,}00 \times 10^4 \ \frac{\text{m}}{\text{s}}}\right) \quad = \quad 23{,}6°$$

Le module de la vitesse est aussi requis pour le calcul de la force :

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad = \quad \sqrt{\left(4{,}00 \times 10^4 \ \tfrac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + \left(1{,}75 \times 10^4 \ \tfrac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2} \quad = \quad 4{,}37 \times 10^4 \ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

On peut finalement procéder au calcul du module de la force :

$$F = qvB \cdot \sin\theta_{vB} \quad = \quad (1{,}602 \times 10^{-19} \ \text{C}) \times \left(4{,}37 \times 10^4 \ \tfrac{\text{m}}{\text{s}}\right) \times (0{,}400 \ \text{T}) \times \sin 23{,}6° \quad = \quad 1{,}12 \times 10^{-19} \ \text{N}$$

$$F = qvB \cdot \sin\theta_{vB}$$

$$F = (1{,}602 \times 10^{-19} \ \text{C}) \times \left(4{,}37 \times 10^4 \ \tfrac{\text{m}}{\text{s}}\right) \times (0{,}400 \ \text{T}) \times \sin 23{,}6° \quad = \quad \mathbf{1{,}12 \times 10^{-15} \ N}$$

retour à la question ▲

8.6 Solution : La force sur l'électron retour à la question ▲

a) $\vec{F} = \left(+9{,}81\vec{\imath} \quad - \quad 17{,}00\vec{k}\right) \times 10^{-16}\ \mathrm{N}$

On peut résoudre le problème de deux manières, soit par le produit vectoriel détaillé (présenté en second) ou par calcul du module et utilisation de la règle de la main droite (ci-après). Comme il est toujours préférable de visualiser l'orientation de la force recherchée, traitons d'abord la solution module/RMD :

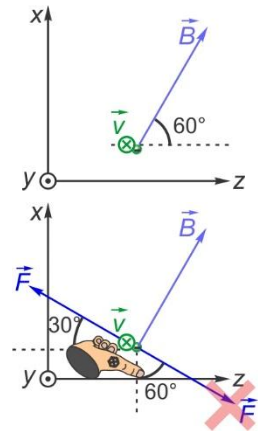
Solution par calcul du module et utilisation de la règle de la main droite

Si le champ magnétique a une orientation quelconque dans le plan *xz*, l'illustration ci-contre permet de bien voir ce champ ainsi que le vecteur vitesse qui entre dans l'illustration.

On peut déterminer par raisonnement l'orientation du vecteur force et l'illustrer sur la figure. La règle de la main droite pour le produit des vecteurs $\vec{v} \times \vec{B}$, dans l'ordre, indique comme direction résultante (le pouce) une orientation à droite et vers le bas (la force marquée d'une croix sur l'illustration ci-contre).

Puisque la charge est négative, la force qu'elle subit est en direction opposée au résultat de $\vec{v} \times \vec{B}$, donc vers la gauche et vers le haut.

Comme le vecteur force recherché est dans un plan du système d'axes, on pourra facilement calculer les composantes *x* et *z* par trigonométrie si on connaît le module de la force. Ce module est donné par :



$$F = |q|vB\sin\theta_{vB} \quad = \quad |-1{,}602 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}| \times \left(3{,}50 \times 10^{4}\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) \times 0{,}350\ \mathrm{T} \times \sin 90° \quad = \quad 1{,}96 \times 10^{-15}\ \mathrm{N}$$

Cette vitesse étant dirigée à 30° au-dessus de l'axe z^{-} (dans le plan *xz*), les composantes *x* et *z* sont :

$$F_x = (1{,}96 \times 10^{-15}\ \mathrm{N}) \times \sin 30° \quad = \quad 9{,}81 \times 10^{-16}\ \mathrm{N}$$

$$F_z = -(1{,}96 \times 10^{-15}\ \mathrm{N}) \times \cos 30° \quad = \quad -\,17{,}00 \times 10^{-16}\ \mathrm{N}$$

Donc :

$$\vec{F} = \boldsymbol{\left(+9{,}81\vec{\imath} \quad - \quad 17{,}0\vec{k}\right) \times 10^{-16}\ \mathrm{N}}$$

Solution par le produit vectoriel détaillé

Le calcul par le produit vectoriel donnera directement les bonnes composantes :

$$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B} \quad = \quad q \cdot \left(\left(v_y B_z - v_z B_y\right)\vec{\imath} - \left(v_x B_z - v_z B_x\right)\vec{\jmath} + \left(v_x B_y - v_y B_x\right)\vec{k}\right)$$

Les composantes du vecteur $\vec{B}$ peuvent être déterminées par trigonométrie :

$$B_x = B\sin 60° \quad = \quad 0{,}350\ \mathrm{T} \times \sin 60° \quad = \quad 0{,}303\ \mathrm{T}$$

$$B_z = B\cos 60° \quad = \quad 0{,}350\ \mathrm{T} \times \cos 60° \quad = \quad 0{,}175\ \mathrm{T}$$

Pour les deux vecteurs, on a donc :

$$v_x = 0 \qquad v_y = -3{,}50 \times 10^{4}\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \qquad v_z = 0$$

$$B_x = 0{,}303\ \mathrm{T} \qquad B_y = 0 \qquad B_z = 0{,}175\ \mathrm{T}$$

Le produit vectoriel $\vec{v} \times \vec{B}$:

$$\vec{v} \times \vec{B} = \left(\left(-3{,}50 \times 10^{4}\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) \times (0{,}175\ \mathrm{T}) \quad - \quad 0 \times 0\right)\vec{\imath}$$

$$-\left(0 \times 0{,}175\ \mathrm{T} \quad - \quad 0 \times 0{,}303\ \mathrm{T}\right)\vec{\jmath}$$

$$+\left(0 \times 0 \quad - \quad \left(-3{,}50 \times 10^{4}\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) \times 0{,}303\ \mathrm{T}\right)\vec{k}$$

$$\vec{v} \times \vec{B} = \left(-6{,}125\vec{\imath} \quad + \quad 0\vec{\jmath} \quad + \quad 10{,}61\vec{k}\right) \times 10^{3}\ \tfrac{\mathrm{T \cdot m}}{\mathrm{s}}$$

L'équation entière du vecteur force, avec une charge élémentaire négative :

$$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B} \quad = \quad (-1{,}602 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}) \times \left(-6{,}125\vec{\imath} \quad + \quad 0\vec{\jmath} \quad + \quad 10{,}61\vec{k}\right) \times 10^{3}\ \tfrac{\mathrm{T \cdot m}}{\mathrm{s}}$$

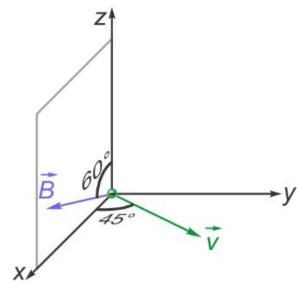
$$\vec{F} = (+9{,}81\vec{\imath} + 0\vec{\jmath} - 17{,}0\vec{k}) \times 10^{-16}\ \mathrm{N}$$

$$\vec{F} = \mathbf{(+9{,}81\vec{\imath} - 17{,}00\vec{k}) \times 10^{-16}\ N}$$

Cette orientation est cohérente avec celle trouvée avec la règle de la main droite (pour une charge négative).

b) $\vec{F} = (-3{,}96\vec{\imath} + 3{,}96\vec{\jmath} - 6{,}87\vec{k}) \times 10^{-15}\ \mathrm{N}$

Puisqu'aucun des vecteurs $\vec{v}$ et $\vec{B}$ n'est parallèle à l'un des axes et que les deux vecteurs ne sont pas dans le même plan du système d'axes, une illustration orthogonale ne permet pas d'illustrer clairement les deux vecteurs, ni la force qui en résulte. Cependant, on peut procéder au produit vectoriel à partir des composantes des deux vecteurs et on peut procéder sans schéma si on parvient à déterminer les composantes de $\vec{v}$ et de $\vec{B}$. Néanmoins, un schéma avec perspective (ci-contre) permet de visualiser les 2 vecteurs. Sur la figure suivante, plus loin, on aperçoit la direction de la force, dont on peut avoir une approximation par la règle de la main droite (sans oublier que la charge négative inverse la direction du produit vectoriel « $\vec{v} \times \vec{B}$ »).



