CH 3 LES CIRCUITS À COURANT CONTINU

CONSTANTES UTILES

$e = 1{,}602 \times 10^{-19}$ C

ÉQUATIONS LIÉES AU CHAPITRE :

$\boxed{R_{éq} = \sum R}$ $\boxed{\frac{1}{R_{éq}} = \sum \frac{1}{R}}$

$\boxed{\Delta V_{pile} = \mathcal{E} - rI}$ $\boxed{V_B = V_A + \sum \Delta V_{A\to B}}$

$\mathcal{E} = \frac{W}{q}$ $P = \Delta V \cdot I = \mathcal{E}I$

$\sum I = 0$ $\sum \Delta V = 0$

3.1 L'ÉLECTROMOTANCE

3.1 Exercice : L'électromotance solution ▶

Une pile fournit 3,50 joules alors qu'elle émet $1{,}25\times10^{19}$ électrons dans un circuit. Quelle est l'électromotance de cette pile?

3.2 Exercice : La pile réelle 1 solution ▶

On branche une pile réelle de 12 V à un circuit donné (d'une résistance non connue). Le courant produit par cette pile est de 800 mA et le potentiel mesuré à ses bornes est de 10,8 V.

a) Déterminez la résistance interne de cette pile.
b) Si on branche cette pile réelle à un circuit dont la résistance est plus grande, la différence de potentiel aux bornes de la pile va-t-il augmenter ou diminuer?
c) Si on branche la même pile à un autre circuit où le courant est plutôt de 1,10 A, que vaudra le potentiel mesuré aux bornes de la pile?

3.3 Exercice : La pile réelle 2 solution ▶

Une résistance de 12,0 Ω branchée à une pile réelle de 15 V dissipe 16,0 watts. Déterminez la valeur de la résistance interne de la pile.

3.4 Question : Démarrer l'auto solution ▶

Huit piles D (de 1,5 V) branchées en série produisent une électromotance de 12 V, soit autant qu'une batterie d'auto.

Pourquoi ne pourrait-on pas utiliser ces piles pour faire démarrer une auto?

3.5 Exercice : La pile qui chauffe solution ▶

Une pile réelle dont l'électromotance est inconnue a une résistance interne est de 2,00 Ω est réchauffée par l'effet joule dans sa résistance interne. Si elle fournit 1,80 A à un circuit de 10 Ω, déterminez le taux de production d'énergie thermique à l'intérieur de la pile, en watts.

3.6 Exercice : La recharge solution ▶

Les caractéristiques d'une certaine pile sont $\mathcal{E}$ = 12 V et r = 0,8 Ω. Si on veut recharger cette pile sans qu'elle dissipe plus de 7,20 watts en chaleur, avec quel potentiel une source externe directement connectée pourrait-elle la recharger?

3.2 RÉSISTANCE EN SÉRIE ET EN PARALLÈLE

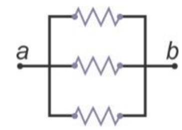
Suivez pour ces exercices la méthode d'analyse disponible ici…

3.7 Exercice : Série-Parallèle solution ▶

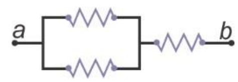
Soit trois résistances identiques de 100 Ω. Déterminez la résistance équivalente (entre les points *a* et *b*) des assemblages suivants :

a)

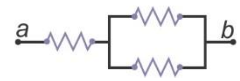
b)



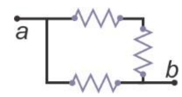
c)



d)



e)

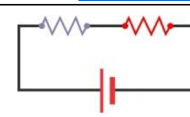


3.8 Question : Vrai ou Faux solution ▶

Vrai ou Faux : un circuit comportant deux résistances présentera une résistance équivalente plus élevée si les résistances sont en parallèle, et ce peu importe la valeur des résistances.

3.9 Exercice : Les deux résistances solution ▶

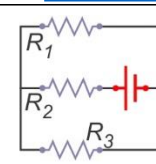
Un circuit comporte une source de 24 V, et des résistances de 1,2 kΩ et 1,9 kΩ. Déterminez :



a) la différence de potentiel de la résistance de 1,9 kΩ;
b) la puissance dissipée par la résistance de 1,2 kΩ.

3.10 Exercice : Les trois résistances solution ▶

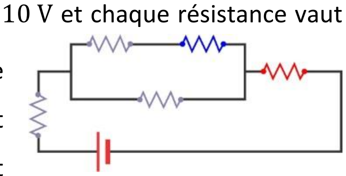
Une source alimente le circuit ci-contre, où R_1 = 25 Ω, R_2 = 15 Ω et R_3 = 40 Ω. Déterminez :



a) la résistance équivalente du circuit;
b) la valeur d'électromotance de la source qui fera en sorte que la puissance dissipée par R_1 sera de 1,5 W.

3.11 Exercice : Le circuit Physique solution ▶

Dans le circuit suivant, $\mathcal{E} = 10$ V et chaque résistance vaut 10 Ω.



a) Déterminez la résistance équivalente;
b) Déterminez le courant fourni par la source;
c) Déterminez le courant dans la résistance identifiée en bleu;
d) Déterminez la puissance dissipée dans la résistance identifiée en rouge.

3.12 Exercice : La puissance de la source solution ▶

Soit deux résistances de 1,25 kΩ et 1,60 kΩ branchées en série avec une source $\mathcal{E}$.

a) Quel potentiel de la source fera en sorte que la résistance de 1,60 kΩ dissipera 0,25 W?
b) Quelle est la puissance totale fournie par la source dans ces conditions?

3.1- 1,75 V — **3.2**- a) 1,5 Ω — b) Augm. — c) 10,4 V — **3.3**- 0,990 — **3.4**- ↓↓↓ — **3.5**- 6,48 W — **3.6**- 14,4 V

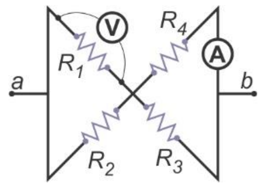
3.7- a) 300 Ω — b) 33,$\overline{3}$ Ω — c) 150 Ω — d) 150 Ω — e) 66,$\overline{6}$ Ω — **3.8**- Faux — **3.9**- a) 14,7 V — b) 71,9 mW — **3.10**- a) 30,4 Ω — b) 12,1 V

3.11- a) 26,$\overline{6}$ Ω — b) 375 mA — c) 125 mA — d) 1,41 W — **3.12**- a) 35,6 V — b) 0,445 W —

3.13 Exercice : La croisée solution ▶

Dans le circuit suivant, $R_1 = 5\ \Omega$, $R_2 = 10\ \Omega$, $R_3 = 15\ \Omega$ et $R_4 = 20\ \Omega$. On établit une différence de potentiel non connue entre les points *a* et *b*.

Si l'ampèremètre indique 0,500 A, qu'indiquera le voltmètre?



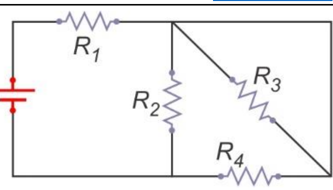
3.14 Exercice : La surchauffe solution ▶

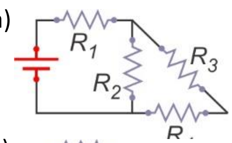
Deux résistances $R_1 = 10{,}0\ \Omega$ et $R_2 = 20{,}0\ \Omega$ ont toute deux une puissance maximale de 10,0 W. Si on les branche à une sources dont on augmente graduellement le potentiel, laquelle grillera en premier si elles sont branchées :

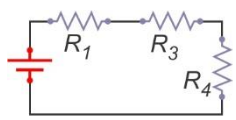
a) en série;
b) en parallèle.

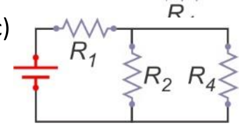
3.15 Question : Le court-circuit 1 solution ▶

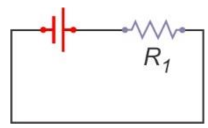
Le circuit suivant peut être assemblé autrement et se comporter de la même manière. Quels circuits, parmi les choix suivants, impliqueront le même courant fourni par la source?

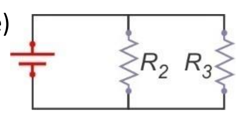


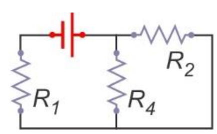
a)


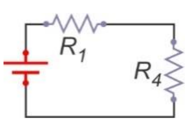
b)


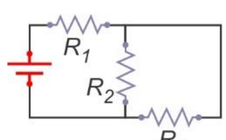
c)


d)


e)


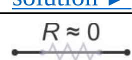
f)


g)


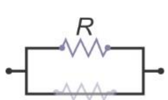
h)


3.16 Question : Le court-circuit 2 solution ▶

Un fil électrique qui relie deux points d'un circuit équivaut à une résistance presque nulle ($R \approx 0$). Calculez la résistance équivalente :



a) d'une résistance branchée en parallèle avec un fil (court-circuitée);



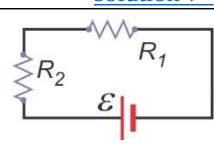
b) d'une résistance branchée en série avec un fil.

3.3 LES LOIS DE KIRCHHOFF

Suivez pour ces exercices la méthode d'analyse disponible ***ici…***

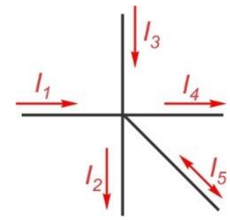
3.17 Exercice : La maille simple solution ▶

Pour le circuit suivant : $\mathcal{E} = 10$ V, $R_1 = 20\ \Omega$ et $R_2 = 30\ \Omega$. Rédigez l'équation de maille pour ce circuit et déterminez le courant à partir de cette équation.



3.18 Exercice : Le nœud simple solution ▶

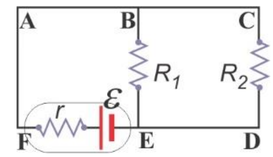
Pour le nœud illustré ci-contre, on sait que $I_1 = 60$ mA, $I_2 = 45$ mA, $I_3 = 25$ mA, $I_4 = 80$ mA. Déterminez la valeur du courant I_5 et déterminez s'il s'agit d'un courant entrant ou d'un courant sortant.



3.19 Exercice : Le circuit 2 solution ▶

Dans le circuit ci-contre, $R_1 = 15\ \Omega$, $R_2 = 25\ \Omega$, $r = 2\ \Omega$ et $\mathcal{E} = 15$ V. Utilisez la méthode des lois de Kirchhoff pour déterminer le courant traversant:

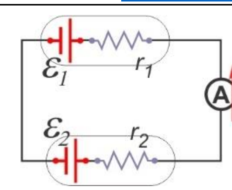
a) R_1;
b) R_2;
c) r.



3.20 Exercice : La pile double solution ▶

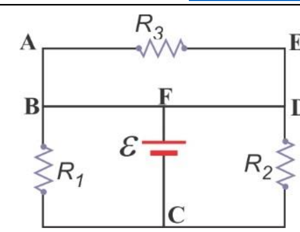
Dans le circuit suivant, $\mathcal{E}_1 = 8$ V, $r_1 = 1{,}5\ \Omega$ et $r_2 = 1{,}2\ \Omega$. Sachant que l'ampèremètre indique 741 mA, dans le sens indiqué :

a) déterminez la valeur de $\mathcal{E}_2$;
b) déterminez la différence de potentiel aux bornes de la pile réelle #2.



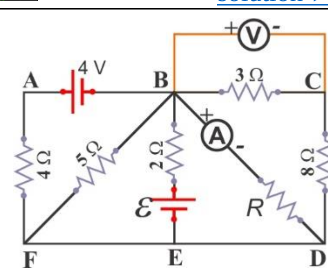
3.21 Exercice : Le trio solution ▶

Sachant que $\mathcal{E} = 5$ V, $R_1 = 10\ \Omega$, $R_2 = 12\ \Omega$ et $R_3 = 8\ \Omega$, déterminez le courant dans la résistance R_1 par les lois de Kirchhoff.



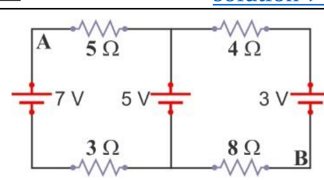
3.22 Exercice : Méli-mélo solution ▶

Dans le circuit suivant, l'ampèremètre indique 0,750 A et le voltmètre indique 2,50 V. Déterminez l'électromotance de la source $\mathcal{E}$ ainsi que la résistance R à l'aide des lois de Kirchhoff.



