# CH 9 L'INDUCTION ÉLECTROMAGNÉTIQUE

# **CONSTANTES UTILES**

$$e = 1,602 \times 10^{-19} \,\mathrm{C}$$

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \, \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}}$$

$$1 \text{ eV} = 1,602 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$k = 8,988 \times 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$$
  
 $m_{\acute{\text{e}}} = 9,109 \times 10^{-31} \text{ kg}$   
 $m_p = 1,673 \times 10^{-27} \text{ kg}$ 

$$m_{\rm \acute{e}} = 9,109 \times 10^{-31} \, \rm kg$$

$$m = 1.673 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$m_{\alpha} = 6.644 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

# **ÉQUATIONS LIÉES AU CHAPITRE:**

$$\Phi_B = \vec{B} \bullet \vec{A}$$

$$\mathcal{E} = -\frac{Nd\Phi}{dt}$$

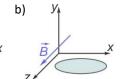
# LE FLUX MAGNÉTIQUE

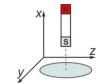
# Question: Le sens du flux

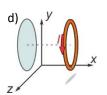
solution **>** 

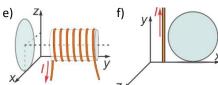
Dans chacun des cas suivants, déterminez la direction du flux traversant la surface circulaire illustrée.

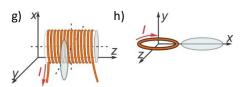












## **9.2** Exercice: L'anneau dans le champ

solution >

Dans un espace où règne un champ uniforme de  $740\vec{i}$  mT, on place un anneau circulaire d'un rayon de 3,5 cm dans le plan yz. Calculez la grandeur du flux magnétique traversant

### **9.3** Exercice : Le produit scalaire

Un champ  $\vec{B} = (25\vec{\imath} + 10\vec{\jmath} + 15\vec{k}) \,\text{mT}$  traverse une surface définie par  $\vec{A} = (0.2\vec{\imath} - 0.5\vec{k}) \,\mathrm{m}^2$ . Déterminez le flux magnétique traversant la surface.

### **9.4** Exercice : Le champ variable

solution >

Un champ magnétique uniforme variable orienté vers  $z^-$  a un module obéissant à l'équation  $B = 2t^2 + 4t$ , en milliteslas. Une plaque carrée de 25 cm de côté est placée tel qu'illustré ci-contre. Déterminez la variation du flux magnétique la traversant entre t = 10 s et t = 25 s.



## **9.5** Exercice : Le flux inimaginable

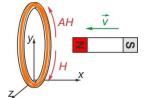
Dans l'espace à trois dimensions, une surface est définie par le vecteur  $\vec{A} = (2\vec{i} + 3\vec{j} - 5\vec{k}) \text{ cm}^2$ . Cette surface est exposée à un champ uniforme  $\vec{B} = (4\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}) \text{ T}.$ Déterminez le flux magnétique traversant là surface.

#### 9.2 LA LOI DE FARADAY

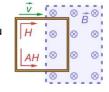
### Question: Le sens du courant induit

Pour chacun des montages suivants est illustré un mouvement ou une action de nature à induire un courant dans un circuit conducteur. Déterminez le sens du courant induit, horaire (H) ou antihoraire (AH) (selon le point de vue

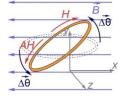
a) Un aimant se rapproche d'un anneau conducteur.



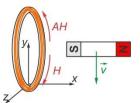
b) Un cadre pénètre dans un espace où règne un champ



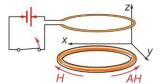
c) Un anneau conducteur pivote dans le sens indiqué



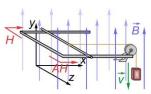
d) On laisse tomber un aimant dans la position horizontale, alors que son pôle Sud pointe vers un anneau conducteur.



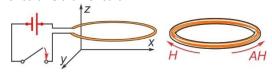
e) On ouvre l'interrupteur d'un circuit qui alimente un anneau circulaire.



f) La chute d'une masse entraîne une tige formant un cadre conducteur avec une structure métallique en U.



g) On ferme l'interrupteur pour alimenter en courant la portion circulaire d'un circuit.



### **9.7** Exercice : À quel taux

On désire produire une électromotance de 10 V dans une boucle de fil rectangulaire de 28 cm² de surface et perpendiculaire à un champ magnétique variable. La boucle comporte 30 enroulements, et on veut que le courant induit circule dans le sens illustré ci-contre



solution >

- a) Quel taux de variation du flux magnétique doit être maintenu dans la boucle? (Donnez la valeur absolue.)
- b) Le flux doit-il augmenter ou diminuer pour obtenir un courant dans le sens illustré ci-contre?