On procède au produit vectoriel via l'équation détaillée du produit vectoriel :

$$\vec{v} \times \vec{B} = (v_y B_z - v_z B_y)\vec{\imath} - (v_x B_z - v_z B_x)\vec{\jmath} + (v_x B_y - v_y B_x)\vec{k}$$

Le vecteur $\vec{B}$ a été détaillé en a) :

$B_x = 0{,}303\ \mathrm{T}$ $\qquad B_y = 0$ $\qquad B_z = 0{,}175\ \mathrm{T}$

Le vecteur $\vec{v}$ étant à 45° entre les axes *x* et *y*, ses composantes sont :

$$v_x = \left(2{,}00 \times 10^5\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) \times \cos 45° = 1{,}41 \times 10^5\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

$$v_y = \left(2{,}00 \times 10^5\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) \times \sin 45° = 1{,}41 \times 10^5\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Donc :

$v_x = 1{,}41 \times 10^5\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ $\qquad v_y = 1{,}41 \times 10^5\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ $\qquad v_z = 0$

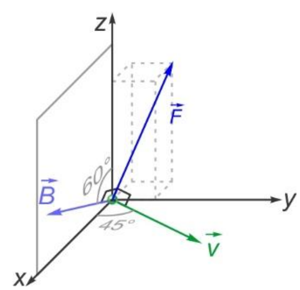
Le produit vectoriel $\vec{v} \times \vec{B}$ est donc :

$$\vec{v} \times \vec{B} = \left(\left(1{,}41 \times 10^5\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) \times (0{,}175\ \mathrm{T}) - 0 \times 0\right)\vec{\imath}$$

$$-\left(1{,}41 \times 10^5\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \times 0{,}175\ \mathrm{T} - 0 \times 0{,}303\ \mathrm{T}\right)\vec{\jmath}$$

$$+\left(1{,}41 \times 10^5\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \times 0 - \left(1{,}41 \times 10^5\ \tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) \times 0{,}303\ \mathrm{T}\right)\vec{k}$$

$$\vec{v} \times \vec{B} = (2{,}47\vec{\imath} - 2{,}47\vec{\jmath} - 4{,}29\vec{k}) \times 10^4\ \tfrac{\mathrm{T \cdot m}}{\mathrm{s}}$$



On peut ensuite procéder au calcul du vecteur force en tenant compte de *q* :

$$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B} = (-1{,}602 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}) \times (2{,}47\vec{\imath} - 2{,}47\vec{\jmath} - 4{,}29\vec{k}) \times 10^4\ \tfrac{\mathrm{T \cdot m}}{\mathrm{s}}$$

$$\vec{F} = \mathbf{(-3{,}96\vec{\imath} + 3{,}96\vec{\jmath} + 6{,}87\vec{k}) \times 10^{-15}\ N}$$

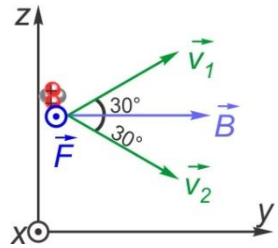
La force est illustrée sur la figure précédente.

retour à la question ▲

8.7 Solution : Le vecteur vitesse retour à la question ▲

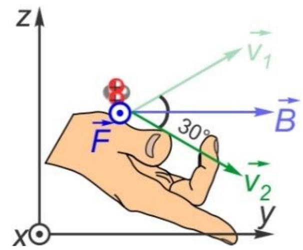
a) $\vec{v} = \left(17{,}12\vec{j} - 9{,}88\vec{k}\right) \times 10^3 \, \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Si le vecteur force peut être trouvé en effectuant un produit vectoriel, ce procédé ne peut être inversé directement pour retrouver la vitesse ou le champ magnétique. On doit donc procéder par raisonnement pour l'orientation et par l'équation du module pour la valeur de la vitesse.



On peut déduire partiellement l'orientation de la vitesse sachant que le vecteur force doit être perpendiculaire à la fois à la vitesse et au champ magnétique. On indique que la force est orientée selon *x*⁺. La vitesse et le champ magnétique doivent donc tous deux être perpendiculaires à l'axe *x*, c'est-à-dire dans le plan *yz*. On pourra utiliser une illustration où on voit le plan *yz*.

Aussi, on connaît l'orientation exacte du vecteur champ magnétique et on sait que la vitesse est à 30° du champ magnétique. Il n'y a donc que deux orientations possibles pour le vecteur vitesse, orientation visibles sur l'illustration ci-contre.



En utilisant la règle de la main droite, on peut déterminer laquelle des deux orientations est la bonne : puisque c'est le pouce qui doit indiquer la direction de la force (la direction sortante), c'est le vecteur $\vec{v}_2$ de l'illustration qui permet de remplir les conditions, tel que le montre la seconde illustration.

Connaissant cette orientation, on pourra retrouver les composantes de la vitesse à partir de son module et de son orientation.

L'équation du module de la force contient le module *v* de la vitesse :

$$F = |q| vB \sin\theta_{vB} \quad = \quad 2evB \sin\theta_{vB}$$

$$v = \frac{F}{2eB \sin\theta_{vB}} \quad = \quad \frac{1{,}9\times10^{-16}\text{ N}}{2\times(1{,}602\times10^{-19}\text{ C})\times0{,}060\text{ T}\times\sin 30°} \quad = \quad 1{,}98 \times 10^4 \, \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Puisque cette vitesse s'étend dans le plan *yz*, ses composantes sont :

$$v_x = 0$$

$$v_y = 1{,}98 \times 10^4 \, \frac{\text{m}}{\text{s}} \times \cos 30° \quad = \quad 17{,}12 \times 10^3 \, \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_z = -1{,}98 \times 10^4 \, \frac{\text{m}}{\text{s}} \times \sin 30° \quad = \quad -9{,}88 \times 10^3 \, \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

On peut finalement exprimer la vitesse comme un vecteur :

$$\vec{v} = \boldsymbol{\left(17{,}12\vec{j} - 9{,}88\vec{k}\right) \times 10^3 \, \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

b) $\vec{a} = 2{,}86 \times 10^{10} \vec{\imath} \, \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

À l'aide de la 2ᵉ loi de Newton, on peut trouver l'accélération à partir de la force et la masse :

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m_\alpha}$$

La masse de la particule α est donnée avec les constantes, $m_\alpha = 6{,}644\times10^{-27}$ kg :

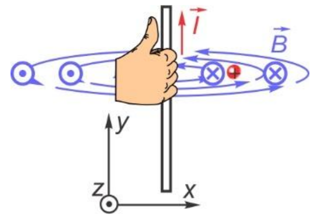
$$\vec{a} = \frac{1{,}9\times10^{-16}\vec{\imath}\text{ N}}{6{,}644\times10^{-27}\text{ kg}} \quad = \quad \boldsymbol{2{,}86 \times 10^{10} \vec{\imath} \, \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

retour à la question ▲

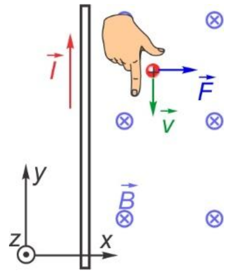
8.8 Solution : La trajectoire retour à la question ▲

La trajectoire D

La façon pour le fil d'interagir avec la charge positive est de produire un champ magnétique autour de lui. On doit alors déterminer l'orientation de ce champ magnétique pour savoir de quelle manière il affectera la charge. Selon la règle de la main droite, à l'emplacement de la particule, le champ magnétique entre dans le plan du schéma (voir figure ci-contre).



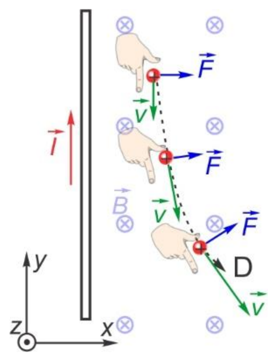
La particule se trouve donc dans un champ entrant lorsqu'elle entame sa chute. Sous l'effet de la gravité, sa vitesse sera initialement orientée vers le bas, et une force magnétique pourra donc apparaître dès le début du déplacement. Selon la RMD, une vitesse orientée vers le bas et un champ entrant entraîne sur une charge positive une force vers la droite (voir figure ci-contre). La particule devrait donc dévier vers la droite dès le début de son mouvement.



Sa déviation vers la droite correspond à un changement d'orientation de sa vitesse, mais celle-ci demeure dans le plan du schéma, où le champ est toujours dans la direction entrante. Selon la règle de la main droite, la force qui demeure perpendiculaire à la vitesse change d'orientation également mais demeure elle aussi dans le plan du schéma (voir figure ci-contre).

La trajectoire sera donc une simple déviation vers la droite, dont la courbure dépend de la vitesse et de l'intensité du champ qui diminue en s'éloignant du fil.

Seule la trajectoire D correspond à ce type de mouvement.



retour à la question ▲

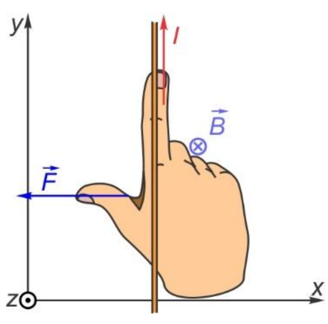
8.2 LA FORCE MAGNÉTIQUE SUR UN CONDUCTEUR PARCOURU PAR UN COURANT

8.9 Solution : Dans tous les sens retour à la question ▲

a) Vers l'axe x négatif

Sur la figure fournie, on place les doigts, main ouverte, (ou l'index) dans la direction du courant (vers le haut, y^+), et place la main pour fermer les doigts dans la direction du champ magnétique, la direction qui entre dans la figure (z^-).

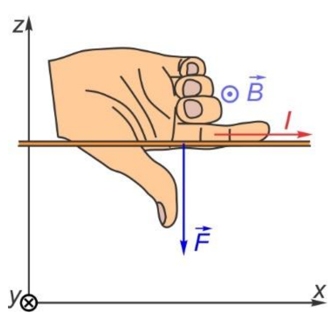
Le pouce pointe alors vers la gauche, la direction de la force magnétique sur le fil, vers x^-.



b) Vers l'axe z négatif

On place les doigts, main ouverte, (ou l'index) dans la direction du courant (vers la droite, x^+), et place la main pour fermer les doigts dans la direction du champ magnétique, la direction sortante (z^+).