3.23 Exercice : De A à B solution ▶

Dans le circuit suivant, déterminez la différence de potentiel $\Delta V_{AB} = V_B - V_A$.

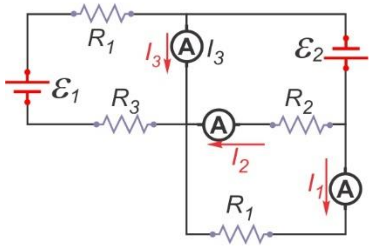


3.13- 3,89 V — **3.14**- a) R_2 — b) R_1 — **3.15**- c), f), h) — **3.16**- a) 0 Ω — b) R — **3.17**- 200 mA — **3.18**- 40,0 mA, entrant

3.19- a) 824 mA — b) 495 mA — c) 1,32 A — **3.20**- a) 10,0 V — b) 9,11 V — **3.21**- 0,500 A — **3.22**- $R = 12{,}2\ \Omega$, $\mathcal{E} = 22{,}6$ V — **3.23**- −4,92 V

3.24 Exercice : Les trois ampèremètres Physique solution ►

Dans le circuit suivant :
R_2 = 25 Ω,
R_3 = 40 Ω,
I_1 = 150 mA,
I_2 = 200 mA,
I_3 = 400 mA.

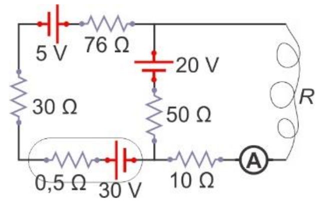


Déterminez :

a) le courant dans R_3;
b) la valeur de $\mathcal{E}_2$;
c) la valeur de R_1.

3.25 Exercice : Le synthèse Physique solution ►

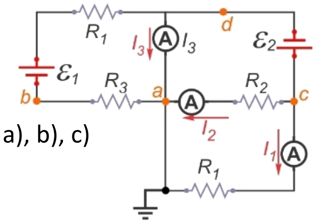
Le circuit ci-contre comporte un mince fil de 40 cm, fait d'un matériau inconnu et dont l'aire conductrice est de 2,50×10^{-8} m². L'ampèremètre inséré dans le circuit indique 483 mA. Déterminez la résistivité du matériau du fil.



3.4 LA MISE À LA TERRE

3.26 Exercice : Le ground solution ►

Au circuit de l'exercice « Les trois ampèremètres » (#3.24), on ajoute un branchement à la Terre (tel qu'illustré ci-contre). Déterminez alors la valeur du potentiel aux points a), b), c) et d).



3.24- a) 750 mA — b) 5,00 V — c) 33,3 Ω — **3.25**- 4,57×10^{-7} Ω — **3.26**- a) 0 V — b) –30 V — c) 5 V — d) 0 V

CH 3 LES CIRCUITS À COURANT CONTINU

3.1 LA FORCE ÉLECTROMOTRICE

retour à la question ▲

3.1 Solution : L'électromotance retour à la question ▲

$\mathcal{E}$ = 1,75 V

Une équation fait le lien entre l'électromotance d'une pile, l'énergie qu'elle communique aux électrons envoyés dans le circuit ainsi que la charge totale de ces électrons :

$$\mathcal{E} = \frac{W}{q} \qquad (1)$$

La charge q, elle, est liée au nombre d'électrons indiqué par :

$$q = Ne \qquad (2)$$

En substituant q par Ne dans l'équation (1) :

$$\mathcal{E} = \frac{W}{Ne} = \frac{3{,}50\ \text{J}}{(1{,}25 \times 10^{19}) \times (1{,}602 \times 10^{-19}\ \text{C})} = \mathbf{1{,}75\ V}$$

retour à la question ▲

retour à la question ▲

3.2 Solution : La pile réelle 1 retour à la question ▲

a) r = 1,5 Ω

Le lien entre l'électromotance de la pile et le potentiel à ses bornes est défini par l'équation :

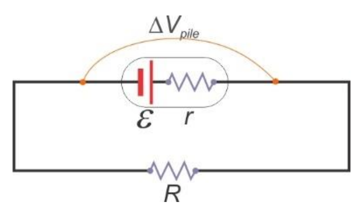
$$\Delta V_{pile} = \mathcal{E} - rI$$

La résistance interne r étant la seule inconnue dans cette équation, on a :

$$r = \frac{\mathcal{E} - \Delta V_{pile}}{I} = \frac{12\ \text{V} - 10{,}8\ \text{V}}{0{,}800\ \text{A}} = \mathbf{1{,}5\ \Omega}$$

b) ΔV_{pile} va augmenter

La résistance interne trouvée en a) est une propriété constante de la pile, comme l'électromotance $\mathcal{E}$. Par contre, branchée à différents circuits, la pile présentera différentes valeurs ΔV_{pile}. Le raisonnement est que si on branche la pile réelle à un circuit dont la résistance (externe à la pile) est plus grande, le courant sera plus faible (plus grande difficulté à faire circuler un courant). Si le courant est plus faible, la chute de potentiel aux bornes de la résistance interne r sera également plus faible, ce qui constituera une perte de potentiel plus faible pour la pile. La différence de potentiel montrée par la pile sera donc plus près de son électromotance.



En équation, d'une part, $\Delta V_{pile} = \mathcal{E} - rI$, et d'autre part, selon le circuit où cette pile est branchée : $\Delta V_{pile} = RI$. Pour obtenir une équation unique de ΔV_{pile} en fonction de R, on peut combiner les deux équations ainsi :

Aux bornes de la résistance externe : $\Delta V_{pile} = RI$ ➔ $I = \frac{\Delta V_{pile}}{R}$

Aux bornes de la pile réelle : $\Delta V_{pile} = \mathcal{E} - rI$ ➔ $\Delta V_{pile} = \mathcal{E} - r\frac{\Delta V_{pile}}{R}$

$$\Delta V_{pile} = \frac{\mathcal{E}}{\left(1 + \frac{r}{R}\right)}$$

Cette dernière équation permet de constater rapidement comment variera ΔV_{pile} si R augmente : une augmentation de R fera diminuer la valeur du terme $\left(1 + \frac{r}{R}\right)$, ce qui fera à son tour augmenter la valeur du rapport, donc diminuer la valeur de ΔV_{pile}.

c) ΔV_{pile} = 10,4 V

L'équation du potentiel d'une pile réelle suffit pour trouver le nouveau potentiel ΔV_{pile} si I = 1,10 A :

$$\Delta V_{pile} = \mathcal{E} - rI = 12\ \text{V} - 1{,}5\ \Omega \times 1{,}10\ \text{A} = \mathbf{10{,}35\ V}$$

retour à la question ▲

retour à la question ▲

retour à la question ▲
retour à la question ▲

3.3 Solution : La pile réelle 2 retour à la question ▲

r = 0,990 Ω

La résistance interne d'une pile n'apparaît que dans l'équation d'une pile réelle. On aura donc besoin de cette équation :

$$\Delta V_{pile} = \mathcal{E} - rI$$

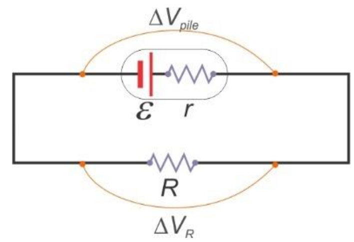
Puisqu'on ne connaît selon l'énoncé que l'électromotance de la pile, on doit utiliser les informations sur la résistance externe pour déterminer le courant fourni par la pile (donc le courant traversant la pile et la résistance interne), ainsi que le potentiel de la pile ΔV_{pile}.

La puissance dissipée par la résistance (externe) nous permet de déterminer son courant et son potentiel, car :

$$P = \Delta V \cdot I \quad = \quad RI^2 \quad = \quad \frac{\Delta V^2}{R}$$

Donc:

$$I = \sqrt{\frac{P}{R}} \qquad \text{et} \qquad \Delta V = \sqrt{PR}$$



La d.d.p. aux bornes de la résistance externe est la même que celle de la pile, car elles sont reliées directement (voir schéma), donc $\Delta V_R = \Delta V_{\text{pile}}$.

En utilisant l'équation de la pile réelle, ces expressions du courant et du potentiel permettent de connaître la valeur de la résistance interne :

$$\Delta V_{pile} = \mathcal{E} - rI$$

$$\sqrt{PR} = \mathcal{E} - r\sqrt{\frac{P}{R}}$$

$$r = \frac{\mathcal{E} - \sqrt{PR}}{\sqrt{\frac{P}{R}}}$$

Facultativement, on peut simplifier cette expression avant de procéder au calcul :

$$r = \frac{\mathcal{E} - \sqrt{PR}}{\sqrt{\frac{P}{R}}} \quad = \quad \left(\mathcal{E} - \sqrt{PR}\right)\frac{\sqrt{R}}{\sqrt{P}} \quad = \quad \mathcal{E}\sqrt{\frac{R}{P}} - R \quad = \quad 15\ \text{V} \times \sqrt{\frac{12{,}0\ \Omega}{16{,}0\ \text{W}}} - 12{,}0\ \Omega \quad = \quad \mathbf{0{,}990\ \Omega}$$

retour à la question ▲

3.4 Solution : Démarrer l'auto retour à la question ▲

L'analogie de la résistance interne d'une pile réelle est liée à la facilité avec laquelle la réaction chimique qui génère des électrons peut se produire.

Dans des piles petites, la surface de contact entre les réactifs de la réaction est plus faible et ne peut fournir autant d'électrons par seconde qu'une pile de grande taille; c'est-à-dire que le courant maximal qu'elle peut fournir est limité à une valeur plus faible. Cela équivaut à une résistance plus grande : si le courant est élevé, la chute de potentiel dans la pile sera plus grande, et réduira le potentiel réel de la pile, qui n'arrivera donc pas à fournir un aussi grand courant au circuit alimenté.

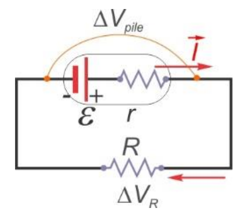
Un démarreur de voiture a besoin d'un grand courant car il a besoin de produire beaucoup d'énergie (pour mettre en mouvement le moteur froid d'une auto). Une batterie d'auto (de 12 V et de grand format) pourra fournir ce grand courant, ce qui correspond à une résistance interne plus faible, ou une chute de potentiel plus faible dans sa résistance interne plus faible.

retour à la question ▲

3.5 Solution : La pile qui chauffe retour à la question ▲

retour à la question ▲

P = 6,48 W



Le circuit à concevoir dans cette situation est illustré ci-contre. Une résistance *R* externe à la pile se trouve sur le passage du même courant que celui dans la pile (incluant la résistance interne *r*).

L'effet Joule présent dans la résistance interne *r* de la pile ne dépend que de la valeur de cette résistance et du courant qui la traverse, qui est déjà connu. La puissance liée à la chaleur produite est simplement donnée par :

$$P = rI^2 \quad = \quad 2{,}00\ \Omega \times (1{,}80\ \text{A})^2 \quad = \quad \mathbf{6{,}48\ W}$$

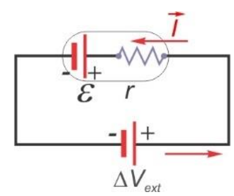
La résistance externe n'intervient pas dans le calcul, ni l'électromotance de la pile, car on disposait déjà des données requises pour le calcul.

retour à la question ▲

3.6 Solution : La recharge retour à la question ▲

retour à la question ▲

ΔV = 14,4 V



Lors de la recharge d'une pile, un courant la parcourt en sens inverse du sens habituel. Le modèle de la résistance interne est toujours valide, et la résistance interne produira par effet Joule une puissance thermique qui réchauffe la pile. Pour limiter le taux de production de chaleur, on doit donc limiter le courant de recharge, et donc limiter le potentiel utilisé pour la recharger.