#### **9.8** Exercice: Les tours de bobine

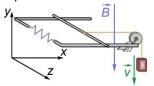
Un électroaimant est utilisé pour générer un champ à l'emplacement d'une bobine de fil circulaire de 9 cm de diamètre. Le solénoïde est assez éloigné de la bobine pour que le champ qui affecte la bobine soit pratiquement uniforme. On fait varier le courant dans le solénoïde de telle sorte que le flux traversant la bobine varie au taux constant de -140 mWb/s. Déterminez le nombre de tours que doit comporter la bobine pour y générer une électromotance de

#### Exercice : Le cadre résistif 9.9

solution >

Un cadre conducteur rectangulaire est formé par une tige glissant sur une structure métallique en U, pour laquelle la distance entre les deux branches parallèles est de 30 cm.

Cette structure comporte une résistance de 10  $\Omega$  (le reste du circuit ayant une résistance nulle) et la tige fermant le circuit est déplacée par une masse suspendue. Le champ magnétique a un module de



10 T et est orienté vers y-. À l'instant où la vitesse de la tige est de 0,5 m/s, déterminez :

- l'orientation du courant circulant dans la tige;
- b) la grandeur du courant.

# **9.10** Exercice : La dérivée

solution >

L'intensité d'un champ magnétique uniforme est donnée par B = 3t-2, en teslas. On place dans ce champ un cadre de métal de 650 cm<sup>2</sup> de surface et dont la perpendiculaire fait un angle de 50° avec l'orientation du champ.

- Déterminez le taux de variation du flux magnétique  $d\Phi/dt$  traversant cette surface.
- Déterminez l'électromotance produite par cette variation de flux.

# **9.11** Exercice : Relevez le d $\Phi$

solution >

Une bobine de 60 tours et de 5 cm de rayon est soumise à une différence de potentiel croissante de manière à y faire circuler un courant augmentant de façon régulière. Si le courant y augmente linéairement de 20 mA à 1,80 A en 0,15 secondes, déterminez le taux d'augmentation du flux magnétique d $\Phi$ /dtqu'elle dirige vers une seconde bobine identique collée contre elle. (Supposez un champ uniforme dans le plan de la bobine.)

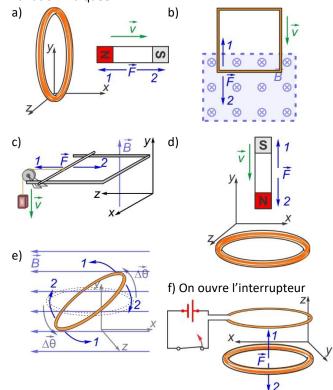


### LA LOI DE LENZ

# **9.12** Exercice : Le sens de la force

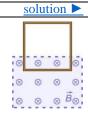
solution >

Pour chacun des montages suivants, indiquez dans quel sens apparaîtra une force suite au mouvement ou à la variation indiquée.



# **9.13** Exercice: La chute du cadre

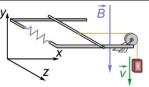
Un cadre rectangulaire d'une largeur de 45 cm et constitué de 10 tours de fil fin possède une masse de 350 g et tombe dans une position verticale alors que sa section du bas seulement se trouve dans un champ magnétique de 1,25 teslas. Sa résistance électrique est de  $4.2 \Omega$  Déterminez quelle serait sa vitesse limite de chute dans cette situation.



### **9.14** Exercice : Le cadre résistif II

solution >

Le cadre conducteur de l'exercice 9.9 est mis à l'essai avec une masse suspendue inconnue. La résistance incluse au circuit est 10  $\Omega$  (on néglige la résistance du reste du cadre). Le champ magnétique



a un module de 8 T. Les branches du cadre reliées par la tige mobile sont distantes de 30 cm. La masse de la tige étant négligeable, on constate que la masse atteint une vitesse limite de 5,00 m/s. Déterminez la valeur de la masse suspendue.

retour à la question

# CH 9 L'INDUCTION ÉLECTROMAGNÉTIQUE

#### LE FLUX MAGNÉTIQUE 9.1

### Solution: Le sens du flux

retour à la question A

Le flux magnétique est une quantification du champ magnétique traversant une surface donnée. Il est donc dans le même sens en tout point que le champ magnétique lui-même. Il n'y a donc qu'à identifier la direction du champ à l'emplacement de la surface traitée pour connaître à la fois le sens du flux magnétique traversant cette surface.

### a) Vers l'axe y positif

Le champ étant dirigé vers y<sup>+</sup>, c'est en soi la direction du flux traversant la surface.



### b) Aucun flux ne traverse la surface

Le champ étant parallèle au plan de la surface, aucune ligne de champ ne traverse la surface. Le flux magnétique la traversant est donc nul.

Alternativement, si on pense à l'équation du flux magnétique  $\Phi = \vec{B} \cdot \vec{A}$ , on arrive au même constat par calcul, car le vecteur  $\vec{A}$ représentant l'aire est perpendiculaire au champ  $\vec{B}$ :

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{A} = BA \cos \theta_{BA} = BA \underbrace{\cos 90^{\circ}}_{=0} = 0$$

# c) Vers l'axe x positif

Le pôle Sud d'un aimant attire les lignes de champ vers lui, donc le flux magnétique. Le pôle Sud étant au-dessus de la surface, le flux magnétique la traverse donc vers le haut, donc vers  $x^+$ .