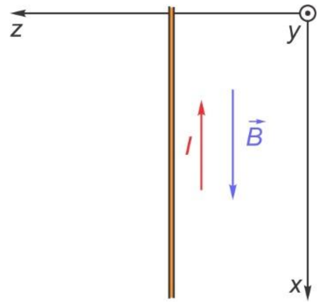
Le pouce pointe alors vers le bas, la direction de la force magnétique sur le fil, vers z^-.



c) Aucune force magnétique sur le fil.

Lorsque le courant et le vecteur champ magnétique sont parallèles (ou antiparallèles), la force magnétique sur le fil est nulle (n'existe pas).

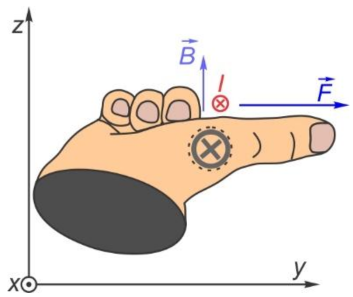
Il n'y aurait d'ailleurs aucune manière de placer la main droite pour fermer les doigts vers le champ magnétique puisqu'il est à 180° du courant dans toutes les directions.



d) Vers l'axe y positif

On place les doigts, main ouverte, (ou l'index) dans la direction du courant (la direction entrante, x^-), et place la main pour fermer les doigts dans la direction du champ magnétique, vers le haut (z^+).

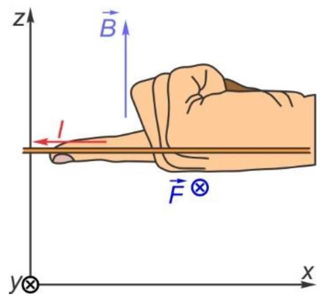
Le pouce pointe alors vers la droite, la direction de la force magnétique sur le fil, vers y^+.



e) Vers l'axe y positif

On place les doigts, main ouverte, (ou l'index) dans la direction du courant (vers la gauche, x^-), et place la main pour fermer les doigts dans la direction du champ magnétique, vers le haut (z^+).

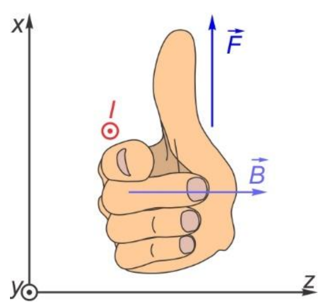
Le pouce pointe alors dans la direction entrante, la direction de la force magnétique sur le fil, vers y^+.



f) Vers l'axe x positif

On place les doigts, main ouverte, (ou l'index) dans la direction du courant (direction sortante, y^+), et place la main pour fermer les doigts dans la direction du champ magnétique, vers la droite (z^+).

Le pouce pointe alors dans le haut, la direction de la force magnétique sur le fil, vers x^+.



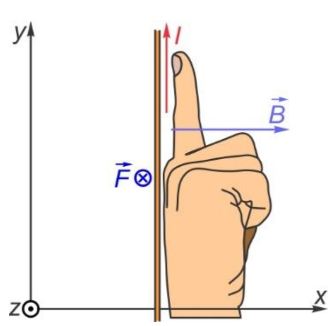
retour à la question ▲

8.10 Solution : Dans quel sens? retour à la question ▲

a) Vers l'axe y positif

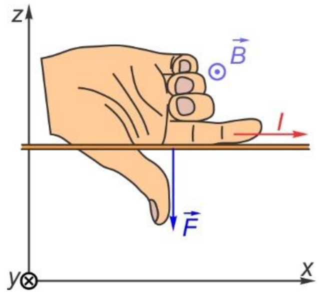
La règle de la main droite ne peut être appliquée en sens inverse pour retrouver l'un des vecteurs qui conduit au vecteur force magnétique. Cependant, le long d'un fil droit, il n'y a que deux possibilités à vérifier pour trouver laquelle entraîne une force dans la direction connue.

Dans le cas actuel, c'est un courant vers le haut (y^+), combiné à un champ vers x^+, qui mène à un vecteur force entrant dans l'illustration (z^-). Le courant recherché est donc un courant vers le haut, vers y^+.



b) Vers l'axe *x* positif

C'est avec un courant vers la droite, vers x^+, que l'opération de la main droite indique le bas pour la direction de la force sur le fil.



retour à la question ▲

8.11 Solution : Le module de la force retour à la question ▲

F = 0,242 N

La force magnétique agissant sur un fil dans un champ magnétique est donnée par :

$$\vec{F} = I\vec{l} \times \vec{B}$$

Si on ne s'attarde qu'au module de la force, on peut utiliser :

$$F = IlB \sin \theta_{lB}$$

S'il est mentionné que le fil est placé perpendiculairement au champ, alors ϑ_{IB} = 90°, et on peut calculer F :

$$F = 2{,}15\ \mathrm{A} \times 0{,}25\ \mathrm{m} \times 0{,}45\ \mathrm{T} \times \sin 90° \quad = \quad 0{,}242\ \mathrm{N}$$

retour à la question ▲

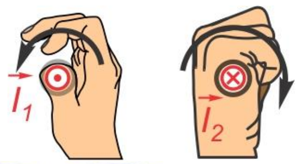
8.12 Solution : Action-Réaction retour à la question ▲

a) Une répulsion

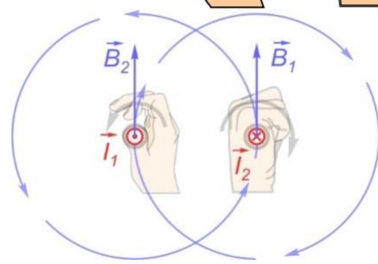
Dans le cas de deux fils voisins portant chacun un courant, le champ magnétique produit par l'un applique une force magnétique sur l'autre. Si les fils sont parallèles, le champ magnétique aura la même valeur et orientation partout sur l'autre fil. On peut alors calculer facilement la force que subit le second.

Pour déterminer l'orientation de la force sur l'un des fils, on doit d'abord identifier l'orientation et la grandeur du champ magnétique produit par l'autre à l'endroit où se trouve le premier. Utilisons une illustration où on aperçoit bien l'orientation du champ de chaque fil à l'emplacement de l'autre, une illustration où les fils sont perpendiculaire au plan (voir figure ci-contre).

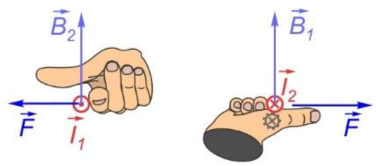
À l'aide de la règle de la main droite, on peut identifier pour chaque fil le sens de rotation des lignes de champ autour des fils. Pour le fil au courant sortant (I_1), on trouve une rotation antihoraire, et pour le fil au courant entrant (I_2), on trouve une rotation horaire.



On peut alors tracer deux lignes de champ circulaire permettant de trouver l'orientation du champ magnétique à l'emplacement de chacun des fils (voir figure ci-contre). En l'occurrence, chacun des fils produit sur l'autre un champ magnétique vers le haut. On peut alors trouver l'orientation de la force sur chaque fil pour identifier une attraction ou une répulsion.



On obtient alors pour le fil de gauche une force vers la gauche et pour le fil de droite une force vers la droite… Les forces magnétiques sur les fils sont donc des forces de répulsion.



b) F_1 = 133 µN

Le module de la force sur un fil baignant dans un champ magnétique est donné par :

$$F = IlB \sin\theta_{lB}$$

Pour le fil 1, le champ ayant un effet sur lui est le champ $\vec{B}_2$ produit par le fil 2. Le module de ce champ est donné par :

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi R}$$

La force agissant sur le fil 1 est donc :

$$F_1 = I_1 l_1 \frac{\mu_0 I_2}{2\pi R} \sin\theta_{l_1 B_2}$$

L'angle impliqué est de 90° puisque le champ est perpendiculaire au fil. Pour une longueur de 5 m du fil 1 :

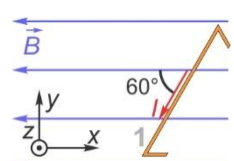
$$F_1 = 3{,}5\ \text{A} \times 5\ \text{m} \times \frac{\left(4\pi\times10^{-7}\ \frac{\text{T}\cdot\text{m}}{\text{A}}\right)\times 1{,}9\ \text{A}}{2\pi\times 0{,}05\ \text{m}} \times \sin 90° \quad = \quad \mathbf{133\ \mu N}$$

c) F_2 = 133 µN

La force subie par le fil 1 (calculée en b)) est produite par le fil 2, via son champ magnétique. La force subie par le fil 2 est donc produite de la même manière par le fil 1, et il s'agit du principe d'action-réaction. Les deux forces en présence sont de même grandeur et de directions opposées. Le module de la force subie par le fil 2 est donc également de 133 µN.

retour à la question ▲

8.13 Solution : Le triangle retour à la question ▲



a) F_1 = 0,436 N

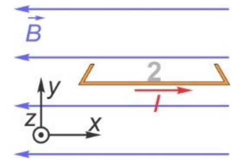
Le module de la force sur un fil baignant dans un champ magnétique est donné par :

$$F = IlB \sin\theta_{lB}$$

Le courant et le champ font un angle de 60°, donc :

$$F = 1{,}40\ \mathrm{A} \times 0{,}18\ \mathrm{m} \times 2{,}00\ \mathrm{T} \times \sin 60° \quad = \quad \mathbf{0{,}436\ N}$$

b) F_2 = 0 N



La section 2 du cadre est parallèle au champ magnétique. Le courant qu'elle porte est donc parallèle au champ et la force qu'elle subira est nulle. Dans l'équation du module de la force, c'est l'angle de 180° qui fait en sorte que la force est nulle :

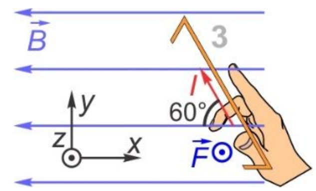
$$F = IlB \sin 180° \quad = \quad 0$$

c) $\vec{F}_3 = 0{,}436\vec{k}$ N

Pour connaître le vecteur force magnétique sur le côté 3 du cadre, deux approches sont valides.