Aux conditions limite permises, la puissance dissipée dans la résistance interne est de 7,20 W. La résistance interne étant de 0,8 Ω, le courant correspondant sera :

$$P = rI^2 \qquad \Rightarrow \qquad \mathrm{I} = \sqrt{\frac{P}{r}} \quad = \quad \sqrt{\frac{7{,}20\ \text{W}}{0{,}8\ \Omega}} \quad = \quad \mathbf{3{,}00\ A}$$

On doit considérer que le courant sera inversé dans la pile, et utiliser un courant négatif dans l'équation de la pile réelle. Le potentiel à ses bornes, lorsque le courant est *I* = –3,00 A, est :

$$\Delta V_{pile} = \mathcal{E} - rI \quad = \quad 12\ \text{V} - 0{,}8\ \Omega \times (-3{,}00\ \text{A}) \quad = \quad \mathbf{14{,}4\ V}$$

C'est le potentiel aux bornes de la pile réelle si elle est rechargée selon les conditions fournis. Et puisqu'elle est branchée directement à la source de potentiel d'un chargeur, c'est donc aussi le potentiel aux bornes de ce chargeur.

retour à la question ▲

3.2 RÉSISTANCES EN SÉRIE ET EN PARALLÈLE

3.7 Solution : Série-Parallèle retour à la question ▲

retour à la question ▲

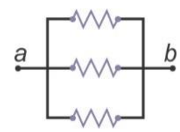
a) $R_{éq}$ = 300 Ω

Les trois résistances sont en série, et la résistance équivalente est donnée par :

$$R_{éq} = \sum R \quad = \quad R_1 + R_2 + R_3 \quad = \quad 100\,\Omega + 100\,\Omega + 100\,\Omega \quad = \quad \mathbf{300\,\Omega}$$

b) $R_{éq} = 33,\overline{3}\,\Omega$

Les trois résistances sont en parallèle, et la résistance équivalente est alors donnée par :

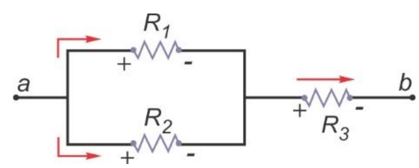


$$\frac{1}{R_{éq}} = \sum \frac{1}{R}$$

$$R_{éq} = \frac{1}{\sum \frac{1}{R}} \quad = \quad \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} \quad = \quad \frac{1}{\frac{1}{100\,\Omega} + \frac{1}{100\,\Omega} + \frac{1}{100\,\Omega}} \quad = \quad \frac{100}{3}\,\Omega \quad = \quad \mathbf{33,\overline{3}\,\Omega}$$

c) $R_{éq}$ = 150 Ω

Les trois résistances ne sont pas toutes en série ni toutes en parallèle. On peut poser qu'un courant va du point *a* au point *b* pour définir un sens du courant dans chaque résistance et définir les polarités. Le schéma détaillé où les résistances sont numérotées est le suivant :

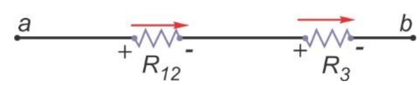


Si on cherche d'abord des résistances en série, on n'en trouve aucune : il n'y a aucune branche comportant plus d'une résistance.

Si on cherche ensuite des résistances en parallèle, c'est-à-dire des résistances reliant les deux mêmes nœuds, on trouve que les deux résistances à gauche dans le montage (R_1 et R_2) sont en parallèle. Leur résistance équivalente est :

$$R_{12} = \frac{1}{\sum \frac{1}{R}} \quad = \quad \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} \quad = \quad \frac{1}{\frac{1}{100\,\Omega} + \frac{1}{100\,\Omega}} \quad = \quad 50\,\Omega$$

Si on illustre le schéma simplifié du circuit, on obtient le circuit suivant :



On voit alors deux résistances en série pour calculer la résistance équivalente totale :

$$R_{éq} = \sum R \quad = \quad R_{12} + R_3 \quad = \quad 50\,\Omega + 100\,\Omega \quad = \quad \mathbf{150\,\Omega}$$

retour à la question ▲

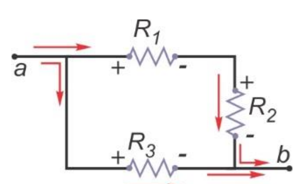
d) $R_{éq}$ = 150 Ω

Le montage est le même qu'à la question c), mais renversé. Puisque la résistance d'une résistance est la même dans les deux sens, on trouvera nécessairement la même résistance équivalente. Si on utilise la procédure pour calculer en détail le résultat, les étapes seront aussi les mêmes qu'en c).

retour à la question ▲

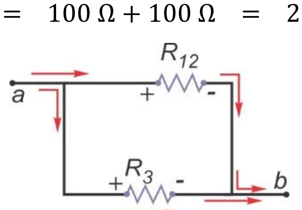
e) $R_{éq} = 66,\overline{6}\,\Omega$

Les trois résistances ne sont pas strictement en série ou en parallèle. Si on applique la méthode par étapes en supposant qu'un courant va de *a* à *b*, on trouve d'abord deux résistances en série sur la branche du haut :



$$R_{12} = \sum R \quad = \quad R_1 + R_2 \quad = \quad 100\,\Omega + 100\,\Omega \quad = \quad 200\,\Omega$$

Le circuit simplifié est le suivant :



Sur ce circuit simplifié, les deux résistances R_{12} et R_3 sont en parallèle. Leur résistance équivalente est :

$$R_{éq} = \frac{1}{\sum \frac{1}{R}} \quad = \quad \frac{1}{\frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_3}} \quad = \quad \frac{1}{\frac{1}{200\,\Omega} + \frac{1}{100\,\Omega}} \quad = \quad \mathbf{66,\overline{6}\,\Omega}$$

retour à la question ▲

3.8 Solution : Vrai ou Faux retour à la question ▲

retour à la question ▲

Faux

Pour deux valeurs quelconques de résistances, la résistance est nécessairement plus faible lorsqu'elles sont branchées en parallèle. Le fait d'offrir deux chemins au courant plutôt qu'un seul chemin où deux résistances se suivent ne peut que faciliter son passage.

À partir des équations de résistance équivalente, on peut vérifier l'affirmation de l'énoncé :

$$R_{éq-par} > R_{éq-sér}$$

$$\frac{1}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}} > R_1 + R_2$$

Si on inverse l'expression de chaque côté, on pourra plus facilement évaluer la véracité de l'inégalité. Cependant, lorsqu'on inverse les termes dans une inégalité, on doit inverser le sens de l'inégalité (« > » devient « < », voir démonstration plus bas).

$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} < \frac{1}{R_1+R_2}$$

Pour n'importe quelle valeur positives de R_1 et de R_2, on a nécessairement :

$$\frac{1}{R_1+R_2} < \frac{1}{R_1} \qquad \text{et} \qquad \frac{1}{R_1+R_2} < \frac{1}{R_2}$$

retour à la question ▲

Donc nécessairement :

$$\frac{1}{R_1+R_2} < \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

et l'affirmation de départ est nécessairement fausse, puisque le dernier constat est contraire à l'affirmation vérifiée.

<u>Preuve qu'on doive inverser le signe d'une inégalité lorsqu'on inverse les termes de l'inégalité :</u>

Supposons que l'on considère l'inégalité vraie suivante :

$$2 < 3$$

Si on désire comparer l'inégalité entre les inverses de chaque terme, on peut procéder en plusieurs étapes pour faire la transformation :

retour à la question ▲

$$\frac{2}{2} < \frac{3}{2}$$

$$\frac{2}{2\times3} < \frac{3}{2\times3}$$

En simplifiant :

$$\frac{1}{3} < \frac{1}{2}$$

En renversant horizontalement l'expression :

$$\frac{1}{2} > \frac{1}{3}$$

On a donc atteint l'objectif : $2 < 3$ ➔ $\frac{1}{2} > \frac{1}{3}$

retour à la question ▲

3.9 Solution : Les deux résistances retour à la question ▲

▲ retour à la question

a) ΔV = 14,7 V

La différence de potentiel d'une résistance, selon la loi d'Ohm, implique la résistance et le courant :

$$\Delta V = RI$$

On doit donc connaître le courant traversant la résistance de 1,9 kΩ pour calculer sa différence de potentiel. Ce courant sera le même que dans l'autre résistance, puisque les deux sont en série. La résistance équivalente du circuit nous permettra de calculer ce courant.

Sans égard à l'ordre des deux résistances, en série :

$$R_{éq} = R_1 + R_2 \quad = \quad 1\,200\ \Omega + 1\,900\ \Omega \quad = \quad 3\,100\ \Omega$$

Le courant dans le circuit est donc :

$$I_{éq} = \frac{\Delta V_{éq}}{R_{éq}} \quad = \quad \frac{24\ \mathrm{V}}{3\,100\ \Omega} \quad = \quad 7{,}74\ \mathrm{mA}$$

Ce courant passe entièrement dans chacune des résistances en série. C'est donc celui passant aussi dans la résistance de 1 900 Ω, soit I_2, nous permettant de calculer sa différence de potentiel :

$$\Delta V_2 = R_2 I_2 \quad = \quad 1\,900\ \Omega \times (7{,}74 \times 10^{-3}\ \mathrm{A}) \quad = \quad \mathbf{14,7\ V}$$

b) P = 71,9 mW

La puissance dissipée par une résistance peut être calculée à partir de différentes valeurs :

$$P = \Delta V \cdot I = RI^2 = \frac{\Delta V^2}{R}$$

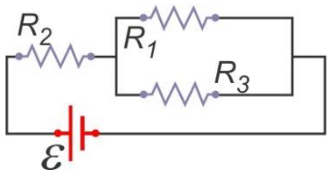
La valeur de la résistance est connue (1 200 Ω), et le courant qui la traverse est le même que celui trouvé en a). On a donc tout ce qu'il faut pour procéder au calcul :

$$P = RI^2 \quad = \quad 1\,200\ \Omega \times (7{,}74 \times 10^{-3}\ \mathrm{A})^2 \quad = \quad \mathbf{71,9\ mW}$$

retour à la question ▲

3.10 Solution : Les trois résistances retour à la question ▲

Les trois résistances ne sont pas branchées en parallèle. L'une (R_2) est entièrement traversée par le courant fourni par la source, et un nœud divise ensuite le courant vers R_1 et R_3. Le circuit ci-contre est donc équivalent et plus simplifié :

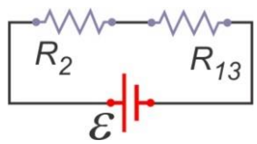


a) $R_{éq}$ = 30,4 Ω

Pour déterminer la résistance équivalente, on commence par chercher des résistance en série sur une même branche; mais aucune branche ne contient au départ plus d'une résistance.

On cherche ensuite des résistances en parallèle, ou des résistances branchées directement aux deux mêmes nœuds. On trouve alors que R_1 et R_3 sont en parallèle. La résistance équivalente R_{13} est :

$$R_{13} = \frac{1}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_3}} \quad = \quad \frac{1}{\frac{1}{25\ \Omega}+\frac{1}{40\ \Omega}} \quad = \quad 15{,}4\ \Omega$$



Le nouveau circuit simplifié est illustré ci-contre.

On cherche ensuite des résistances en série, et constate que R_2 est en série avec la nouvelle résistance R_{13}. La résistance équivalente totale est donc :

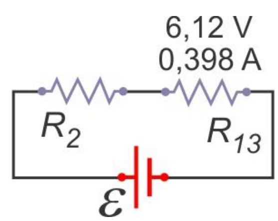
$$R_{éq} = R_{123} \quad = \quad R_2 + R_{13} \quad = \quad 15\ \Omega + 15{,}4\ \Omega = \mathbf{30{,}4\ \Omega}$$

b) $\mathcal{E}$ = 12,1 V

La puissance indiquée pour la résistance R_1 nous permet de calculer le courant et le potentiel correspondant à cette résistance :

$$P = RI^2 \quad \rightarrow \quad I_1 = \sqrt{\frac{P_1}{R_1}} \quad = \quad \sqrt{\frac{1{,}5\ \mathrm{W}}{25\ \Omega}} \quad = \quad 0{,}245\ \mathrm{A}$$

$$P = \frac{\Delta V^2}{R} \quad \rightarrow \quad \Delta V_1 = \sqrt{P_1 R_1} \quad = \quad \sqrt{1{,}5\ \mathrm{W} \times 25\ \Omega} \quad = \quad 6{,}12\ \mathrm{V}$$

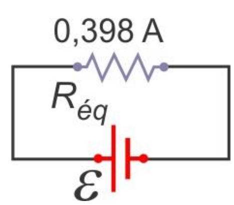


La résistance R_1 étant en parallèle avec R_3, leur potentiel est le même ($\Delta V_1 = \Delta V_3 = \Delta V_{13}$). On peut alors calculer le courant circulant dans le groupe R_{13} :

$$I_{13} = \frac{\Delta V_{13}}{R_{13}} \quad = \quad \frac{6{,}12\ \mathrm{V}}{15{,}4\ \Omega} \quad = \quad 0{,}398\ \mathrm{A}$$