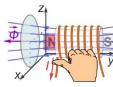
# d) Vers l'axe x positif

Le sens du courant produit dans l'anneau un flux vers la droite. Ce flux traverse aussi la surface vers la droite en se dirigeant vers l'anneau, donc vers  $x^+$ .



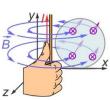
# e) Vers l'axe y négatif

Le sens de rotation du courant dans le solénoïde produit un champ magnétique vers la gauche, donc vers y-. C'est aussi le sens du flux dans la surface placée devant le solénoïde.



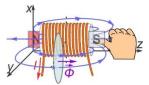
# f) Vers l'axe z négatif

La règle de la main droite appliquée pour le courant vers le haut dans le fil produit des lignes de champ circulaires dans le plan xz. À droite du fil, les lignes de champ entrent dans le plan de l'illustration, donc sont dirigée vers l'axe z-.



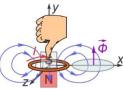
# g) Vers l'axe z positif

Le sens du courant dans le solénoïde produit un champ vers la gauche à l'intérieur du solénoïde. Puisque la surface étudiée est à l'extérieur du solénoïde, on doit considérer la circulation des lignes de champ autour du solénoïde pour retourner vers son autre extrémité, pour retrouver le pôle Sud de l'électroaimant.



## h) Vers l'axe y positif

Le sens du courant entraîne l'émission de flux magnétique vers le bas à l'intérieur de l'anneau. La surface étudiée étant à l'extérieur de l'anneau.



Comme pour un aimant permanent, les lignes de champ doivent contourner l'extérieur de la boucle pour retourner dans l'anneau par le haut (retrouver le pôle Sud de l'électroaimant). Le flux magnétique est donc dirigé vers le haut dans la surface étudiée, vers  $y^+$ .

retour à la question A

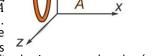
# 9.2 Solution: L'anneau dans le champ

retour à la question A

$$\Phi_{B} = 2,85 \text{ mWb}$$

En étant orienté vers l'axe x positif, le champ magnétique est perpendiculaire à la surface décrite, car elle est parallèle au plan yz.

Le vecteur aire  $\vec{A}$  est donc parallèle à l'axe x également, mais le sens de  $\vec{A}$  n'est pas absolument défini en l'absence de courant dans l'anneau. Choisissons arbitrairement le sens  $x^{\star}$ , et l'angle entre le champ et ce vecteur  $\vec{A}$  sera donc de 0° (puisqu'on demande la grandeur du flux, le sens



B

opposé aurait entraîné un « cos 180° » négatif dont on aurait fait disparaître le signe « – » dans le résultat).

La valeur du flux magnétique est donc donnée par :

$$\Phi_{B} = \vec{B} \bullet \vec{A} = BA \cos \theta_{BA} = B(\pi r^{2}) \cos \theta_{BA}$$

$$\Phi_{B} = 0.740 \text{ T} \times (\pi \times (0.035 \text{ m})^{2}) \times \cos 0^{\circ} = 2.85 \times 10^{-3} \text{ Wb} = 2.85 \text{ mWb}$$

retour à la question 🔺

# 9.3 Solution: Le produit scalaire

retour à la question A

$$\Phi_B = -2.5 \text{ mWb}$$

Le flux magnétique est donné par le produit scalaire des vecteurs champ magnétique et aire :

$$\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{A} = BA \cos \theta_{BA}$$

Puisqu'on peut difficilement connaître l'angle entre  $\vec{B}$  et  $\vec{A}$ , procédons au calcul du produit scalaire à partir des composantes :

$$\Phi_B = \vec{B} \bullet \vec{A} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

$$\Phi_B = (25 \text{ mT} \times 0.2 \text{ m}^2) + (10 \text{ mT} \times 0) + (15 \text{ mT} \times (-0.5 \text{ m}^2)) = -2.5 \times 10^{-3} \text{ Tm}^2$$

Les T⋅m² sont l'équivalent des webers, donc le résultat est aussi −2,5 mWb.

**9.4** Solution : Le champ variable

 $\Delta \Phi$  = 34,7 mWb

Le flux magnétique varie durant l'intervalle mentionné parce que le champ magnétique varie. Calculons donc d'abord le module du champ magnétique au début et à la fin de l'intervalle mentionné :

Sect 9.3, #12 à 14

$$B_{10} = 2t^2 + 4t = 2 \times (10 \text{ s})^2 + 4 \times (10 \text{ s}) = 240 \text{ mT}$$

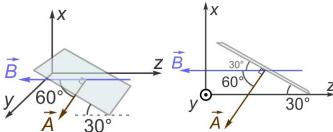
$$B_{25} = 2t^2 + 4t = 2 \times (25 \text{ s})^2 + 4 \times (25 \text{ s}) = 1350 \text{ mT}$$

L'aire de la plaque est :

$$A = (0.25 \text{ m})^2 = 0.0625 \text{ m}^2$$

Cette aire se représente par un vecteur  $\vec{A}$  perpendiculaire à la surface. Puisqu'il y a deux orientations possibles mais qu'aucun courant circulaire dans la surface ne permet de définir une orientation en particulier, on peut faire un choix arbitraire. Les deux orientations possibles entraîneront des résultats de signes contraires. Utilisons donc le vecteur Á tel que l'angle avec  $\vec{B}$  sera inférieur à 90°, tel qu'illustré sur les figures ci-contre.