1- Si on trouve le module par calcul (comme en a)) et l'orientation à l'aide de la règle de la main droite, on aura les informations permettant d'exprimer le vecteur.

2- Si on identifie les composantes des vecteurs longueur $\vec{l}$ et champ $\vec{B}$, on pourra utiliser l'équation comportant un produit vectoriel.



L'approche #1 peut être plus courte puisqu'on a déjà effectué en a) les calculs qui seront identiques ici : les valeurs *I*, *l* et *B* sont identiques, et malgré que l'orientation de cette section du cadre soit différente, elle fait elle aussi 60° avec l'orientation du champ. Le module de la force sur cette section est donc la même :

$$F_3 = 1{,}40\ \mathrm{A} \times 0{,}18\ \mathrm{m} \times 2{,}00\ \mathrm{T} \times \sin 60° \quad = \quad 0{,}436\ \mathrm{N}$$

La règle de la main droite permet par ailleurs de déterminer l'orientation de la force. La figure ci-contre montre son utilisation, avec le pouce qui montre la direction sortante de la figure, donc l'axe z^+. Le vecteur force est donc :

$$\vec{F}_3 = \mathbf{0{,}436}\vec{k}\ \mathbf{N}$$

La solution alternative, utilisant un produit vectoriel, implique l'équation :

$$\vec{F} = I\vec{l} \times \vec{B}$$

On doit exprimer la longueur comme un vecteur, par ses composantes :

$$l_x = -l \cos 60° \quad = \quad -\ 0{,}18\ \mathrm{m} \times \cos 60° \quad = \quad -\ 0{,}090\ \mathrm{m}$$

$$l_y = l \sin 60° \quad = \quad 0{,}18\ \mathrm{m} \times \sin 60° \quad = \quad 0{,}156\ \mathrm{m}$$

$$\vec{l} = (-0{,}090\vec{\imath} + 0{,}156\vec{\jmath})\ \mathrm{m}$$

On doit aussi connaître le vecteur champ magnétique : $\vec{B} = -2{,}00\vec{\imath}$ T. La force est donc :

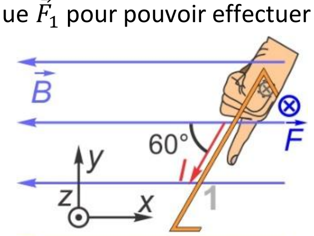
$$\vec{F}_3 = I\vec{l} \times \vec{B} \quad = \quad I \times \left[\left(l_y B_z - l_z B_y\right)\vec{\imath} - \left(l_x B_z - l_z B_x\right)\vec{\jmath} + \left(l_x B_y - l_y B_x\right)\vec{k}\right]$$

$$\vec{F}_3 = 1{,}40\ \mathrm{A} \times \left[\left((0{,}156\ \mathrm{m} \times 0 - 0 \times 0)\vec{\imath} - \left(-0{,}090\ \mathrm{m} \times 0 - 0 \times (-2{,}00)\right)\vec{\jmath} + \left(-0{,}090\ \mathrm{m} \times 0 - 0{,}156\ \mathrm{m} \times (-2{,}00)\right)\vec{k}\right)\right]$$

$$\vec{F}_3 = \quad 1{,}40\ \mathrm{A} \times \left(0\vec{\imath} - 0\vec{\jmath} + 0{,}312\vec{k}\right) \quad = \quad \mathbf{0{,}436}\vec{k}\ \mathbf{N}$$

d) $\vec{F}$ = 0

Pour déterminer la force résultante sur l'ensemble du cadre triangulaire, on doit connaître et additionner les forces agissant sur ses trois côtés. On sait que $\vec{F}_2$ est nulle, et que $\vec{F}_3$ = 0,436$\vec{k}$ N, et il ne manque que $\vec{F}_1$ pour pouvoir effectuer la somme.



La méthode du calcul du module et de la détermination de l'orientation avec la règle de la main droite est plus rapide que le produit vectoriel lorsque la direction résultante est parallèle à l'un des axes. Qui puis est, le calcul est le même que pour $\vec{F}_3$, impliquant le même champ, le même courant, et un angle de 60° (peu importe qu'elle soit inversé par à celui de $\vec{F}_3$) :

$$F_1 = 1{,}40\ \mathrm{A} \times 0{,}18\ \mathrm{m} \times 2{,}00\ \mathrm{T} \times \sin 60° \quad = \quad 0{,}436\ \mathrm{N}$$

La règle de la main droite indique la direction entrante selon le schéma ci-contre. Le vecteur force $\vec{F}_1$ est donc :

$$\vec{F}_1 = -0{,}436\vec{k}\ \mathrm{N}$$

Finalement, la force résultante sur le cadre est la somme des forces sur les trois côtés :

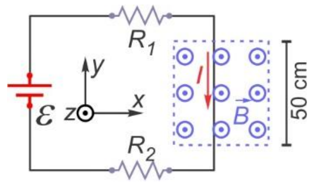
$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 \quad = \quad \left(-0{,}436\vec{k}\ \mathrm{N}\right) + 0 + \left(0{,}436\vec{k}\ \mathrm{N}\right) \quad = \quad \mathbf{0}$$

La force résultante est nulle, et c'est le cas pour tous les cas de courant dans un circuit fermé dans un champ magnétique uniforme.

retour à la question ▲

8.14 Solution : Le circuit retour à la question ▲

a) F = 0,0560 N



Avant de traiter le calcul de la force à partir du courant et du champ, on doit déterminer la valeur du courant en traitant le circuit contenant une source et deux résistances en série.

Peu importe l'ordre ou l'emplacement des résistances dans le circuit, c'est la résistance équivalente et la source qui définissent le courant selon la loi d'Ohm.

Calcul de la résistance équivalente :

$$R = R_1 + R_2 \quad = \quad 25\,\Omega + 42\,\Omega \quad = \quad 67\,\Omega$$

Calcul du courant dans le circuit :

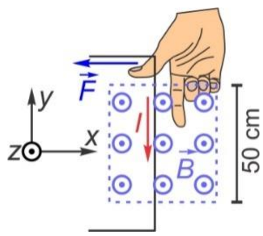
$$\Delta V = RI \qquad \Rightarrow \qquad I = \frac{\Delta V}{R} \quad = \quad \frac{5{,}00\ V}{67\ \Omega} \quad = \quad 0{,}0746\ \mathrm{A}$$

Selon le positionnement de la source, ce courant circule vers le bas dans la portion de fil de 50 cm qui traverse un champ (sortant, donc perpendiculaire au courant) de 1,50 T. On peut alors calculer le module de la force agissant sur cette portion de fil :

$$F = IlB\sin\theta_{lB} \quad = \quad 0{,}0746\ \mathrm{A} \times 0{,}50\ \mathrm{m} \times 1{,}50\ \mathrm{T} \times \sin 90° \quad = \quad \mathbf{0{,}0560\ N}$$

b) Vers x négatif

Selon la règle de la main droite, le courant vers le bas et le champ magnétique sortant entraînent une force magnétique vers la gauche, donc vers la direction négative de l'axe x.



retour à la question ▲

8.15 Solution : L'électroaimant gravitationnel retour à la question ▲

I = 81,8 A

Via la masse par unité de longueur du fil (m/l = 0,350 g/m), on peut calculer la force magnétique (par unité de longueur) qui permettra de le supporter. On peut aussi faire le calcul pour 1 m de ce fil pour alléger les écritures. Le poids d'un mètre de ce fil est :

$$F_g = mg \quad = \quad 0{,}000\,350\ \mathrm{kg} \times 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \quad = \quad 3{,}43 \times 10^{-3}\ \mathrm{N}$$

On cherche donc le courant qui produira une force magnétique de même grandeur. Le fil étant perpendiculaire au champ, l'angle impliqué est de 90°, donc :

$$F_B = IlB\sin\theta_{lB} \quad = \quad F_g \quad = \quad mg$$

$$I = \frac{mg}{lB\sin\theta_{lB}} \quad = \quad \frac{0{,}000\,350\ \mathrm{kg} \times 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}{1\ \mathrm{m} \times (42 \times 10^{-6}\ \mathrm{T}) \times \sin 90°} \quad = \quad \mathbf{81{,}8\ A}$$

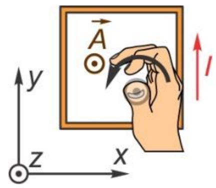
retour à la question ▲

8.3 LE MOMENT DE FORCE SUR UNE BOUCLE DE COURANT

8.16 Solution : La direction de l'aire retour à la question ▲

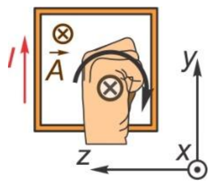
a) Vers l'axe *z* positif

La main droite enroulée dans le sens du courant dirige le pouce vers la direction du vecteur aire $\vec{A}$, et vers l'axe *z* positif.