Ce courant est le même que celui dans R_2 et celui fourni par la source, car il n'y a qu'une branche au circuit simplifié illustré ci-contre. Ce courant est donc celui qui traverse la résistance équivalente totale, permettant de calculer le potentiel total, correspondant à l'électromotance de la source :

$$\mathcal{E} = \Delta V_{éq} = \Delta V_{123} = R_{123} I_{123} \quad = \quad 30{,}4\ \Omega \times 0{,}398\ \mathrm{A} \quad = \quad \mathbf{12{,}1\ V}$$



retour à la question ▲

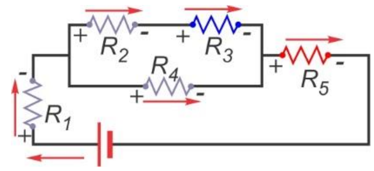
retour à la question ▲

3.11 Solution : Le circuit retour à la question ▲

retour à la question ▲
retour à la question ▲
retour à la question ▲

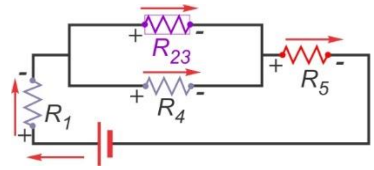
a) $R_{éq} = 26,\overline{6}\ \Omega$

Selon la position de la source, on peut déterminer le sens du courant, et donc les polarités, pour chaque résistance :



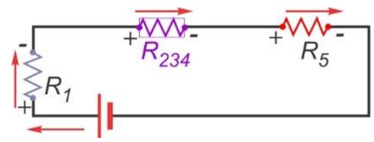
Si on cherche d'abord des composantes en série (plusieurs sur une même branche), on trouve que R_2 et R_3 sont en série. Leur résistance équivalente est :

$$R_{23} = \sum R \quad = \quad R_2 + R_3 \quad = \quad 10\ \Omega + 10\ \Omega \quad = \quad 20\ \Omega$$



Dans le circuit simplifié, on constate que R_{23} est en parallèle avec R_4 :

$$R_{234} = \frac{1}{\sum \frac{1}{R}} \quad = \quad \frac{1}{\frac{1}{R_{23}} + \frac{1}{R_4}} \quad = \quad \frac{1}{\frac{1}{20\ \Omega} + \frac{1}{10\ \Omega}} \quad = \quad 6,\overline{66}\ \Omega$$



Dans le nouveau circuit simplifié, on constate que la résistance R_{234} est en série avec les deux résistantes R_1 et R_5 :

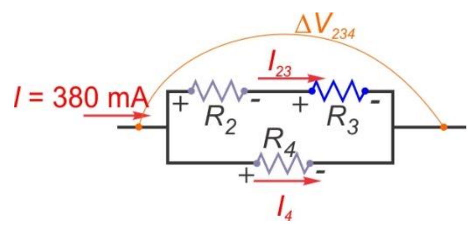
$$R_{éq} = R_{123456} = \sum R \quad = \quad R_1 + R_{234} + R_5 \quad = \quad 10\ \Omega + 6,\overline{66}\ \Omega + 10\ \Omega \quad = \quad \mathbf{26,\overline{6}\ \Omega}$$

b) I = 375 mA

Le courant fourni par la source est défini simplement par la loi d'Ohm, avec la valeur de la source et de la résistance alimentée; et la valeur de résistance équivalente est celle qu'on doit utiliser pour faire le calcul :

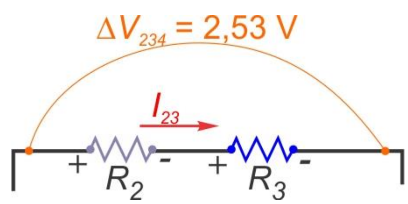
$$\Delta V = R \cdot I \qquad \Rightarrow \qquad I = \frac{\Delta V}{R} \quad = \quad \frac{\mathcal{E}}{R_{éq}} \quad = \quad \frac{10\ \text{V}}{26,\overline{6}\ \Omega} \quad = \quad \mathbf{0,375\ A}$$

c) I = 125 mA



Puisque la résistance en bleu (R_3 selon cette solution) fait partie d'un groupe en parallèle (dont la résistance est R_{234}), le courant trouvé en b) ne la traverse pas entièrement. Mais ce courant de 380 mA traverse entièrement le « groupe » $R_2R_3R_4$, dont on a trouvé la résistance équivalente ($R_{234} = 6,\overline{66}\ \Omega$). On peut donc trouver par la loi d'Ohm la différence de potentiel aux bornes de ce groupe, qui sera donc la différence de potentiel aux bornes de la branche contenant R_3 :

$$\Delta V_{234} = R_{234} \cdot I \quad = \quad 6,\overline{66}\ \Omega \times 0,375\ \text{A} \quad = \quad 2,50\ \text{V}$$



Cette différence de potentiel est aussi celle aux bornes de la branche contenant R_2 et R_3 ($\Delta V_{23} = \Delta V_{234}$). Le courant dans cette branche seule peut maintenant être trouvé :

$$\Delta V_{23} = R_{23} \cdot I_{23} \qquad \Rightarrow \qquad I_{23} = \frac{\Delta V_{23}}{R_{23}} \quad = \quad \frac{2,50\ \text{V}}{20\ \Omega} \quad = \quad \mathbf{0,125\ A}$$

Ce courant est celui qui parcourt la branche qui contient R_3; c'est donc le courant qui la traverse.

d) P = 1,41 W

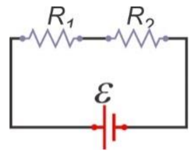
La résistance identifiée en rouge (R_5 selon cette solution) se trouve sur la même branche que la source et est donc entièrement traversée par le courant de 380 mA trouvé en b). Trouver la puissance dissipée dans cette résistance se fait donc directement à partir de l'équation de la puissance, en utilisant la valeur de la résistance et du courant :

$$P = RI^2 \quad = \quad 10,0\ \Omega \times (0,375\ \text{A})^2 \quad = \quad \mathbf{1,41\ W}$$

retour à la question ▲

3.12 Solution : La puissance de la source retour à la question ▲

a) ΔV = 35,6 V



Commençons par illustrer le circuit décrit dans l'énoncé. Les deux résistances sont en série et branchées à une source unique. Si la résistance de 1,60 kΩ dissipe 0,25 W, on peut trouver sa chute de potentiel et le courant qui la traverse :

$$P = \Delta V \cdot I \quad = \quad RI^2 \quad = \quad \frac{\Delta V^2}{R} \qquad \rightarrow \qquad I = \sqrt{\frac{P}{R}} \quad = \quad \sqrt{\frac{0{,}25\ \text{W}}{1\ 600\ \Omega}} \quad = \quad 12{,}5\ \text{mA}$$

Le courant qui la traverse, de 12,5 mA, est le même dans les deux résistances puisqu'elles sont en série. La résistance équivalente et le courant permettraient de déterminer le potentiel de la source. La résistance équivalente, pour deux résistances en série, est la somme des deux résistances :

$$R_{éq} = \sum R \quad = \quad R_1 + R_2 \quad = \quad 1\ 250\ \Omega + 1\ 600\ \Omega \quad = \quad 2\ 850\ \Omega$$

La loi d'Ohm permet de déterminer le potentiel de la source qui parvient à faire circuler ce courant dans un circuit dont la résistance est de 2850 Ω :

$$\Delta V = R \cdot I \quad = \quad 2\ 850\ \Omega \times 0{,}012\ 5\ \text{A} \quad = \quad \mathbf{35{,}6\ V}$$

b) P = 0,445 W

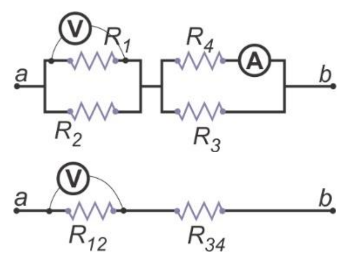
La puissance de la source se trouve directement à partir de son électromotance et le courant qu'elle fournit :

$$P = \mathcal{E} \cdot I \quad = \quad 35{,}6\ \text{V} \times 0{,}012\ 5\ \text{A} \quad = \quad \mathbf{0{,}445\ W}$$

retour à la question ▲

3.13 Solution : La croisée retour à la question ▲

ΔV = 3,89 V



On peut redessiner le circuit pour percevoir plus facilement que c'est un circuit où deux paires de résistances en parallèle sont en série (voir schémas ci-contre, avec d'abord une interprétation plus simple du circuit ainsi qu'une simplification où les deux paires en séries sont remplacées par des résistances équivalentes).

L'ampèremètre se trouvant sur la même branche que R_4, la valeur qu'il indique permet, via la loi d'Ohm, de déterminer la différence de potentiel aux bornes de R_4 :

$$\Delta V_4 = R_4 \cdot I_4 \quad = \quad 20\ \Omega \times 0{,}500\ \text{A} \quad = \quad 10\ \text{V}$$

Puisque R_4 et R_3 sont branchées à leurs deux bornes (sont en parallèle), elles partagent la même différence de potentiel. On peut donc calculer le courant circulant dans le groupe R_3R_4 si on calcule sa résistance équivalente :

$$\frac{1}{R_{34}} = \sum \frac{1}{R} \qquad \rightarrow \qquad R_{34} = \frac{1}{\sum \frac{1}{R}} \quad = \quad \frac{1}{\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}} \quad = \quad \frac{1}{\frac{1}{15\ \Omega} + \frac{1}{20\ \Omega}} \quad = \quad 8{,}57\ \Omega$$

La différence de potentiel $\Delta V_{34} = \Delta V_3$ = 10 V est donc appliquée à une résistance connue de $R_{34} = 8{,}57\ \Omega$. Le courant dans la résistance équivalente R_{34} est donc :

$$\Delta V_{34} = R_{34} \cdot I_{34} \qquad \rightarrow \qquad I_{34} = \frac{\Delta V_{34}}{R_{34}} \quad = \quad \frac{10\ \text{V}}{8{,}57\ \Omega} \quad = 1{,}1\overline{6}\ \text{A}$$

Ce courant est le courant total dans le circuit. C'est donc aussi le courant qui traverse le groupe R_1R_2 (en parallèle). La résistance équivalente R_{12} et ce courant permettront de calculer la différence de potentiel aux bornes du groupe. La résistance équivalente R_{12} est :

$$\frac{1}{R_{12}} = \sum \frac{1}{R} \qquad \rightarrow \qquad R_{12} = \frac{1}{\sum \frac{1}{R}} \quad = \quad \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} \quad = \quad \frac{1}{\frac{1}{5\ \Omega} + \frac{1}{10\ \Omega}} \quad = \quad 3{,}3\overline{3}\ \Omega$$

$$\Delta V_{12} = R_{12} \cdot I_{12} \quad = \quad 3{,}3\overline{3}\ \Omega \times 1{,}1\overline{6}\ \text{A} \quad = \quad \mathbf{3{,}\overline{88}\ V}$$

Cette différence de potentiel est celle aux bornes du groupe R_1R_2, mais comme ces deux résistances sont en parallèle, elles partagent la même différence de potentiel. Donc le voltmètre indiquera 3,89 V.

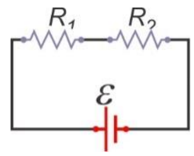
retour à la question ▲

retour à la question ▲
retour à la question ▲
retour à la question ▲

retour à la question ▲

3.14 Solution : La surchauffe retour à la question ▲

Le schéma ci-contre, illustre le circuit décrit dans l'énoncé.



Si les deux résistances ont une puissance maximale de 10 W, on peut donc trouver à la fois le courant maximal et la différence de potentiel maximale pour chacune :

Pour R_1 :

$$P = \Delta V \cdot I \;=\; RI^2 \;=\; \frac{\Delta V^2}{R} \;\rightarrow\; I_{1\,max} = \sqrt{\frac{P_{max}}{R_1}} \;=\; \sqrt{\frac{10{,}0\ \mathrm{W}}{10{,}0\ \Omega}} \;=\; 1{,}00\ \mathrm{A}$$

$$\rightarrow\; \Delta V_{1\,max} = \sqrt{P_{max}R_1} \;=\; \sqrt{10{,}0\ \mathrm{W} \times 10{,}0\ \Omega} \;=\; 10{,}0\ \mathrm{V}$$

Pour R_2 :

$$\rightarrow\; I_{2\,max} = \sqrt{\frac{P_{max}}{R_2}} \;=\; \sqrt{\frac{10{,}0\ \mathrm{W}}{20{,}0\ \Omega}} \;=\; 0{,}707\ \mathrm{A}$$

$$\rightarrow\; \Delta V_{2\,max} = \sqrt{P_{max}R_2} \;=\; \sqrt{10{,}0\ \mathrm{W} \times 20{,}0\ \Omega} \;=\; 14{,}1\ \mathrm{V}$$

a) R_2 grillera en premier.