L'orientation choisie pour  $\vec{A}$  fait donc un angle  $\theta_{BA} = 60^{\circ}$ avec le vecteur champ magnétique (la seconde figure montre mieux une vue en coupe qui justifie la valeur de 60°).



On peut maintenant calculer le flux magnétique au début et à la fin de l'intervalle à partir de l'équation générale du flux magnétique :

$$\Phi_B = \vec{B} \bullet \vec{A} = BA \cos \theta_{BA}$$

$$\Phi_{R=10} = 0.240 \text{ T} \times 0.0625 \text{ m}^2 \times \cos 60^\circ = 0.00750 \text{ Wb} = 7.50 \text{ mWb}$$

$$\Phi_{B-25} = 1,350 \text{ T} \times 0,0625 \text{ m}^2 \times \cos 60^\circ = 0,0422 \text{ Wb} = 4,22 \text{ mWb}$$

La variation de flux est donc :

$$\Delta \Phi_B = \Phi_{B-25} - \Phi_{B-10} = 42.2 \text{ mWb} - 7.50 \text{ mWb} = 34.7 \text{ mWb}$$

retour à la question A

# **9.5** Solution : Le flux inimaginable

retour à la question

$$\Phi_B = 1,50 \times 10^{-3} \text{ Wb}$$

L'équation générale du flux magnétique traversant une surface implique un produit scalaire :

$$\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{A}$$

On connaît les deux vecteurs par leurs composantes, et on ignore l'angle qu'ils forment entre eux. La solution consiste donc à effectuer le produit scalaire à partir des composantes :

$$\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{A} = B_x A_x + B_y A_y + B_z A_z$$

$$\Phi_B = (2 \text{ cm}^2 \times 4 \text{ T}) + (3 \text{ cm}^2 \times (-1 \text{ T})) + (-5 \text{ cm}^2 \times (-2 \text{ T}))$$

$$\Phi_B = 15.0 \text{ T} \cdot \text{cm}^2 \times \left(\frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}}\right)^2 = 1,50 \times 10^{-3} \text{ Tm}^2$$

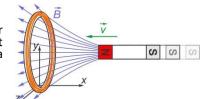
#### 9.2 LA LOI DE FARADAY

### Solution: Le sens du courant

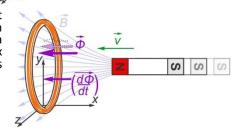
retour à la question

# a) Sens antihoraire (AH)

Le flux magnétique émis par le pôle Nord de l'aimant traverse l'anneau vers la gauche.

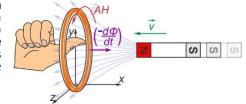


Le rapprochement de l'aimant provoque une augmentation du flux traversant vers la gauche. La variation du flux  $(d\Phi/dt)$  est donc orientée vers la gauche aussi.



Sect 9.3, #12 à 14

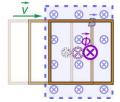
Le pouce droit dirigé vers la direction opposée à la variation de flux (donc pouce vers la droite) entraîne selon l'enroulement de la main droite un courant en sens antihoraire (AH) du point de vue illustré.



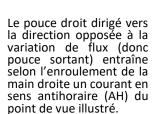
# b) Sens antihoraire (AH)

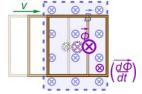
Le flux magnétique entre dans le plan de l'illustration, et traverse donc le cadre dans la direction entrante.

Alors que le cadre pénètre dans la zone où règne le champ, le flux magnétique traversant le cadre est de plus en plus grand.



Si le flux entrant est de plus en plus grand, la variation du flux  $(d\Phi/dt)$ est donc aussi dans la direction entrante.

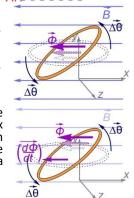




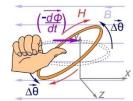
### c) Sens horaire (H)

Le flux magnétique est dirigé vers la gauche. Lorsque l'anneau s'incline, le flux qui rasait la surface de l'anneau le traverse maintenant vers la gauche.

En s'inclinant, l'anneau présente de plus en plus sa surface aux flux magnétique et la variation de flux traversant la surface  $(d\Phi/dt)$  se représente par la direction gauche également.

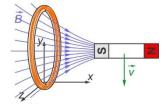


Le pouce droit dirigé vers la direction opposée à la variation de flux (donc pouce vers la droite) entraîne selon l'enroulement de la main droite un courant en sens horaire (H) du point de vue illustré.