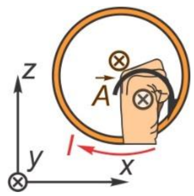
b) Vers l'axe *x* négatif

La main droite enroulée dans le sens du courant dirige le pouce vers $\vec{A}$, vers l'axe *x* négatif.



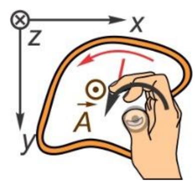
c) Vers l'axe *y* positif

La main droite enroulée dans le sens du courant dirige le pouce vers $\vec{A}$, vers l'axe *y* positif.



d) Vers l'axe *z* négatif

Même si la forme de la boucle de courant est étrange, on peut quand même définir le sens de rotation du courant et l'associer au sens d'enroulement de la main droite. On trouve alors pour $\vec{A}$ la direction de l'axe *z* négatif.

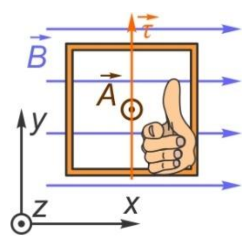


retour à la question ▲

8.17 Solution : Direction du moment de force retour à la question ▲

a) Vers l'axe *y* positif

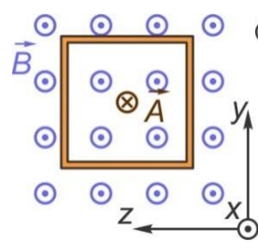
Le vecteur $\vec{A}$ sort de l'illustration et le champ magnétique $\vec{B}$ est vers la droite. La règle de la main droite indique alors la direction du haut, vers y^+.



b) Il n'y a aucun moment de force

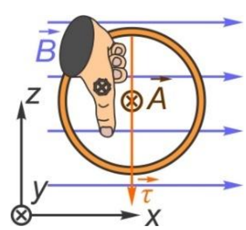
Le champ magnétique étant parallèle (ou antiparallèle) au vecteur aire $\vec{A}$ le moment de force est nul et n'a donc aucune direction.

Vu autrement, le produit donnant le module du moment de force comprendrait un terme « sin180° = 0 », induisant un résultat nul.



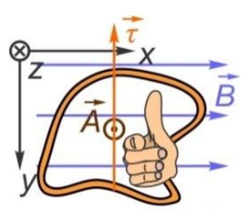
c) Vers l'axe *z* négatif

Via la règle de la main droite, le vecteur $\vec{A}$ entrant et le champ $\vec{B}$ vers la droite entraînent un vecteur moment de force vers le bas, vers l'axe *z* négatif.



d) Vers l'axe *y* négatif

Via la règle de la main droite, le vecteur $\vec{A}$ sortant et le champ $\vec{B}$ vers la droite entraînent un vecteur moment de force vers le haut, vers l'axe *y* négatif.



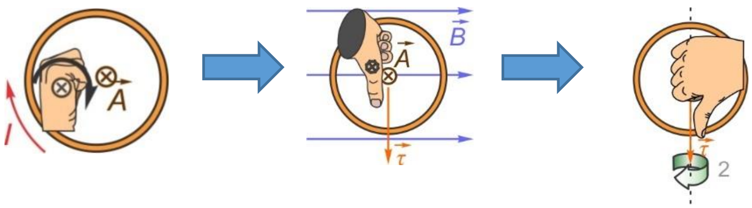
retour à la question ▲

8.18 Solution : Le sens de rotation retour à la question ▲

Dans chaque situation, on doit se servir du sens de rotation du courant pour identifier l'orientation du vecteur aire $\vec{A}$ (à l'aide de la règle de la main droite, et ensuite utiliser à nouveau la règle de la main droite pour identifier l'orientation du résultat du produit vectoriel de ce vecteur $\vec{A}$ avec le champ magnétique $\vec{B}$.

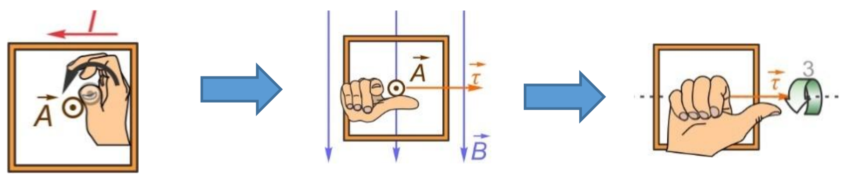
a) 2

Déterminer $\vec{A}$ Déterminer $\vec{\tau}$ Sens de rotation induite



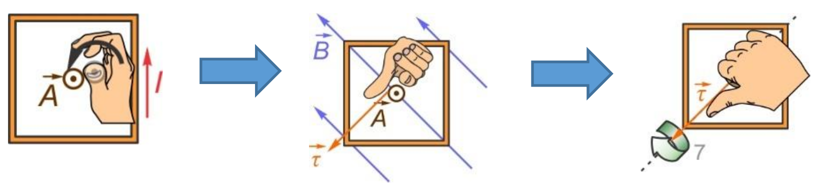
b) 3

Déterminer $\vec{A}$ Déterminer $\vec{\tau}$ Sens de rotation induite



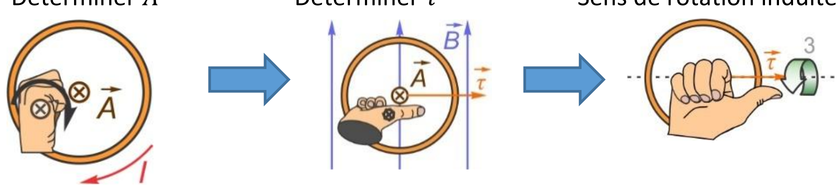
c) 7

Déterminer $\vec{A}$ Déterminer $\vec{\tau}$ Sens de rotation induite



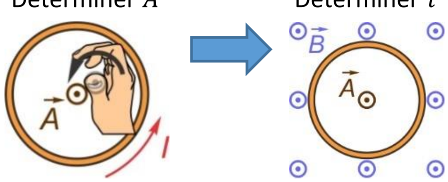
d) 3

Déterminer $\vec{A}$ Déterminer $\vec{\tau}$ Sens de rotation induite



e) Aucune rotation

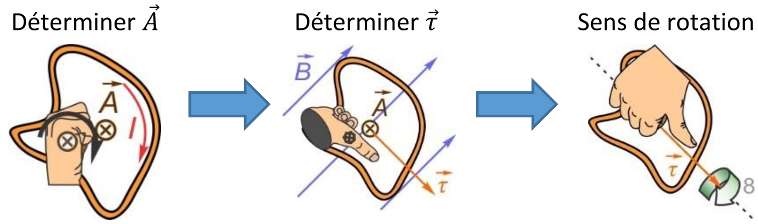
Déterminer $\vec{A}$ Déterminer $\vec{\tau}$



Il n'y a pas de moment de force car $\vec{A}$ est parallèle à $\vec{B}$, donc pas de rotation non plus.

f) 8

Déterminer $\vec{A}$ Déterminer $\vec{\tau}$ Sens de rotation induite



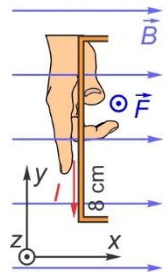
retour à la question ▲

8.19 Solution : Le carré retour à la question ▲

a) $\vec{F}_g = 0{,}100\vec{k}$ N

Dans la branche de gauche, le courant est orienté vers le bas. Pour un champ magnétique vers la droite, la règle de la main droite indique une force dans la direction sortante, donc z^+ (voir figure ci-contre).

Le champ étant perpendiculaire à la branche, le module de cette force est :



$$F_g = IlB \sin\theta_{lB}$$

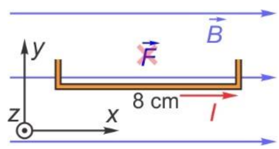
$$F_g = 1\text{ A} \times 0{,}08\text{ m} \times 1{,}25\text{ T} \times \sin 90° \quad = \quad 0{,}100\text{ N}$$

Le vecteur force est donc :

$$\vec{F}_g = \mathbf{0{,}100}\vec{k}\ \mathbf{N}$$

b) $\vec{F}_b = 0$

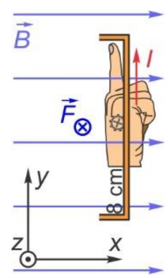
Dans la branche du bas, le courant vers la droite est parallèle au champ magnétique. Il n'y a donc aucune force magnétique sur cette portion du fil.



c) $\vec{F}_d = -0{,}100\vec{k}$ N

Dans la branche de droite, le courant est orienté vers le haut. Pour un champ magnétique vers la droite, la règle de la main droite indique une force dans la direction entrante, donc z^- (voir figure ci-contre).

Le courant, la longueur de cette branche et le champ ayant les mêmes valeurs qu'en a), le module de cette force est le même, mais dans la direction opposées à celle de la question a) :



$$\vec{F}_d = \mathbf{-0{,}100}\vec{k}\ \mathbf{N}$$

d) $\vec{F}_R$=0

La force résultante sur le cadre est la somme des forces sur les quatre branches. Deux sont nulles (les branches horizontales), et deux sont de même grandeur et opposées ($\vec{F}_d = -\vec{F}_g$). La force résultante sur le cadre entier est donc nulle.