Si les deux résistances sont connectées en série à la source, le même courant les traversera (leur conférant des différences de potentiel différentes, mais peu importe). Si elles portent le même courant à chaque instant, une augmentation graduelle du potentiel de la source produira éventuellement un courant de 0,707 A et la résistance R_2 atteindra sa puissance maximale et grillera. Quant à R_1, elle peut supporter jusqu'à 1,00 A avant de griller et ne grillera donc pas avant R_2.

Les différentes de potentielles différentes (en série) feront par ailleurs que R_2 atteindra sa limite de 14,1 V avant même que R_1 n'atteigne sa limite de 10,0 V.

retour à la question ▲

b) R_1 grillera en premier.

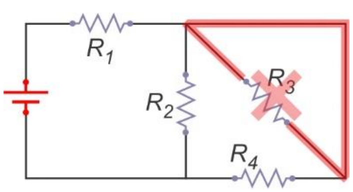
Si les deux résistances sont connectées en parallèle à la source, la même différence de potentiel leur sera appliquée (produisant des courants différents). Si elles présentent la même différence de potentiel à chaque instant, une augmentation graduelle du potentiel de la source rencontrera en premier la limite de 10,0 V de R_1 et celle-ci grillera en premier. Quant à R_2 qui peut supporter jusqu'à 14,4 V avant de griller, elle ne grillera donc pas avant R_1.

Les courants différents (en parallèle) feront par ailleurs que R_1 atteindra sa limite de 1,00 A avant même que R_2 n'atteigne sa limite de 0,707 A.

retour à la question ▲

3.15 Solution : Le court-circuit retour à la question ▲

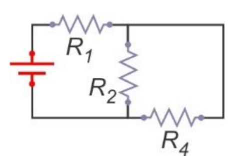
Le circuit présenté est équivalent aux circuits c), f) et h)



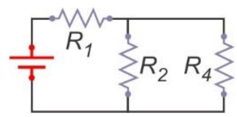
Comme le suggère le titre, il y a un court-circuit dans le circuit présenté : les deux bornes de la résistance R_3 sont connectées directement l'une à l'autre par un fil sans résistance. Par conséquent, celle-ci n'a aucun effet et le circuit sera le même que si elle (sa branche) est absente.

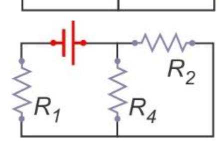
retour à la question ▲

La première représentation d'un circuit équivalent est un circuit où la branche court-circuitée est strictement retirée du circuit. On obtient alors le circuit ci-contre, qui fait partie des choix de réponse, en h).



Pour identifier d'autres versions équivalentes, on doit constater que le circuit équivalent déjà identifié comporte deux résistances en parallèle (R_2 et R_4), la paire étant en série avec l'autre résistance (R_1). Deux circuits présentent cet assemblable (le fait que la résistance R_1 soit placée après la paire en parallèle, pour le courant, n'affecte pas la résistance équivalente, donc n'affecte pas le courant fourni par la source. Il s'agit donc des circuits c) et f) :





retour à la question ▲

3.16 Solution : Le court-circuit 2 retour à la question ▲

retour à la question ▲

a) $R_{éq} = 0$

Pour deux résistances en parallèle, même si l'une est nulle, on utilise l'équation de la résistance équivalente pour des résistances en parallèle. Aussi pour le calcul, considérons que la résistance nulle (le fil), correspond à une résistance qui tend vers 0, donc $R = 0^+$:

$$R_{éq} = \frac{1}{\sum\frac{1}{R}} \quad = \quad \frac{1}{\frac{1}{R}+\frac{1}{0^+}} \quad = \quad \frac{1}{\infty} \quad = \quad \mathbf{0}$$

Ce résultant démontre qu'une résistance court-circuitée pourrait être retirée du circuit et remplacée par un fil direct.

b) $R_{éq} = R$

Pour deux résistances en série, la résistance équivalente correspond à la somme des résistances, même si l'une tend vers 0; donc :

$$R_{éq} = \sum R \quad = \quad R + 0^+ \quad = \quad \boldsymbol{R}$$

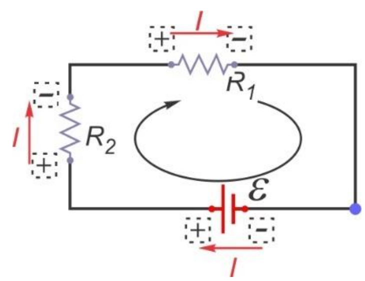
retour à la question ▲

3.3 LES LOIS DE KIRCHHOFF

3.17 Solution : La maille simple retour à la question ▲

retour à la question ▲

I = 200 mA



Attribuons d'abord un sens au courant dans la maille pour pouvoir déterminer les polarités des composantes. Selon l'orientation de la source, on déduit facilement que le courant circulera en sens horaire sur le circuit illustré. Ainsi, les polarités de chaque composante sont celles illustrées sur le schéma ci-contre.

Puisque c'est une maille simple, il n'y a qu'une branche et un seul courant (disons I). Si on rédige l'équation de maille pour cette maille simple à partir du point bleu et en sens horaire, on a :

$$\sum \Delta V = 0 \quad = \quad +\mathcal{E} - R_2 I - R_1 I$$

Le courant I est alors la seule inconnue. Si on l'isole :

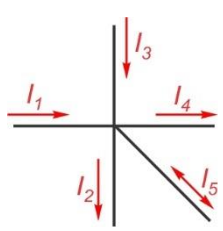
$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2} \quad = \quad \frac{10\ \text{V}}{20\ \Omega + 30\ \Omega} \quad = \quad \mathbf{0,200\ A}$$

retour à la question ▲

3.18 Solution : Le nœud simple retour à la question ▲

retour à la question ▲

I_5 est un courant entrant de 40,0 mA



Selon les sens des courants connus, I_1 et I_3 sont entrants, et I_2 et I_4 sont sortants; ainsi, pour les calculs à venir :

$$I_1 = +60\ \text{mA} \qquad I_2 = -45\ \text{mA} \qquad I_3 = +25\ \text{mA} \qquad I_4 = -80\ \text{mA}$$

Seule l'équation des nœuds permet de déterminer la valeur et le sens du 5^{e} courant. Pour ce nœud on peut additionner toutes les variables de courant en considérant que certains ont une valeur négative :

$$\sum I = 0 \quad = \quad I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + I_5$$

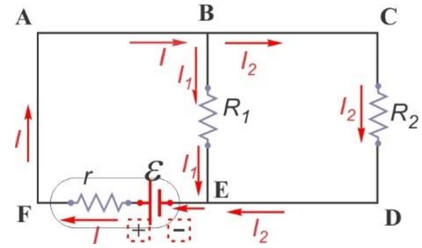
$$I_5 = -(I_1 + I_2 + I_3 + I_4) \quad = \quad -\big(60\ \text{mA} + (-45\ \text{mA}) + 25\ \text{mA} + (-80\ \text{mA})\big) \quad = \quad \mathbf{+\,40\ mA}$$

Le résultat est un courant positif, et un courant positif est un courant entrant (dirigé vers le nœud). On peut donc affirmer que le courant I_5 est un courant entrant de 40,0 mA.

retour à la question ▲

3.19 Solution : Le circuit 2 retour à la question ▲

Remarque : La solution implique des noms et sens de courants qui diffèrent d'une personne à l'autre. La consultation de cette solution doit tenir compte de différences probables avec votre solution.

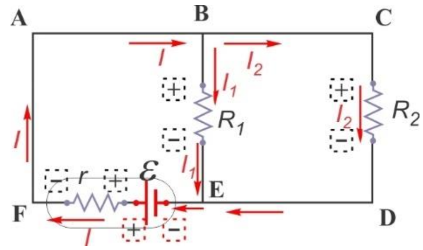


a) I_1 = 824 mA

b) I_2 = 495 mA

c) I = 1,32 A

On commence par constater qu'il y a dans le circuit deux mailles simples et deux nœuds. Il y a aussi 3 branches. À partir des polarités de la source et de son emplacement, on peut faire une hypothèse sur le sens du courant dans chaque branche (voir figure ci-contre). Nommons ces courants I_1, I_2 et I (pour R_1, R_2 et r).

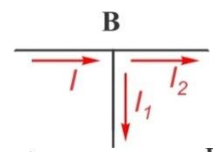


À partir du sens des courants déjà déterminés, on peut déterminer les polarités de chaque résistance, pour respecter la chute de potentiel dans le sens du courant (voir figure ci-contre).

On peut maintenant se préparer à rédiger les équations de Kirchhoff (nœuds et mailles).

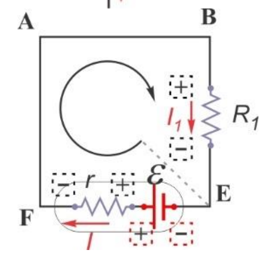
Puisqu'il y a 2 nœuds (B et E), une seule équation de nœud sera requise. On rédigera l'équation pour le nœud B.

Puisqu'il y a 2 mailles simples, on rédigera les équations des mailles pour 2 mailles. Arbitrairement, choisissons pour cette solution les mailles EFABE et BCDEB.



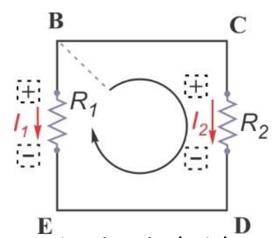
Pour l'équation de nœud du nœud B, les sens supposés des courants font en sorte que I est un courant entrant, et les courants I_1 et I_2 sont sortants (ceux-ci sont donc négatifs). Si on écrit l'équation du nœud B de façon à soustraire les courants sortants :

Nœud B : $$\sum I = 0 \quad = \quad I - I_1 - I_2 \qquad (1)$$



Pour les deux équations de mailles, on a déjà identifié les mailles à analyser. Pour la maille de gauche, si on commence par le point E en tournant en sens horaire (EFABE), l'équation de maille est :

Maille EFABE : $$\sum \Delta V = 0 \quad = \quad +\mathcal{E} - rI - R_1 I_1 \qquad (2)$$



Pour la maille de droite, si on la parcourt en sens horaire également et à partir du point B, l'équation de maille est :

Maille BCDEB : $$\sum \Delta V = 0 \quad = \quad -R_2 I_2 + R_1 I_1 \qquad (3)$$

Le terme R_2I_2 est soustrait car le parcourt de R_1 dans le sens de l'analyse est inverse au sens du courant

Les équations forment un système de 3 équations et 3 inconnues, qu'on doit solutionner pour connaître les 3 courants. Le courant le plus facile à calculer en premier sera I_1 : si on isole I dans l'équation (2) et I_2 dans l'équation 3 :

(2) $$I = \frac{\mathcal{E} - R_1 I_1}{r}$$

(3) $$I_2 = \frac{R_1 I_1}{R_2}$$

Avec les substitutions de I et I_2 dans l'équation (1) :

$$0 = \frac{\mathcal{E} - R_1 I_1}{r} - I_1 - \frac{R_1 I_1}{R_2}$$

On peut alors isoler I_1 pour trouver un premier courant :

$$0 = \frac{\mathcal{E}}{r} - \frac{R_1}{r} I_1 - I_1 - \frac{R_1}{R_2} I_1$$

$$\frac{R_1}{r} I_1 + I_1 + \frac{R_1}{R_2} I_1 = \frac{\mathcal{E}}{r}$$

retour à la question ▲
retour à la question ▲
retour à la question ▲
retour à la question ▲
à la question ▲

$$\left(\frac{R_1}{r}+\frac{R_1}{R_2}+1\right)I_1=\frac{\mathcal{E}}{r}$$

$$I_1=\frac{\mathcal{E}}{r\left(\frac{R_1}{r}+\frac{R_1}{R_2}+1\right)} \quad = \quad \frac{15\text{ V}}{2\,\Omega\left(\frac{15\,\Omega}{2\,\Omega}+\frac{15\,\Omega}{25\,\Omega}+1\right)} \quad = \quad \mathbf{0,824\ A}$$

Le courant I_1 étant connu, les équations 2 et 3 permettent de calculer I et I_2 :

(2) $$I=\frac{\mathcal{E}-R_1I_1}{r} \quad = \quad \frac{15\text{ V}-15\,\Omega\times0{,}824\text{ A}}{2\,\Omega} \quad = \quad \mathbf{1,32\ A}$$

(3) $$I_2=\frac{R_1I_1}{R_2} \quad = \quad \frac{15\,\Omega\times0{,}824\text{ A}}{25\,\Omega} \quad = \quad \mathbf{0,495\ A}$$

En principe, nous connaissons maintenant les valeurs des trois courant demandés. Mais il est sage de vérifier notre solution, puisque l'équation 1 nous permet de le faire :

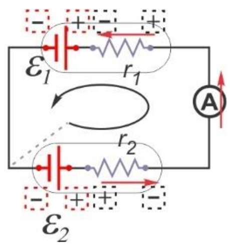
$$\sum I=0 \quad = \quad I-I_1-I_2 \qquad \rightarrow \qquad 1{,}32\text{ A}-0{,}824\text{ A}-0{,}495\text{ A}=0 \qquad \text{Confirmé}$$

retour à la question ▲

3.20 Solution : La pile double retour à la question ▲

a) $\mathcal{E}_2$ = 10,0 V

Le circuit présenté ne comporte qu'une maille et aucun nœud. Pour déterminer l'électromotance de la seconde pile en utilisant les équations de Kirchhoff, on ne doit rédiger qu'une équation de maille. Puisqu'on connait le sens du courant, on peut rapidement indiquer les polarités de chaque composante (voir figure ci-contre).