#### d) Sens antihoraire (AH)

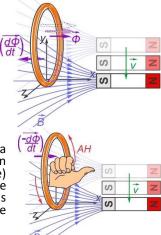
Le flux magnétique se dirige vers la droite dans l'anneau pour rejoindre le pôle Sud de l'aimant.



Si l'aimant chute vers le bas, le flux se dirigeant vers l'aimant traversera de moins en moins l'anneau pour l'atteindre. Le flux vers la droite dans l'anneau diminuera.

Cette diminution de flux vers la droite est une variation  $d\Phi/dt$  qu'on peut illustrer vers la gauche.

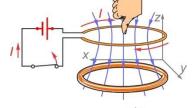
Le pouce droit dirigé vers la direction opposée à la variation de flux (donc pouce vers la droite) entraîne selon l'enroulement de la main droite un courant en sens antihoraire (AH) du point de vue illustré.



### e) Sens horaire (H)

Selon le sens du courant envoyé dans la portion circulaire du circuit, un champ est généré vers le bas par la boucle du haut.

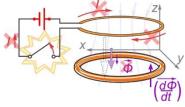
L'anneau en-dessous est donc traversé lui aussi par un flux magnétique dirigé vers le bas.



Le fait d'ouvrir l'interrupteur interrompt instantanément le courant dans le circuit du haut, interrompant aussi instantanément le flux magnétique dirigé vers l'anneau du bas.

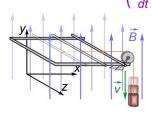
Le flux magnétique vers le bas diminue donc subitement, correspondant à une variation de flux  $(d\Phi/dt)$  subite orientée vers le haut.

Le pouce droit dirigé vers la direction opposée à la variation de flux (donc pouce vers le bas) entraîne selon l'enroulement de la main droite un courant en sens horaire (H) du point de vue illustré.



### f) Sens horaire (H)

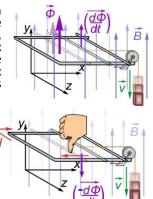
Le champ étant dirigé vers le haut, le flux magnétique traversant la surface la traverse vers le haut.



retour à la question 🕨

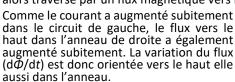
La tige se déplaçant vers la droite, l'aire délimitée par le cadre conducteur augmente, faisant augmenter le flux traversant le rectangle vers le haut. La variation de flux  $(d\Phi/dt)$  est donc orientée vers

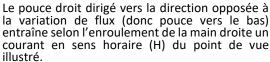
Le pouce droit dirigé vers la direction opposée à la variation de flux (donc pouce vers le bas) entraîne selon l'enroulement de la main droite un courant en sens horaire (H) du point de vue illustré.

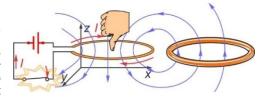


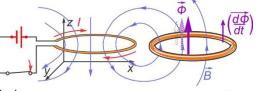
# g) Sens horaire (H)

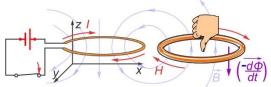
En fermant l'interrupteur, un courant est établi dans la boucle de gauche (en sens horaire). Selon la règle de la main droite, un flux est alors émis vers le bas par cette boucle. Le flux émis sous la boucle la contourne par l'extérieur pour remonter et produire des lignes de champ circulaires (voir figure ci-contre). L'anneau de droite est alors traversé par un flux magnétique vers le haut.











### retour à la question A

#### Solution : À quel taux

retour à la question

#### a) $d\Phi/dt = 333 \text{ mWb/s}$

Selon la loi de Faraday, l'électromotance est liée au taux de variation du flux magnétique par :

$$\mathcal{E} = -\frac{Nd\Phi}{dt}$$

La valeur de l'aire de la boucle n'intervient pas si on ne demande que le taux de variation du flux : le flux peut être intense sur une surface petite ou moins intense sur une surface plus grande; sa variation peut se calculer sans égard à l'aire si on utilise l'équation inscrite ci-haut.

On isole simplement le taux de variation du flux «  $d\Phi/dt$  » pour le calculer :

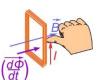
$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{-\varepsilon}{N} = \frac{-10 \text{ V}}{30} = 0.333 \text{ V}$$

La réponse pourrait être donnée sous cette forme, cependant les volts sont aussi équivalents à des webers par seconde, donc:

$$\frac{d\Phi}{dt} = 333 \frac{mWb}{s}$$

# b) Le flux magnétique doit augmenter

Le sens du courant (qui tourne dans la boucle) est lié à la direction opposée à la variation du flux dans la boucle. La main droite étant enroulée dans le sens du courant (voir figure cicontre), le pouce indique la direction contraire au champ.



Puisque le pouce devrait être dirigé en sens opposé à la variation du flux pour indique le sens du courant, on comprend que la variation du flux doit être dans le même sens que le champ, ce qui signifie une augmentation du flux magnétique.