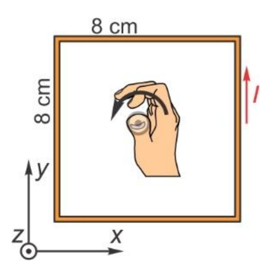
e) $\vec{A} = 6{,}40 \times 10^{-3}\vec{k}\ \text{m}^2$

Le vecteur aire $\vec{A}$ a une valeur simplement liée à l'air du cadre :

$$A = (0{,}08\text{ m})^2 \quad = \quad 6{,}40 \times 10^{-3}\text{ m}^2$$

Si ce vecteur respecte la règle de la main droite avec le courant, le champ produit par le courant en sens antihoraire sur notre illustration sera dans la direction sortante, donc vers l'axe *z* positif (voir figure ci-contre).

Le vecteur $\vec{A}$ est donc :



$$\vec{A} = \mathbf{6{,}40 \times 10^{-3}}\vec{k}\ \mathbf{m^2}$$

f) $\tau = 8{,}00\times10^{-3}$ N·m

La grandeur du moment de force sur le cadre de courant est donnée par :

$$\tau = NIAB \sin\theta_{AB}$$

Puisque c'est un cadre simple, il n'y a qu'un tour conducteur pour la circulation du courant, donc *N* = 1.

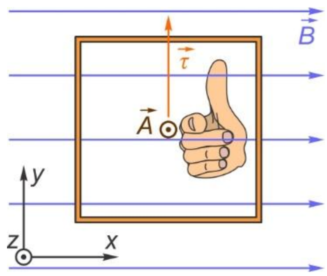
Puisque le champ magnétique $\vec{B}$ est parallèle à l'axe *x* et le vecteur aire $\vec{A}$ parallèle à l'axe *z*, l'angle entre eux est $\vartheta = 90°$, donc :

$$\tau = 1 \times 1\text{ A} \times (6{,}4 \times 10^{-3}\text{ m}^2) \times 1{,}25\text{ T} \times \sin 90° \quad = \quad 8{,}00 \times 10^{-3}\text{ N} \cdot \text{m}$$

g) $\vec{\tau} = 8{,}00 \times 10^{-3}\vec{\jmath}\ \mathrm{N \cdot m}$

On peut identifier l'orientation du vecteur moment de force $\vec{\tau}$ à partir du fait qu'il provient du produit vectoriel des vecteurs $\vec{A}$ et $\vec{B}$:

$$\vec{\tau} = NI \cdot \vec{A} \times \vec{B}$$



Si *N* et *I* ne contribuent qu'à la valeur du moment de force, le vecteur moment de force sera perpendiculaire à la fois à $\vec{A}$ et à $\vec{B}$. Selon la règle de la main droite, si $\vec{A}$ sort du plan de l'illustration et $\vec{B}$ est dirigé vers la droite, le moment de force est dirigé vers le haut, vers *y* positif (voir figure ci-contre).

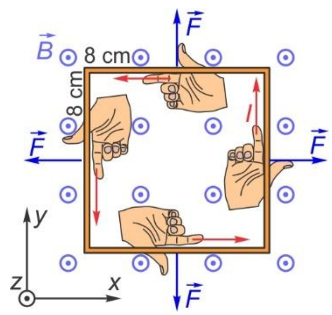
Le vecteur moment de force est donc :

$$\vec{\tau} = 8{,}00 \times 10^{-3}\vec{\jmath}\ \mathrm{N \cdot m}$$

retour à la question ▲

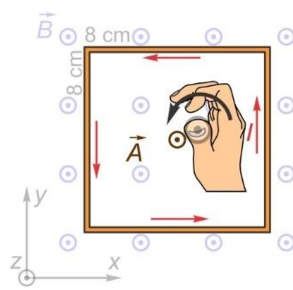
8.20 Solution : Le carré II retour à la question ▲

a) $\vec{F} = 0$



Avant de procéder à tout calcul, identifions l'orientation de la force magnétique sur chaque branche du cadre. La figure ci-contre montre que pour un champ magnétique perpendiculaire à chacune des branches, la force ne sera nulle pour aucune des branches. Les quatre orientations des courants entraînent donc quatre orientations pour les forces. Puisque les quatre branches ont également les mêmes courants et les mêmes longueurs, les quatre forces auront les mêmes grandeurs et s'annuleront deux à deux pour produire une force résultante nulle.

b) $\vec{\tau} = 0$



La force résultante nulle n'entraîne pas nécessairement un moment de force nul. On doit déterminer le vecteur aire $\vec{A}$ pour calculer le moment de force et identifier son orientation.

Sur le schéma, le courant tourne en sens antihoraire dans le cadre. La règle de la main droite entraîne donc un vecteur $\vec{A}$ sortant (voir figure ci-contre).

Le moment de force implique ensuite un produit vectoriel de $\vec{A}$ et $\vec{B}$. Ces deux vecteurs étant parallèles, le moment de force est donc nul (le module du moment de force comprend un produit par sin ϑ_{AB}, égalant 0 pour des vecteurs parallèles.

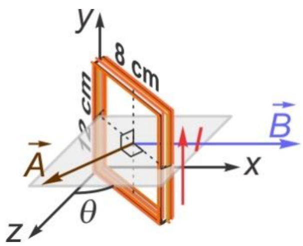
retour à la question ▲

8.21 Solution : Le cadre tournant retour à la question ▲

a) $\vec{\tau} = 0{,}720\vec{j}$ Nm

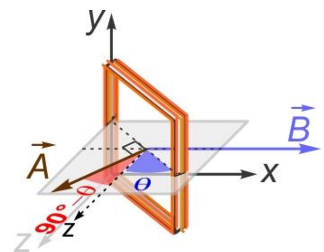
Le vecteur moment de force est donné par l'équation :

$$\vec{\tau} = NI\vec{A} \times \vec{B}$$

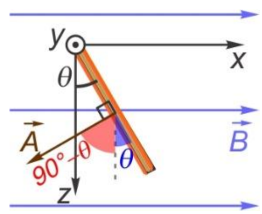


Seul le vecteur $\vec{A}$ n'est pas déjà connu et demande d'être déterminé d'abord.

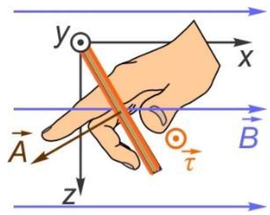
Selon la règle de la main droite et le sens du courant dans le cadre, on peut illustrer le vecteur $\vec{A}$ l'espace (voir figure ci-contre). Le vecteur $\vec{A}$ est en tout temps perpendiculaire au cadre et son orientation est directement liée à l'angle ϑ.



Pour simplifier le schéma des vecteurs impliqués, on peut utiliser une vue de haut (depuis y^+), où c'est le cadre qu'on ne distingue plus (voir figure ci-contre). On peut alors facilement illustrer le champ magnétique dirigé vers x^+.



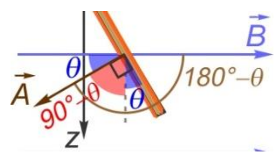
On peut finalement déterminer et illustrer le vecteur moment de force $\vec{\tau}$ à partir encore une fois de la règle de la main droite : Le vecteur $\vec{\tau}$ est un vecteur sortant sur l'illustration utilisée (ci-contre), donc orienté selon y^+.



Exprimer $\vec{\tau}$ sous forme de vecteur est donc facile car il est entièrement selon y^+. Son module est :

$$\tau = NIAB\sin\theta_{AB}$$

L'identification des angles sur le schéma permet de constater que l'angle ϑ_{AB} est égal à $180° - \vartheta$. En exprimant aussi l'aire comme le produit des dimensions du cadre, on a :



$$\tau = NI(h \cdot l)B\sin(180° - \theta) \qquad (1)$$

Cette équation (1) pourra être utilisée pour toute valeur de ϑ durant la rotation du cadre. Pour $\vartheta = 30°$:

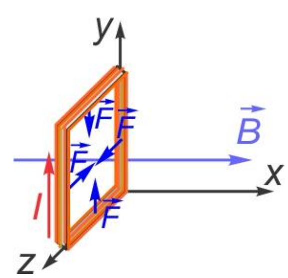
$$\tau = 150 \times 1{,}25\text{ A} \times (0{,}08\text{ m} \times 0{,}12\text{ m}) \times 0{,}80\text{ T} \times \sin(180° - 30°) \quad = \quad 0{,}720\text{ Nm}$$

Puisqu'on a conclu que le vecteur moment de force était orienté selon y^+, on peut l'exprimer par :

$$\vec{\tau} = \mathbf{0{,}720\vec{j}\ Nm}$$

b) $\vec{\tau} = 0$

À partir de l'équation (1) développée en a), on peut refaire le calcul pour un angle de 0° :



$$\tau = NI(h \cdot l)B\sin(180° - \theta)$$

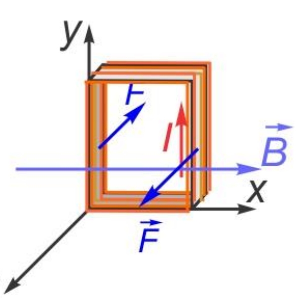
$$\tau = 150 \times 1{,}25\text{ A} \times (0{,}08\text{ m} \times 0{,}12\text{ m}) \times 0{,}80\text{ T} \times \sin(180° - 0°) \quad = \quad \mathbf{0}$$

Ce résultat signifie qu'il n'y a aucun moment de force, et on peut vérifier ce fait en illustrant l'orientation des forces sur chaque section du cadre : les forces s'annulent deux à deux et agissent sur la même ligne de force, sont alignées l'une avec l'autre (voir figure ci-contre).

c) $\vartheta_{Bmax} = 90°$

Selon l'équation (1), seul l'angle ϑ varie durant la rotation (selon l'axe indiqué). On cherche donc à identifier l'angle ϑ pour lequel la valeur de l'expression « sin(180° – ϑ) » est la plus grande.