Si on rédige l'équation de maille en sens antihoraire en débutant par la source $\mathcal{E}_2$:

$$\sum \Delta V=0=\mathcal{E}_2-r_2I-r_1I-\mathcal{E}_1$$

L'électromotance $\mathcal{E}_2$ étant la seule inconnue :

$$\mathcal{E}_2=(r_2+r_1)I+\mathcal{E}_1 \quad = \quad (1{,}2\,\Omega+1{,}5\,\Omega)\times0{,}741\text{ A}+8\text{ V} \quad = \quad \mathbf{10,0\ V}$$

b) $\Delta V_{pile\ 2}$ = 9,11 V

On doit utiliser l'équation d'une pile réelle avec les valeurs connues :

$$\Delta V_{pile\ 2}=\mathcal{E}_2-r_2I \quad = \quad 10{,}0\text{ V}-1{,}2\,\Omega\times(0{,}741\text{ A}) \quad = \quad \mathbf{9,11\ V}$$

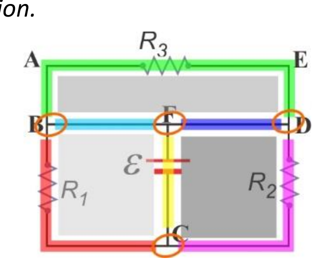
retour à la question ▲

3.21 Solution : Le trio retour à la question ▲

I_{R1} = 0,500 A

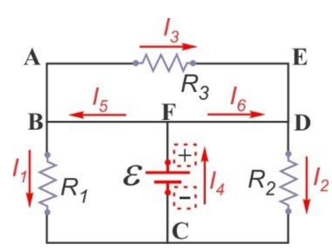
Remarque #1 : La solution implique des noms et sens de courants qui diffèrent d'une personne à l'autre. La consultation de cette solution doit tenir compte de différences probables avec votre solution.

Remarque #2 : La résistance R_3 est court-circuitée et pourrait être retirée du circuit, ce qui le simplifie grandement en ne laissant que deux mailles. La solution de cette approche est traitée après la solution où on laisse la maille contenant R_3. Voir plus bas pour cette solution.



On commence par constater qu'il y a dans le circuit trois mailles simples et quatre nœuds. Il y a aussi 6 branches (voir figure ci-contre : 4 nœuds encerclés, 6 branches colorées et 3 mailles simples grisonnées).

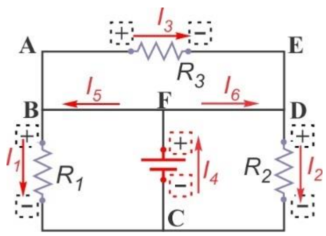
À partir des polarités de la source et de son emplacement, on peut faire une hypothèse facilement pour le sens du courant dans les branches des résistances R_1 et R_2, mais pour la résistance du haut, c'est plus ambigu. Faisons l'hypothèse arbitraire d'un courant vers la droite pour pouvoir procéder avec les équations. Nommons les courants de toutes les branches de I_1 à I_6, tel que sur la figure ci-contre. (Les courants de toutes les branches doivent être nommés même si elles ne comportent par de composante.



retour à la question ▲
retour à la question ▲

retour à la question

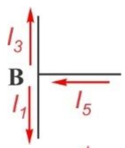
À partir du sens des courants déjà déterminés, on peut déterminer les polarité de chaque résistance, pour respecter la chute de potentiel dans le sens du courant (voir figure ci-contre).



On peut maintenant se préparer à rédiger les équations de Kirchhoff (nœuds et mailles).

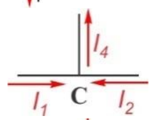
Puisqu'il y a 4 nœuds (B, C, D et F), trois équations de nœud seront requises ($n_{éq} = n_{noeud} - 1$). On rédigera les équations pour les nœuds B, C et D (choix arbitraire de 3 nœuds parmi les quatre).

Puisqu'il y a 3 mailles simples, on rédigera les équations des mailles pour 3 mailles. Arbitrairement, choisissons les départs et sens suivants pour chaque maille : CFBC, CFDC et BAEDB.



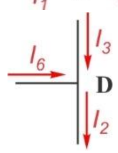
Pour l'équation de nœud du nœud B, les sens supposés des courants font en sorte que I_5 est un courant entrant, et les courants I_1 et I_3 sont sortants (ceux-ci seront soustraits). Si on écrit l'équation du nœud B de façon à soustraire les courants sortants :

Nœud B : $\qquad \sum I = 0 \quad = \quad I_5 - I_1 - I_3 \qquad (1)$



Pour le nœud C, les sens supposés des courants font que I_1 et I_2 sont entrants et que I_4 est sortant. L'équation du nœud où on soustrait les courants sortants est :

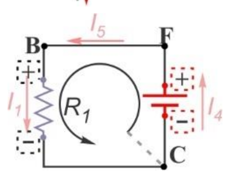
Nœud C : $\qquad \sum I = 0 \quad = \quad I_1 + I_2 - I_4 \qquad (2)$



Pour le nœud D, les courants I_3 et I_6 sont entrants I_2 est sortant. L'équation du nœud où on soustrait les courants sortants est donc :

Nœud D : $\qquad \sum I = 0 \quad = \quad I_3 + I_6 - I_2 \qquad (3)$

retour à la question

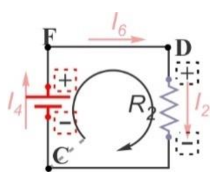


Pour les trois équations de mailles requises, on a déjà identifié les mailles à analyser.

Pour la maille CFBC, qu'on peut choisir de parcourir en sens antihoraire à partir de C pour débuter l'équation avec la hausse de potentiel $\mathcal{E}$, on a :

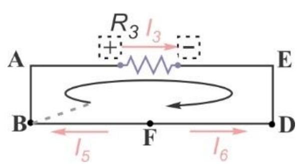
Maille CFBC : $\qquad \sum \Delta V = 0 \quad = \quad +\mathcal{E} - R_1 I_1 \qquad (4)$

retour à la question



Pour la maille CFDC, qu'on choisit de parcourir en sens horaire à partir de C pour débuter l'équation avec la hausse de potentiel $\mathcal{E}$, on a :

Maille CFDC : $\qquad \sum \Delta V = 0 \quad = \quad +\mathcal{E} - R_2 I_2 \qquad (5)$



Pour la maille BAEDB, si on choisit le sens horaire pour traverser R_3 dans le sens du courant; cela impliquera de soustraire la d.d.p. aux bornes de R_3 avec $-R_3I_3$. <u>Cependant, comme c'est la seule composante sur cette maille, elle est nécessairement court-circuitée!</u> On aurait évidemment pu le constater avant et réaliser que cette composante court-circuitée (donc la maille) aurait pu être retirée de l'analyse. L'équation de cette maille prouve qu'aucun courant n'y circulera :

Maille CFDC : $\qquad \sum \Delta V = 0 \quad = \quad -R_3 I_3 \qquad \rightarrow \qquad I_3 = 0$

On a donc un système d'équations de 5 équations et 5 inconnues (I_1, I_2, I_4, I_5 et I_5). Le courant I_3 n'est pas compté car on a déjà déterminé qu'il est nul.

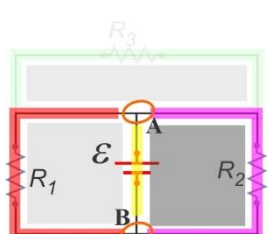
retour à la question

Par ailleurs, puisqu'on cherche la valeur du courant I_1, il semble que l'équation (4) suffise tout à fait pour les calculer, et distinctement :

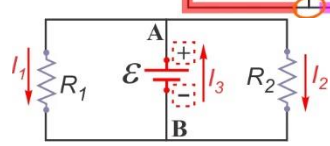
$$(4) \qquad I_1 = \frac{\mathcal{E}}{R_1} \quad = \quad \frac{5\ \mathrm{V}}{10\ \Omega} \quad = \quad \mathbf{0,500\ A}$$

<u>Solution avec le court-circuit retiré du circuit :</u>

Si on retire la branche comportant R_3 parce que celle-ci est court-circuitée, on obtient un circuit simplifié comportant 2 nœuds et 2 mailles simples (figure ci-contre).

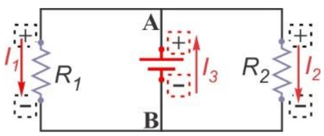


À partir des polarités de la source et de son emplacement, on peut faire une hypothèse facilement pour le sens du courant dans les branches des résistances R_1 et R_2. Nommons les courants de toutes les branches de I_1 à I_3, tel que sur la figure ci-contre.



retour à la question ▲

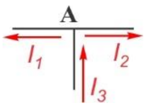
À partir du sens des courants déterminés, on peut déterminer les polarités de chaque résistance, pour respecter la chute de potentiel dans le sens du courant (figure ci-contre).



On peut maintenant se préparer à rédiger les équations de Kirchhoff (nœuds et mailles).

Puisqu'il y a 2 nœuds (A et B), une seule équation de nœud sera requise ($n_{éq} = n_{noeud} - 1$). On rédigera l'équation du nœud A (choix arbitraire).

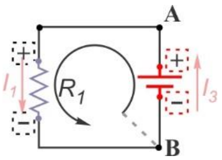
Puisqu'il y a 2 mailles simples, on rédigera les équations des mailles pour ces deux mailles.



Pour l'équation de nœud du nœud A, les sens supposés des courants font en sorte que I_3 est un courant entrant, et les courants I_1 et I_2 sont sortants (ceux-ci seront soustraits). On écrit l'équation du nœud A de façon à soustraire les courants sortants :

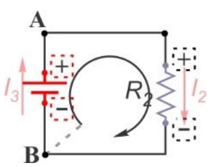
Nœud B : $\sum I = 0 \quad = \quad I_3 - I_1 - I_2$ (6)

retour à la question ▲



Pour la maille de gauche, qu'on peut choisir de parcourir en sens antihoraire à partir de B pour débuter l'équation avec la hausse de potentiel $\mathcal{E}$, on a :

Maille gauche : $\sum \Delta V = 0 \quad = \quad +\mathcal{E} - R_1 I_1$ (7)



Pour la maille de droite, qu'on choisit de parcourir en sens horaire à partir de B pour débuter l'équation avec la hausse de potentiel $\mathcal{E}$, on a :

Maille droite : $\sum \Delta V = 0 \quad = \quad +\mathcal{E} - R_2 I_2$ (8)

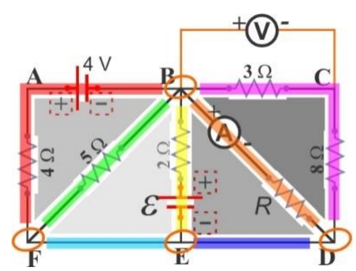
On a donc un système d'équations de 3 équations et 3 inconnues (I_1, I_2 et I_3). Mais puisqu'on cherche le courant I_1 (celui circulant dans R_1), le calcul est simple car I_1 est la seule inconnue dans l'équation (7). On trouve donc :