N = 35,7 tours

L'électromotance est donnée par :

$$\mathcal{E} = -\frac{Nd\Phi}{dt}$$

Le taux de variation du flux magnétique de  $-140\,\text{mWb/s}$  correspond au terme  $d\Phi/dt$ . Il n'y a donc qu'à isoler N pour déterminer le nombre de tours :

$$N = -\frac{\varepsilon}{\left(\frac{d\Phi}{dt}\right)} = -\frac{5 \text{ V}}{-140 \times 10^{-3} \frac{\text{Wb}}{\text{s}}} = 35,7$$

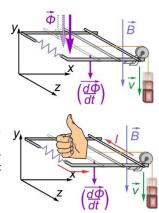
a) Vers l'axe z négatif.

9.9 Solution : Le cadre résistif

Le champ étant dirigé vers le bas  $(y^-)$ , le flux magnétique traversant la surface la traverse vers le bas également.

La tige se déplaçant vers la droite, l'aire délimitée par le cadre conducteur augmente, faisant augmenter le flux traversant le rectangle vers le bas. La variation de flux  $(d\Phi/dt)$  est donc orientée vers le bas.

Le pouce droit dirigé vers la direction opposée à la variation de flux (donc pouce vers le haut) entraîne selon l'enroulement de la main droite un courant en sens antihoraire vu de haut, donc vers z négatif pour la tige en mouvement.



Sect 9.3, #12 à 14

b) I = 150 mA

La loi de Faraday donne une électromotance, équivalente à une différence de potentiel. Pour trouver un courant, on doit utiliser la loi d'Ohm et la résistance indiquée pour le cadre :

$$\Delta V = RI$$
  $\rightarrow$   $I = \frac{\Delta V}{R} = \frac{8}{11}$ 

Selon la loi de Faraday, l'électromotance est donnée par :

$$\mathcal{E} = -\frac{Nd\Phi}{dt}$$

Le cadre équivaut à un seul tour de conducteur, donc N = 1. Le terme  $d\Phi/dt$  est lié quant à lui à variation du flux traversant l'aire du réctangle due à la variation de sa surface. D'abord, le flux est défini par :

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{A} = BA \cos \theta_{BA}$$

Puisqu'on connaît déjà le sens du courant, on peut s'y fier pour déterminer le sens du vecteur  $\vec{A}$ : Il sera en sens opposé à  $\vec{B}$ . L'orientation de  $\vec{A}$  est évidemment constante.

Le champ et l'angle  $\theta_{BA}$  sont constants. L'angle  $\theta_{BA}$  vaut 180° puisque le champ est perpendiculaire au plan de la surface (voir figure ci-contre). Si on nomme x et z les dimensions du rectangle du cadre, l'aire à tout instant est donnée par le produit xz:

$$\Phi = Bxz \cos \theta_{BA} = Bxz \cos 180^{\circ} = -Bxz$$

Seule la largeur x du rectangle n'est pas une constante. Le taux de variation du flux peut donc être exprimé en fonction de la variation de x:

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{d}{dt}(-Bxz) = -Bz \cdot \frac{dx}{dt}$$

Le taux de variation de la dimension x du rectangle correspondant à la vitesse de la tige :

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = v \qquad \Rightarrow \qquad \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -Bzv$$

On peut alors inclure cette expression dans celle de l'électromotance, et le tout dans l'équation du courant :

$$\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi}{dt} = -1 \times (-Bzv) = Bzv$$

$$I = \frac{5}{R} = \frac{550}{R}$$

$$I = \frac{10 \text{ T} \times 0.30 \text{ m} \times 0.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{10 \Omega} = 0.150 \text{ A} = 150 \text{ mA}$$

9.10 Solution : La dérivée

a)  $d\Phi/dt = 125 \text{ mWb/s}$ 

Le flux magnétique est donné par :

$$\Phi = \vec{B} \bullet \vec{A} = BA \cos \theta_{BA}$$

Le taux de variation du flux est donc :

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{d}{dt} (BA \cos \theta_{BA})$$

Les termes constants peuvent être placés devant la dérivée. Seul le champ B varie en fonction du temps :

$$\frac{d\phi}{dt} = A\cos\theta_{BA}\frac{d}{dt}B = A\cos\theta_{BA}\frac{d}{dt}(3t-2) = A\cos\theta_{BA} \times \left(3\frac{T}{s}\right)$$

En utilisant les valeurs fournies pour l'aire et  $\theta$ :

$$\frac{d\Phi}{dt} = \left(650 \text{ cm}^2 \times \left(\frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}}\right)^2\right) \times \cos 50^\circ \times \left(3 \frac{\text{T}}{\text{s}}\right) = 125 \frac{\text{mWb}}{\text{s}}$$

b)  $\mathcal{E} = -125 \text{ mV}$ 

L'électromotance produite par l'induction électromagnétique est donnée par :

$$\mathcal{E} = -\frac{Nd\Phi}{dt}$$

Le cadre métallique ne constitue qu'un tour, donc N = 1. Avec le taux de variation du flux trouvé en a):

$$\mathcal{E} = -\frac{Nd\Phi}{dt} = -1 \times 125 \times 10^{-3} \frac{\text{Wb}}{\text{s}} = -125 \text{ mV}$$