Le sinus de tout angle valant au maximum « 1 », lorsque l'angle utilisé est de 90°, on cherche ici la valeur de ϑ telle que $(180° - \vartheta) = 90°$:



$$180° - \theta = 90°$$

$$\theta = 180° - 90° \quad = \quad 90°$$

C'est donc lorsque $\vartheta = 90°$ que le moment de force est maximal sur le cadre. La figure ci-contre illustre les forces sur les branches du cadre dans cette orientation. Les forces sur les deux branches verticales sont alors plus distancées, entraînant un moment de force maximal.

d) τ = 1,44 Nm

Toujours à partir de l'équation (1), si on calcule le module du moment de force avec l'angle ϑ = 90° identifié en c), on obtient :

$$\tau = NI(h \cdot l)B \sin(180° - \theta)$$

$$\tau = 150 \times 1{,}25 \text{ A} \times (0{,}08 \text{ m} \times 0{,}12 \text{ m}) \times 0{,}80 \text{ T} \times \sin(180° - 90°) \quad = \quad \mathbf{1{,}44\ Nm}$$

retour à la question ▲

8.22 Solution : La boucle intérieure retour à la question ▲

ΔV = 18,9 V

Le module du moment de force agissant sur la boucle de courant est donné par :

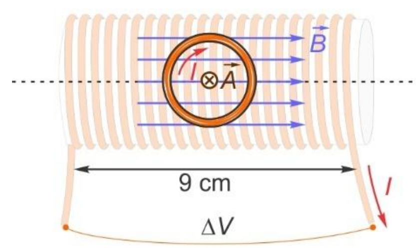
$$\tau = NIAB \sin \theta_{AB}$$

Le champ magnétique B qui agit sur la boucle pour générer un moment de force est en réalité celui produit par le solénoïde. On doit donc distinguer les variables liées à la boucle de celles liées au solénoïde (champs, courants, nombres de tours et dimensions). Le module du moment de force se précise par :

$$\tau = N_{bou} I_{bou} A B_{sol} \sin \theta_{AB} \qquad \text{avec} \qquad A = \pi r_{bou}^2$$

$$\tau = N_{bou} I_{bou} \pi r_{bou}^2 B_{sol} \sin \theta_{AB}$$

L'angle θ_{AB} est celui entre le champ généré par le solénoïde et la perpendiculaire de la boucle (son vecteur $\vec{A}$). Pour un solénoïde, le champ à l'intérieur est parallèle à son axe, et respecte la règle de la main droite (voir figure ci-contre). Le champ est donc dirigé vers la droite.



Pour la boucle, le vecteur $\vec{A}$ est perpendiculaire à son plan (donc perpendiculaire au schéma) et respecte la RMD avec le sens du courant; donc $\vec{A}$ est entrant. L'angle entre $\vec{A}$ et $\vec{B}$ est donc de 90°, d'où :

$$\tau = N_{bou} I_{bou} \pi r_{bou}^2 B_{sol} \sin 90° \quad = \quad N_{bou} I_{bou} \pi r_{bou}^2 B_{sol}$$

Le champ du solénoïde est donné par :

$$B_{sol} = \mu_0 n I_{sol} \qquad \text{avec} \qquad n = \frac{N_{sol}}{L_{sol}}$$

$$B_{sol} = \mu_0 \frac{N_{sol}}{L_{sol}} I_{sol}$$

Le courant dans le solénoïde est lié par la loi d'Ohm au potentiel qu'on recherche et à la résistance du solénoïde :

$$I_{sol} = \frac{\Delta V_{sol}}{R_{sol}}$$

d'où :

$$B_{sol} = \mu_0 \frac{N_{sol}}{L_{sol}} \cdot \frac{\Delta V_{sol}}{R_{sol}}$$

L'expression du moment de force dans laquelle on pourra isoler le potentiel recherché est :

$$\tau = N_{bou} I_{bou} \pi r_{bou}^2 \cdot \mu_0 \frac{N_{sol}}{L_{sol}} \cdot \frac{\Delta V_{sol}}{R_{sol}}$$

$$\Delta V_{sol} = \frac{\tau R_{sol} L_{sol}}{N_{bou} I_{bou} \pi r_{bou}^2 \cdot \mu_0 N_{sol}}$$

Calcul :

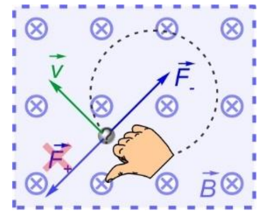
$$\Delta V_{sol} = \frac{(7{,}50 \times 10^{-4} \text{ N·m}) \times 1{,}40\ \Omega \times 0{,}09 \text{ m}}{45 \times 0{,}5 \text{ A} \times \pi \times (0{,}015 \text{ m})^2 \times \left(4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{T·m}}{\text{A}}\right) \times 250} \quad = \quad \mathbf{18{,}9\ V}$$

retour à la question ▲

8.4 LE MOUVEMENT D'UNE PARTICULE CHARGÉE DANS UN CHAMP MAGNÉTIQUE

8.23 Solution : Ton signe

retour à la question ▲



La charge est négative

La trajectoire de la particule (en pointillé) indique que la particule dévie vers la droite (par rapport à sa vitesse). La force qu'elle subit est donc nécessairement dirigée vers sa droite également.

C'est le signe de la charge qui détermine l'orientation de la force magnétique que subit une charge se déplaçant dans un champ magnétique, selon l'équation :

$$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

Dans cette équation, le produit vectoriel « $\vec{v} \times \vec{B}$ » indique l'orientation de la force que subirait une charge positive. Sur le schéma, c'est la force $\vec{F}_+$ (éliminée), qui entraînerait une déviation vers la gauche. Puisque la particule dévie plutôt vers la droite (sur son parcours), la charge est donc nécessairement négative.

retour à la question ▲

8.24 Solution : Le cercle alpha

retour à la question ▲

a) r = 10,7 cm

Le rayon de rotation d'une particule chargée dans un champ magnétique est donné par :

$$r = \frac{mv}{|q|B}$$

La caractéristiques d'une particule α sont :

$$m_\alpha = 6{,}644 \times 10^{-27}\ \text{kg} \qquad \text{et} \qquad q_\alpha = +2e$$

Le rayon est donc :

$$r = \frac{mv}{|q|B} = \frac{mv}{2eB} = \frac{(6{,}644\times10^{-27}\ \text{kg})\times(3\times10^{6}\ \frac{\text{m}}{\text{s}})}{2\times(1{,}602\times10^{-19}\ \text{C})\times 0{,}580\ \text{T}} = \mathbf{0{,}107\ m}$$

b) T = 225 ns

La période de rotation est donnée par :

$$T = \frac{2\pi m}{|q|B} = \frac{2\pi m}{2eB}$$

$$T = \frac{2\pi\times(6{,}644\times10^{-27}\ \text{kg})}{2\times(1{,}602\times10^{-19}\ \text{C})\times 0{,}580\ \text{T}} = 2{,}25\times10^{-7}\ \text{s} = \mathbf{225\ ns}$$

c) $a = 8{,}39\times10^{13}$ m/s²

L'accélération de la particule α, se déplaçant sur un cercle, est une accélération centripète :

$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{(3\times10^{6}\ \text{m})^2}{0{,}107\ \text{m}} = \mathbf{8{,}39\times10^{13}\ \frac{m}{s^2}}$$

retour à la question ▲

8.25 Solution : Le proton étourdi retour à la question ▲

B = 39,4 mT

La fréquence de rotation d'une particule chargée dans un champ (fréquence cyclotron) est liée au champ magnétique par :

$$f_c = \frac{|q|B}{2\pi m}$$

On isole et calcule le champ B :

$$B = \frac{2\pi m f_c}{|q|} \quad = \quad \frac{2\pi \times (1{,}673\times10^{-27}\ \text{kg}) \times (600\ 000\ \text{Hz})}{|1{,}602\times10^{-19}\ \text{C}|} \quad = \quad \mathbf{39{,}4\ mT}$$

retour à la question ▲

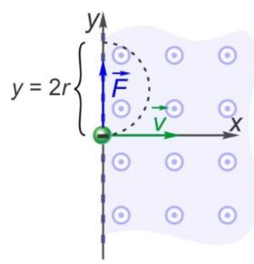
8.26 Solution : D'un bord ou l'autre retour à la question ▲

y = 11,6 cm

Déterminons d'abord de quel côté déviera l'électron (vers le haut ou vers le bas).