(7) $$I_1 = \frac{\mathcal{E}}{R_1} \quad = \quad \frac{5\ \text{V}}{10\ \Omega} \quad = \quad \mathbf{0,500\ A}$$

retour à la question ▲

3.22 Solution : Méli-mélo retour à la question ▲

R = 12,2 Ω et $\mathcal{E}$ = 22,6 V



D'abord, notons que le courant indiqué par l'ampèremètre est directement le courant dans la résistance R. La valeur indiquée par le voltmètre, quant à elle, permet via un seul calcul de connaître le courant dans la résistance de 3 Ω :

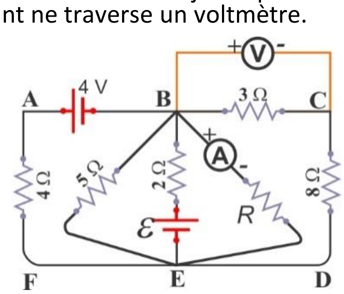
$$\Delta V = 3\ \Omega \times I_{3\ \Omega} \quad \Rightarrow \quad I_{3\ \Omega} = \frac{\Delta V}{3\ \Omega} \quad = \quad \frac{2,50\ \text{V}}{3\ \Omega} \quad = \quad 0,8\overline{33}\ \text{A}$$

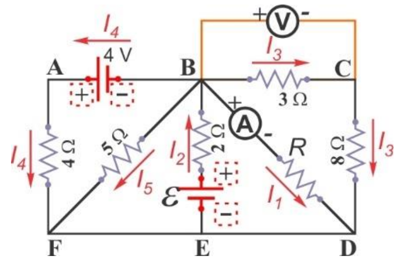
Ensuite, on constate qu'il y a dans le circuit quatre mailles simples et quatre nœuds. Il y a aussi 7 branches (voir figure ci-contre : 4 nœuds encerclés, 7 branches colorées et 4 mailles simples grisonnées). Notons que le branchement du voltmètre n'ajoute pas de maille, de nœud ou de branche au circuit, car aucun courant ne traverse un voltmètre.

retour à la question ▲

Remarque : plusieurs nœuds sont branchés directement ensemble, soit D, E et F. On pourrait les considérer comme un seul et même nœud, ce qui ferait que le circuit n'en compterait que deux : B et « DEF ». On le fera dans la solution qui suit, ce qui réduira légèrement le nombre d'équations à rédiger et à résoudre. L'apparence du circuit qui illustre ce nœud combiné est montrée ci-contre.

On conservera l'apparence originale du circuit, mais on va considérer unique le nœud « DEF ».





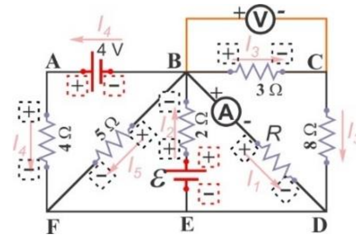
À partir des polarités des sources et de leurs emplacements, on peut faire une hypothèse pour le sens du courant dans chaque branche et résistance. Certaines hypothèses peuvent être incertaines, mais on doit en faire et on doit les utiliser pour rédiger les équations de Kirchhoff (et elles ne doivent pas changer jusqu'à la fin du processus).

Remarque : les courants I_3 et I_4 apparaissent deux fois car des branches comportent deux composantes et les deux portent évidemment le même courant.

▲ retour à la question

Aussi, on ne nommera pas les courants sur les branches DE et EF puisqu'on veut traiter ces trois points comme un même nœud.

Les valeurs inconnues dans ce montage sont donc R, $\mathcal{E}$, et les courants I_2, I_4, I_5, donc cinq inconnues.



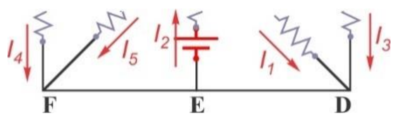
À partir du sens des courants déterminés, on peut déterminer les polarités de chaque résistance, pour respecter la chute de potentiel dans le sens du courant (voir figure ci-contre). Ces polarités permettront de déterminer le signe des variations de potentiel dans les équations de maille.

On peut maintenant se préparer à rédiger les équations de Kirchhoff (nœuds et mailles).

Puisqu'il y a 2 nœuds (B, et DEF), une seule équation de nœud est requise ($n_{éq} = n_{noeud} - 1$). On rédigera l'équation pour le nœud DEF (choix arbitraire du nœud « multiple » pour montrer comment traiter un tel cas).

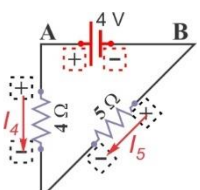
Puisqu'il y a 4 mailles simples, on rédigera les équations des mailles pour 4 mailles. Arbitrairement, choisissons les départs et sens suivants pour chaque maille : BAFB, EBFE, EBDE et BCDB.

▲ retour à la question



Pour l'équation de nœud du nœud « DEF », tous les courants entrants ou sortants aux points D, E et F figureront dans l'équation :

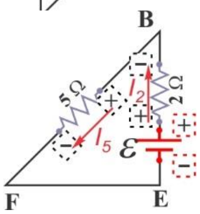
$$\sum I = 0 \quad = \quad I_4 + I_5 - I_2 + I_1 + I_3 \qquad (1)$$



Chacune des 4 mailles identifiées comporte trois composantes. En respectant les polarités définies par les courants choisis plus tôt, pour la maille BAFB d'abord :

$$\sum \Delta V = 0 \quad = \quad 4\,V - 4\,\Omega \times I_4 + 5\,\Omega \times I_5 \qquad (2)$$

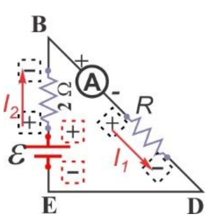
▲ retour à la question



Pour la maille EBFE :

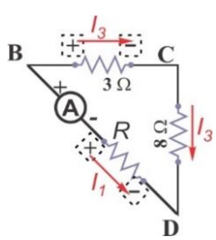
$$\sum \Delta V = 0 \quad = \quad \mathcal{E} - 2\,\Omega \times I_2 - 5\,\Omega \times I_5 \qquad (3)$$

▲ retour à la question



Pour la maille EBDE :

$$\sum \Delta V = 0 \quad = \quad \mathcal{E} - 2\,\Omega \times I_2 - R \times I_1 \qquad (4)$$



Pour la maille BCDB:

$$\sum \Delta V = 0 \quad = \quad -3\,\Omega \times I_3 - 8\,\Omega \times I_3 + R \times I_1 \qquad (5)$$

On dispose maintenant de 5 équations, et nous avons 5 inconnues identifiées plus tôt. On peut maintenant résoudre.

L'équation (5) permet seule de déterminer la résistance R :

(5) $$R = \frac{(3\,\Omega + 8\,\Omega) \times I_3}{I_1} \quad = \quad \frac{(3\,\Omega + 8\,\Omega) \times 0{,}8\overline{33}\text{ A}}{0{,}750\text{ A}} \quad = \quad \mathbf{12{,}\overline{2}\ \Omega}$$

▲ retour à la question

Malgré qu'elles comportent 3 inconnues, les équations 3 et 4 réunies permettent de déterminer I_5 :

$$\mathcal{E} - 2\,\Omega \times I_2 - 5\,\Omega \times I_5 \quad = \quad 0 \quad = \quad \mathcal{E} - 2\,\Omega \times I_2 - R \times I_1$$

$$\underline{\mathcal{E} - 2\,\Omega \times I_2} - 5\,\Omega \times I_5 \quad = \quad \underline{\mathcal{E} - 2\,\Omega \times I_2} - R \times I_1$$

$$-5\,\Omega \times I_5 \quad = \quad -R \times I_1$$

$$I_5 = \frac{R \times I_1}{5\ \Omega} = \frac{12{,}\overline{2}\ \Omega \times 0{,}750\ \text{A}}{5\ \Omega} = 1{,}8\overline{3}\ \text{A}$$

retour à la question ▲

I_5 connu, l'équation 2 permet de calculer I_4, et de là I_2 et $\mathcal{E}$ à partir des équations 1 et 3 :

(2) $$I_4 = \frac{4\ \text{V} + 5\ \Omega \times I_5}{4\ \Omega} = \frac{4\ \text{V} + 5\ \Omega \times 1{,}8\overline{3}\ \text{A}}{4\ \Omega} = 3{,}29\ \text{A}$$

(1) $$I_2 = I_4 + I_5 + I_1 + I_3 = 3{,}29\ \text{A} + 1{,}8\overline{3}\ \text{A} + 0{,}750\ \text{A} + 0{,}8\overline{33}\ \text{A} = 6{,}71\ \text{A}$$

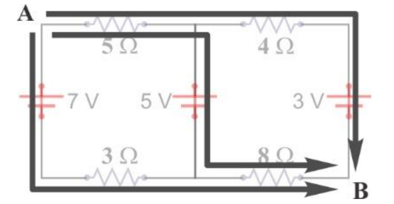
(3) $$\mathcal{E} = 2\ \Omega \times I_2 + 5\ \Omega \times I_5 = 2\ \Omega \times 6{,}71\ \text{A} + 5\ \Omega \times 1{,}8\overline{3}\ \text{A} = \mathbf{22,6\ V}$$

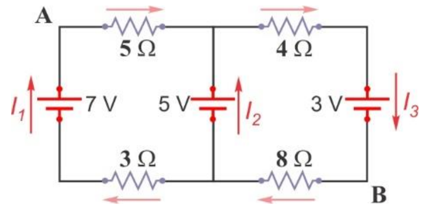
Les résultats sont donc : R = 12,2 Ω et $\mathcal{E}$ = 22,6 V

retour à la question ▲

3.23 Solution : De A à B retour à la question ▲

ΔV_{AB} = –4,92 V





Pour déterminer la différence de potentiel de A à B, on doit déterminer les courants d'abord à l'aide des lois de Kirchhoff.

On peut établir tout de suite une équation qui révèlera ΔV_{AB}, et on y voit les valeurs de courant devant être connues. De A à B, trois chemins sont possibles, et chacun entraînera la même valeur recherchée. La figure ci-contre illustre ces trois chemins, et chacun d'eux exige qu'on connaisse les valeurs de courant dans les branches de gauche et de droite où se trouve des résistances (la branche centrale porte un courant également, mais puisqu'elle ne comporte qu'une source, la d.d.p. le long de cette branche se limite à celui de cette source). On doit donc utiliser les lois de Kirchhoff en détail pour déterminer les courants requis.

Appelons I_1, I_2 et I_3 les courants dans les branches de gauche, du centre et de droite. Faisons l'hypothèse également que ces courants sont en sens normal pour les sources de 7 V et de 5 V, et en sens inverse pour la source de 3 V (voir figure ci-contre).

Les équations des mailles pour les deux mailles simples du circuit, parcourues en sens horaire, sont :

$$7\text{ V} - (5\ \Omega)I_1 - 5\text{ V} - (3\ \Omega)I_1 = 0 \qquad (1)$$

$$5\text{ V} - (4\ \Omega)I_3 - 3\text{ V} - (8\ \Omega)I_3 = 0 \qquad (2)$$

L'équation du nœud d'en haut (une seule équation étant requise) est :

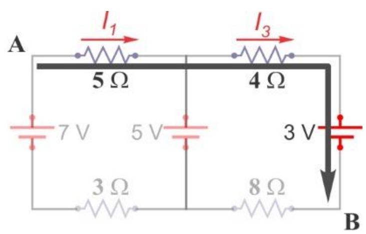
$$I_1 + I_2 - I_3 = 0 \qquad (3)$$

Les équations (1) et (2) ne comportent chacune qu'une inconnue, et permettent rapidement de calculer les deux courants requis :

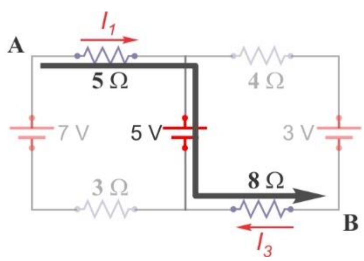
$$(1) \qquad I_1 = \frac{7\text{ V}-5\text{ V}}{(5\ \Omega)+(3\ \Omega)} = \frac{2}{8}\text{ A}$$

$$(2) \qquad I_3 = \frac{5\text{ V}-3\text{ V}}{(4\ \Omega)+(8\ \Omega)} = \frac{2}{12}\text{ A}$$