Les unités Wb/s équivalent à des volts : 
$$\frac{Wb}{s} = \frac{T \cdot m^2}{s} = \frac{\frac{N \cdot s}{C \cdot m} m^2}{s} = \frac{N \cdot m}{C} = \frac{J}{C} = V$$

Sect 9.3, #12 à 14

retour à la question A

**9.11** Solution : Relevez le  $d\Phi$ 

retour à la question A

 $d\Phi/dt = 70.3 \mu Wb/s$ 

La source du flux magnétique étant une bobine, on doit utiliser l'équation du champ magnétique produit par une bobine :

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2a}$$

Ce champ produit par la bobine 1 traverse en même temps la bobine 2 parce que celle-ci est collée sur la première. Aussi, l'aire de la bobine 2 se représente par un vecteur parallèle au champ produit par la première (voir figure ci-contre). Ce vecteur est parallèle au champ dans la bobine 2 ( $\theta_{BA} = 0^{\circ}$ ).



Par ailleurs, le champ produit par la bobine 1 augmente parce que le courant y augmente. Si l'augmentation du courant est régulière, l'augmentation du champ sera régulière, et l'expression  $d\Phi/dt$  sera équivalente à  $\Delta\Phi/\Delta t$  pour l'intervalle mentionné. Le flux  $\Phi$ , lui-même, est donné par :

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{A} = BA \cos \theta_{BA}$$

Donc:

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{d}{dt} (BA \cos \theta_{BA}) = \frac{d}{dt} (\frac{\mu_0 NI}{2a} A \cos \theta_{BA})$$

$$\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \left( \frac{\mu_0 NI}{2a} (\pi a^2) \cos 0^{\circ} \right) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \left( \frac{\mu_0 NI \pi a}{2} \right)$$

Les termes constants peuvent être placés devant la dérivée, et le terme (dI/dt) sera donné par l'intervalle de temps et la variation du courant :

$$\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = \frac{\mu_0 N \pi a}{2} \cdot \frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} = \frac{\mu_0 N \pi a}{2} \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{\left(4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}}\right) \times 60 \times \pi \times (0,05 \text{ m})}{2} \cdot \frac{(1,80 \text{ A} - 0,020 \text{ A})}{0,15 \text{ s}} = 7,03 \times 10^{-5} \frac{\text{Wb}}{\text{s}} = 70,3 \times 10^{-5} \frac{\text{Wb}}{\text{s}}$$

retour à la question

#### 9.3 LA LOI DE LENZ

9.12 Solution : Le sens de la force

Sect 9.1, #1 à 5

retour à la question A

### a) La force agira vers la gauche (#1)

La loi de Lenz indique qu'une force apparaîtra de manière à s'opposer au mouvement qui entraîne un courant dans l'anneau. Puisque c'est l'éloignement de l'aimant qui génère le courant et la force, il s'agira donc d'une force orientée vers la gauche, pour s'opposer à l'éloignement du cadre.

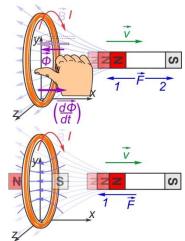
#### Analyse détaillée :

L'éloignement de l'aimant entraîne une diminution du flux vers la gauche dans l'anneau.

La diminution du flux dans l'anneau constitue une variation de flux qu'on peut illustrer vers la droite, ce qui entraîne un courant en sens horaire (règle de la main droite).

Ce courant produit à son tour un champ dirigé vers la gauche: l'anneau devient un électroaimant présentant son pôle Sud à droite, du côté du pôle Nord de l'aimant.

Les deux pôles opposés entraînent une attraction et applique donc sur l'aimant une force vers la gauche.



### b) La force agira vers le haut (#1)

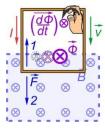
La loi de Lenz indique gu'une force apparaîtra de manière à s'opposer au mouvement qui entraîne un courant dans le cadre. Puisque c'est la descente du cadre qui génère le courant et la force, il s'agira donc d'une force orientée vers le haut, pour s'opposer à la descente.

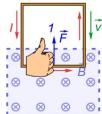
## Analyse détaillée :

Lors de la descente du cadre, le flux entrant traversant sa surface est de plus en plus grand, entraînant une variation entrante. Selon la loi de Faraday, avec la règle de la main droite, pouce sortant, un courant apparaîtra en sens antihoraire.

Le courant antihoraire, pour la branche du bas se trouvant dans le champ, signifie un courant vers la droite.

Selon la règle de la main droite, ce courant vers la droite dans un champ entrant produira sur cette section du cadre une force vers le haut, donc le choix de force #1.



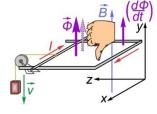


## c) La force agira vers la droite (#2)

La loi de Lenz indique qu'une force apparaîtra de manière à s'opposer au mouvement qui entraîne un courant dans le cadre. Puisque c'est le déplacement de la tige vers la gauche qui génère le courant et la force, il s'agira donc d'une force orientée vers la droite, pour s'opposer à son déplacement vers la gauche.