Selon l'équation « $\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$ », la force sur l'électron (une charge négative) agit vers le haut. L'électron décrira donc un demi-cercle vers le haut dès son entrée dans le champ.

La hauteur où il émergera du champ magnétique correspond au diamètre de sa trajectoire circulaire, donc à une hauteur $y = 2r$. Le rayon de la trajectoire étant donné par :



$$r = \frac{mv}{|q|B}$$

La hauteur recherchée est :

$$y = 2r \quad = \quad 2 \times \frac{mv}{|q|B} \quad = \quad 2 \times \frac{(9{,}109\times10^{-31}\ \text{kg}) \times (2{,}55\times10^{5}\ \frac{\text{m}}{\text{s}})}{|-1{,}602\times10^{-19}\ \text{C}| \times (25\times10^{-6}\ \text{T})} \quad = \quad \mathbf{11{,}6\ cm}$$

retour à la question ▲

8.27 Solution : L'arrêt du proton retour à la question ▲

B = 511 mT

La différence de potentiel utilisée pour immobiliser le proton nous permet de connaître le module de sa vitesse avant son freinage, par l'équation suivante :

$$\Delta K = -q\Delta V$$

Puisqu'on immobilise le proton :

$$\Delta K = K - K_0 \quad = \quad \tfrac{1}{2}m_p\left(\underbrace{v^2}_{=0} - v_0^2\right) \quad = \quad -\tfrac{1}{2}m_p v_0^2$$

Donc :

$$-\tfrac{1}{2}mv_0^2 = -q\Delta V$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{2q\Delta V}{m_p}} = \sqrt{\frac{2e\Delta V}{m_p}} \qquad (1)$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{2\times(1{,}602\times10^{-19}\ \text{C})\times5\ 000\ \text{V}}{1{,}673\times10^{-27}\ \text{kg}}} \quad = \quad 9{,}79\times10^5\ \tfrac{\text{m}}{\text{s}}$$

Le lien entre cette vitesse, le rayon donné et le champ recherché est :

$$r = \frac{mv}{|q|B}$$

Le module du champ est donc :

$$B = \frac{mv}{|q|r} \quad = \quad \frac{m_p v_0}{er}$$

Si on insère l'expression (1) dans cette dernière équation :

$$B = \frac{m_p\left(\sqrt{\frac{2e\Delta V}{m_p}}\right)}{er} \quad = \quad \sqrt{\frac{2m_p\Delta V}{er^2}}$$

$$B = \sqrt{\frac{2\times(1{,}673\times10^{-27}\ \text{kg})\times5\ 000\ \text{V}}{(1{,}602\times10^{-19}\ \text{C})\times(0{,}02\ \text{m})^2}} \quad = \quad 0{,}511\times10^{-3}\ \text{T} \quad = \quad \mathbf{511\ mT}$$

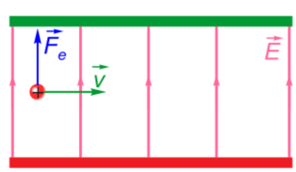
retour à la question ▲

8.5 LA COMBINAISON DES CHAMPS ÉLECTRIQUE ET MAGNÉTIQUE

8.28 Solution : La déviation retour à la question ▲

a) Déviation vers le haut

En présence du champ électrique seul, le proton ne subira qu'une force électrique produite par le champ électrique vers le haut. Puisque la force électrique sur une charge positive est dirigée dans la direction du champ électrique, le proton déviera vers le haut.

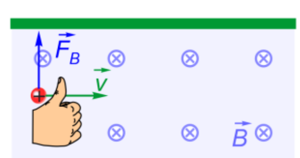


b) Déviation vers le haut

Un champ magnétique seul produira sur le proton une force définie par la règle de la main droite et l'équation :

$$\vec{F} = q\cdot\vec{v}\times\vec{B}$$

Tel qu'illustré ci-contre, pour une charge positive, cette la force recherchée sera dirigée vers le haut.



retour à la question ▲

8.29 Solution : Le champ double retour à la question ▲

F = 8,51×10⁻¹⁵ N

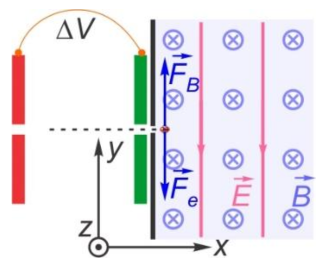
En entrant dans le champ double, la particule *α* subira deux forces. La force électrique, dirigée dans la direction du champ électrique (pour une charge positive) se calcule rapidement :

$$\vec{F}_e = q\vec{E} \qquad \text{(avec } q = 2e\text{)}$$

Cette force est donc dirigée vers y^-. Calculons sa composante *y* en vue de faire la somme avec la composante *y* du champ magnétique :

$$F_{ey} = 2eE_y = 2 \times (1{,}602 \times 10^{-19}\ \text{C}) \times \left(-30 \times 10^3\ \tfrac{\text{V}}{\text{m}}\right) = -9{,}612 \times 10^{-15}\ \text{N}$$

Le champ magnétique, par contre, exige qu'on calcule d'abord la vitesse le la particule, celle-ci étant liée à la phase d'accélération par la différence de potentiel de –10 kV qui précède l'entrée dans le champ. Cette vitesse est liée à l'énergie cinétique *K* dans l'équation :



$$\Delta K = -q\Delta V \qquad \text{(la charge étant } q = 2e\text{)}$$

La vitesse initiale étant nulle :

$$K - K_0 = -2e\Delta V = \tfrac{1}{2}mv^2 - \tfrac{1}{2}m\underbrace{v_0^2}_{=0} = \tfrac{1}{2}mv^2$$

$$v = \sqrt{-\frac{4e\Delta V}{m_\alpha}} = \sqrt{-\frac{4 \times (1{,}602 \times 10^{-19}\ \text{C}) \times (-10^4\ \text{V})}{6{,}644 \times 10^{-27}\ \text{kg}}} = 9{,}82 \times 10^5\ \tfrac{\text{m}}{\text{s}}$$

On peut alors exprimer la force magnétique subie par la particule *α* :

$$\vec{F}_B = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

Selon la règle de la main droite, on peut trouver l'orientation; cette force est dirigée vers y^+. Son module est :

$$F_B = qvB \sin\theta_{vB}$$

Le champ magnétique est perpendiculaire à la vitesse (*ϑ* = 90°), vers y^-, et sa composante *y* est donc :

$$F_{By} = qvB = 2e \times \sqrt{-\frac{4e\Delta V}{m_\alpha}}\,B = \sqrt{-\frac{16e^3\Delta V B^2}{m_\alpha}}$$

$$F_{By} = \sqrt{-\frac{16 \times (1{,}602 \times 10^{-19}\ \text{C})^3 \times (-10^4\ \text{V}) \times (3{,}5 \times 10^{-3}\ \text{T})^2}{6{,}644 \times 10^{-27}\ \text{kg}}} = 1{,}10 \times 10^{-15}\ \text{N}$$

La force résultante est la somme des deux forces calculées (en *y*) :

$$F_{Ry} = F_{Ey} + F_{By} = (-9{,}612 \times 10^{-15}\ \text{N}) + (1{,}10 \times 10^{-15}\ \text{N}) = -8{,}51 \times 10^{-15}\ \text{N}$$

Le module de la force résultante est la valeur absolue de cette composante *y* :

$$F_R = \mathbf{8{,}51 \times 10^{-15}\ N}$$

retour à la question ▲

8.30 Solution : La ligne droite retour à la question ▲

a) $m = 3{,}79\times10^{-25}$ kg

La masse d'une particule chargée est liée au rayon de rotation par :

$$r = \frac{mv}{|q|B}$$

La charge est liée au numéro atomique du thorium. Il possède donc 90 protons, donc une charge $|q| = 90e$.
La masse recherchée est donc :

$$m = \frac{r|q|B}{v} = \frac{r\times(90e)\times B}{v} = \frac{(3{,}10\times10^{-3}\ \mathrm{m})\times\left(90\times(1{,}602\times10^{-19}\ \mathrm{C})\right)\times 5\ \mathrm{T}}{5{,}90\times10^{5}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = \mathbf{3{,}79\times10^{-25}\ kg}$$

b) $E = 2{,}95\times10^{6}$ V/m

Le champ électrique annulant l'effet du champ magnétique sur la trajectoire de la particule ne dépend ni de la masse ni de la charge du noyau, car on cherche une situation où la force résultante est nulle, dans l'équation :

$$\vec{F} = q\left(\vec{E} + \vec{v}\times\vec{B}\right) = 0$$

$$\vec{E} + \vec{v}\times\vec{B} = 0$$

$$\vec{E} = -\vec{v}\times\vec{B}$$

On sait que le terme « $\vec{v}\times\vec{B}$ » inclut l'orientation de la force magnétique, et que celle-ci est opposée à la force électrique, donc les modules de « $\vec{E}$ » et « $\vec{v}\times\vec{B}$ » doivent être égaux. Aussi, on mentionne que $\vec{v}$ et $\vec{B}$ sont perpendiculaires, alors le sinus de 90° fait que le module du champ électrique équivaut à :

$$E = vB\sin 90^\circ = vB$$

$$E = \left(5{,}90\times10^{5}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)\times 5\ \mathrm{T} = \mathbf{2{,}95\times10^{6}\ \frac{V}{m}}$$

retour à la question ▲