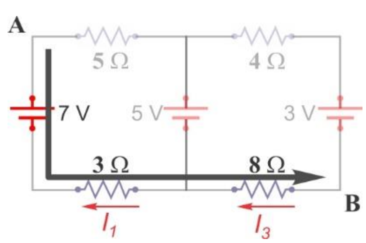
En considérant les mêmes sens de courants, on peut alors établir la différence de potentiel $\Delta V_{AB} = V_B - V_A$ à partir de n'importe lequel des trois chemins directs entre ces deux points. Voyons chacune de ces trois alternatives :



$$V_B = V_A - (5\ \Omega)I_1 - (4\ \Omega)I_3 - 3\text{ V}$$
$$(V_B - V_A) = -(5\ \Omega)I_1 - (4\ \Omega)I_3 - 3\text{ V}$$
$$(V_B - V_A) = -(5\ \Omega) \times \frac{2}{8}\text{ A} - (4\ \Omega) \times \frac{2}{12}\text{ A} - 3\text{ V} = \frac{-59}{12}\text{ V} = -4{,}91\bar{6}\text{ V}$$



$$V_B = V_A - (5\ \Omega)I_1 - 5\text{ V} + (8\ \Omega)I_3$$
$$(V_B - V_A) = -(5\ \Omega)I_1 - 5\text{ V} + (8\ \Omega)I_3$$
$$(V_B - V_A) = -(5\ \Omega) \times \frac{2}{8}\text{ A} - 5\text{ V} + (8\ \Omega) \times \frac{2}{12}\text{ A} = \frac{-59}{12}\text{ V} = -4{,}91\bar{6}\text{ V}$$



$$V_B = V_A - 7\text{ V} + (3\ \Omega)I_1 + (8\ \Omega)I_3$$
$$(V_B - V_A) = -7\text{ V} + (3\ \Omega)I_1 + (8\ \Omega)I_3$$
$$(V_B - V_A) = -7\text{ V} + (3\ \Omega) \times \frac{2}{8}\text{ A} + (8\ \Omega) \times \frac{2}{12}\text{ A} = \frac{-59}{12}\text{ V} = -4{,}91\bar{6}\text{ V}$$

retour à la question ▲

retour à la question ▲
retour à la question ▲
retour à la question ▲
retour à la question ▲

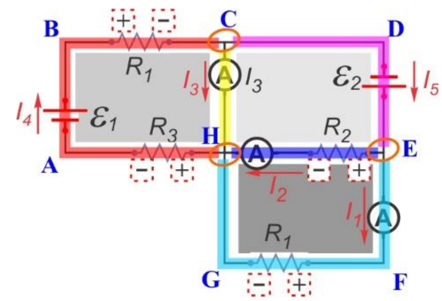
3.24 Solution : Les trois ampèremètres retour à la question ▲

retour à la question ▲

On doit rédiger les équations de Kirchhoff pour ce circuit.

Le circuit comporte trois mailles simples et trois nœuds (les points C, E et H). On doit donc rédiger 3 équations de maille et 2 équations de nœuds.

Pour 3 des 5 branches, les courants sont déjà nommés. Pour les deux autres branches, nommons les courants I_4 et I_5, comme illustré sur la figure ci-contre, avec des sens qui respectent la position des sources. En définissant les polarités des résistances en accord avec les courants connus, les 3 équations de maille sont :



Maille ABCHA : $\sum \Delta V_{ABCHA} = 0 = +\mathcal{E}_1 - R_1 I_4 - R_3 I_4$ (1)

Maille DEHCD : $\sum \Delta V_{DEHCD} = 0 = +\mathcal{E}_2 - R_2 I_2$ (2)

Maille EFGHE : $\sum \Delta V_{EFGHE} = 0 = -R_1 I_1 + R_2 I_2$ (3)

2 Équations de nœuds parmi les 3 requises, si on traite les nœuds C et E car ils ne touchent qu'à 3 branches :

Nœud C : $\sum I_C = 0 = I_4 - I_3 - I_5$ (4)

Nœud E : $\sum I_E = 0 = I_5 - I_1 - I_2$ (5)

a) I_{R3} = 750 mA

Le courant dans R_3 est celui appelé I_4 ici. Ce courant I_4 n'est dans aucune équation la seule inconnue, mais les équations (4) et (5) comportent les mêmes deux inconnues, I_4 et I_5 :

(5) $I_5 = I_1 + I_2 \quad = \quad 0{,}150 \text{ A} + 0{,}200 \text{ A} \quad = \quad 0{,}350 \text{ A}$

(6) $I_4 = I_3 + I_5 \quad = \quad 0{,}400 \text{ A} + 0{,}350 \text{ A} \quad = \quad \mathbf{0{,}750\ A}$

b) $\mathcal{E}_2$ = 5,00 V

Dans l'équation (2), $\mathcal{E}_2$ est la seule inconnue :

(2) $\mathcal{E}_2 = R_2 I_2 \quad = \quad 25\ \Omega \times 0{,}200 \text{ A} \quad = \quad \mathbf{5{,}00\ V}$

c) R_1 = 33,3 Ω

Dans l'équation (3), R_1 est la seule inconnue :

(3) $R_1 = \frac{R_2 I_2}{I_1} \quad = \quad \frac{25\ \Omega \times 0{,}200\text{ A}}{0{,}150\text{ A}} \quad = \quad \mathbf{33{,}\overline{3}\ \Omega}$

retour à la question ▲

3.25 Solution : Le synthèse retour à la question ▲

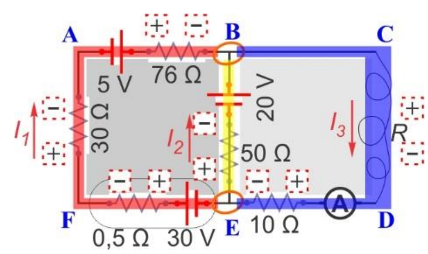
Pour faciliter l'association des variables aux valeurs de résistances, on leur donnera un indice équivalent à leur valeur (R_{76}, R_{30}, R_{50}, etc.).

ρ = 4,57×10⁻⁷ Ω

Pour déterminer la résistivité du matériau du fil, on doit déterminer d'abord sa résistance. On trouvera ensuite la résistivité par :

$$R = \frac{\rho l}{A} \quad \Rightarrow \quad \rho = \frac{RA}{l} \qquad (1)$$

retour à la question ▲



Pour déterminer R, on doit analyser le circuit entier. Puisqu'il y a plus d'une source, on doit rédiger les équations de Kirchhoff pour déterminer toute inconnue.

Le circuit comporte deux mailles et deux nœuds. On doit rédiger deux équations de maille et une équation de nœud.

Faisons d'abord une hypothèse du sens du courant dans chacune des trois branches : le sens habituel du courant dans les sources suggère les sens indiqués sur la figure ci-contre, d'où les polarités indiquées également. Les équations de Kirchhoff sont :

Maille ABEFA : $\sum \Delta V_{ABEFA} = \quad 0 = +\mathcal{E}_5 - R_{76} I_1 - \mathcal{E}_{20} + R_{50} I_2 + \mathcal{E}_{30} - r I_1 - R_{30} I_1$ (2)

Maille EBCDE : $\sum \Delta V_{BCDEB} = \quad 0 = -R I_3 - R_{10} I_3 - R_{50} I_2 + \mathcal{E}_{20}$ (3)

Nœud B : $\sum I_B = \quad 0 = I_1 + I_2 - I_3$ (4)

Les équations (2) et (4) servent d'abord à déterminer I_2 :

(4) $I_1 = I_3 - I_2$

Substituons I_1 à 3 endroits dans l'équation (2) :

(2) $0 = \mathcal{E}_5 - R_{76}(I_3 - I_2) - \mathcal{E}_{20} + R_{50} I_2 + \mathcal{E}_{30} - r(I_3 - I_2) - R_{30}(I_3 - I_2)$

Isoler I_2:

$$I_2 = \frac{\mathcal{E}_{20}-\mathcal{E}_5-\mathcal{E}_{30}+(R_{76}+r+R_{30})I_3}{R_{50}+R_{76}+r+R_{30}} = \frac{20\text{ V}-5\text{ V}-30\text{ V}+(76\ \Omega+0{,}5\ \Omega+30\ \Omega)\times 0{,}483\text{ A})}{50\ \Omega+76\ \Omega+0{,}5\ \Omega+30\ \Omega} = 0{,}233\text{ A}$$

Selon l'équation (3) :

$$R = \frac{\mathcal{E}_{20}-R_{10}I_3-R_{50}I_2}{I_3} = \frac{20\text{ V}-(10\ \Omega\times 0{,}483\text{ A})-(50\ \Omega\times 0{,}233\text{ A})}{0{,}483\text{ A}} = 7{,}30\ \Omega$$

Finalement, selon l'équation (1) :

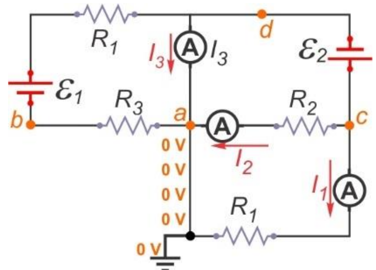
$$\rho = \frac{RA}{l} = \frac{7{,}30\ \Omega \times (2{,}50\times 10^{-8}\text{ m}^2)}{0{,}40\text{ m}} = \mathbf{4{,}57\times 10^{-7}\ \Omega\cdot m}$$

retour à la question ▲

3.26 Solution : Le ground retour à la question ▲

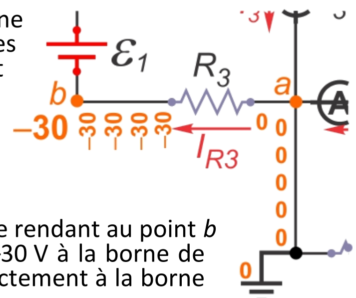
a) $V_a = 0$ V

Le point du circuit branché à la Terre est systématiquement à 0 V. À partir de ce point, tous les points connectés directement par un fil sont au même potentiel de 0 V, donc tous les points du fil vertical entre la connexion à la Terre et le point *a* sont à 0 V, le point *a* inclus.



b) $V_b = -30$ V

Pour les points dont le parcours à partir de la Terre impliquent une ou des composantes, on doit utiliser les d.d.p. des composantes rencontrées. Le parcours vers le point *b*, à partir du branchement à la Terre, implique la résistance R_3 ($R_3 = 40\ \Omega$), dont le courant trouvé dans cet exercice est 0,750 A, vers la gauche. On peut alors calculer la d.d.p. de R_3 (et son sens) :

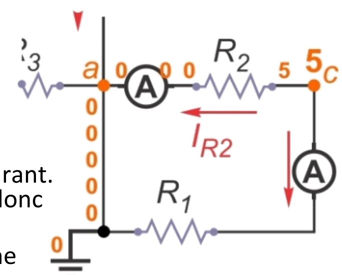


$$\Delta V_3 = R_3 I_{R3} = 40\ \Omega \times 0{,}750\text{ A} = 30\text{ V}$$

Cette différence de potentiel est une chute de potentiel car en se rendant au point *b* on traverse R_3 dans le sens du courant. Le potentiel est donc –30 V à la borne de gauche de R_3, et –30 V jusqu'au point *b* car celui-ci est relié directement à la borne de gauche de R_3.

c) $V_c = +5$ V

On doit déterminer la d.d.p. aux bornes de R_2 (25 Ω) à partir du courant qui la traverse, 200 mA (donné avec la question 3.24) :



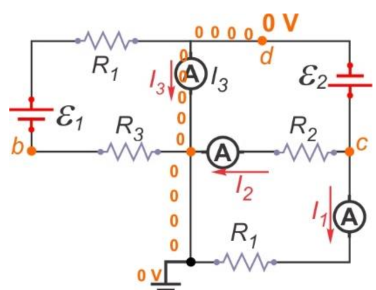
$$\Delta V_2 = R_2 I_{R2} = 25\ \Omega \times 0{,}200\text{ A} = 5\text{ V}$$

Cette d.d.p. est une hausse de potentiel, puisqu'on traverse R_2 à l'envers du courant. Le potentiel à droite de R_2 est donc 5 V plus élevé que le potentiel du point *a*, donc au point *b* aussi le potentiel est de 5 V.

Aussi, la présence de l'ampèremètre n'a aucun effet sur le potentiel le long d'une branche. L'ampèremètre mesure le courant sans ajouter de résistance, donc sans générer de chute de potentiel.

d) $V_d = 0$ V

Encore une fois, la présence de l'ampèremètre n'a aucun effet sur le potentiel le long d'une branche. Donc à partir du point branché à la Terre, on peut se rendre au point *d* sans rencontrer de composante. Il n'y a donc aucune variation de potentiel sur le parcours de la Terre au point *d* et celui-ci sera au même potentiel que la Terre, soit 0 V.



retour à la question ▲

retour à la question ▲