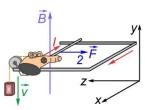
# Analyse détaillée :

Lors du déplacement de la tige vers la gauche, le flux vers le haut traversant la surface du cadre créé est de plus en plus grand, entraînant une variation du flux vers le haut. Selon la loi de Faraday, avec la règle de la main droite, pouce vers le bas, un courant apparaîtra en sens horaire, vu de haut.



Le courant horaire, pour la tige en mouvement, signifie un courant entrant.

Selon la règle de la main droite, ce courant entrant dans un champ magnétique vers le haut produira sur cette tige une force vers la droite, donc le choix de force #2.



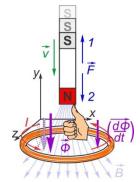
## d) La force agira vers le haut (#1)

La loi de Lenz indique qu'une force apparaîtra de manière à s'opposer au mouvement qui entraîne un courant dans l'anneau. Puisque c'est la chute de l'aimant vers l'anneau qui génère le courant et la force, il s'agira donc d'une force orientée vers le haut, pour s'opposer à la chute de l'aimant.

#### Analyse détaillée :

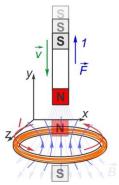
Le rapprochement de l'aimant entraîne une augmentation du flux vers le bas dans l'anneau.

L'augmentation du flux dans l'anneau constitue une variation de flux qu'on peut illustrer vers le bas, ce qui entraîne un courant en sens antihoraire (règle de la main droite).



Ce courant produit à son tour un champ dirigé vers le haut: l'anneau devient un électroaimant présentant son pôle Nord en haut, vers le pôle Nord de l'aimant.

Les deux pôles Nord se repoussent et appliquent donc sur l'aimant une force vers le haut.



## e) La force agira en sens horaire (#2)

La loi de Lenz indique qu'une force apparaîtra de manière à s'opposer au mouvement qui entraîne un courant dans l'anneau. Puisque c'est la rotation de l'anneau en sens antihoraire qui génère le courant et la force, il s'agira donc d'une force en rotation (un moment de force) orientée en sens contraire de la rotation de l'anneau, pour s'opposer à sa rotation réelle. C'est donc un moment de force en sens horaire du point de vu illustré, soit le choix de forces #2.

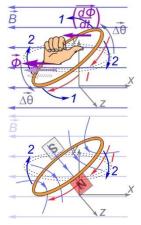
### Analyse détaillée :

La rotation de l'anneau entraîne une augmentation du flux traversant l'anneau vers la gauche (lorsque l'anneau était à plat, le flux rasait la surface de l'anneau sans la traverser).

L'augmentation du flux dans l'anneau constitue une variation de flux qu'on peut illustrer vers la gauche, ce qui entraîne un courant en sens horaire, vu du dessus (règle de la main droite).

Ce courant produit à son tour un champ dirigé vers le bas : l'anneau devient un électroaimant présentant son pôle Nord en bas. Cet électroaimant subira alors une force tendant à alignée son champ avec le champ extérieur (le pôle Nord subit une force dans la direction du champ et le pôle Sud, une force en direction opposée.

Les forces subies entraînent un moment de force sur l'anneau tendant à s'opposer à sa rotation en sens antihoraire, donc un moment de force en sens horaire, le choix de force #2.



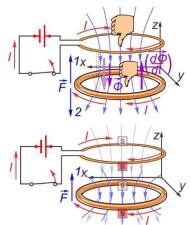
## f) La force agira vers le haut (#1)

La loi de Lenz indique qu'une force apparaîtra de manière à s'opposer au mouvement qui entraîne un courant dans l'anneau. Cependant, ce n'est pas un mouvement qui entraîne ici une variation du flux, mais la baisse d'un courant. Passons à l'analyse détaillée du processus et pensons en termes d'électroaimants ayants des pôles Nord et Sud.

Dans l'anneau alimenté par une source, avant l'ouverture de l'interrupteur, le courant circule en sens horaire vu de haut, générant un flux vers le bas qui traverse également l'anneau secondaire en-dessous.

L'ouverture de l'interrupteur interrompt brusquement le courant, et fait donc diminuer subitement le flux magnétique traversant l'anneau secondaire. La variation de flux dans cet anneau peut donc être représentée par la direction vers le haut. La loi de Faraday et la règle de la main droite indiquent donc qu'un courant circulera en sens horaire également dans cet anneau.

Le sens du courant induit dans l'anneau secondaire lui fait produire un flux vers le bas et en fait un électroaimant dont le Nord est en bas. Puisque l'anneau du haut porte un courant dans le même sens il constitue lui aussi un électroaimant ayant le Nord en bas. Les deux électroaimants présentent donc l'un à l'autre leurs pôles opposés, et s'attireront. Pour l'anneau du bas, une attraction signifie donc une force vers le haut, donc le choix de force #1.



### retour à la question A

9.13 Solution: La chute du cadre

retour à la question A

v = 0.456 m/s

La vitesse limite de chute est la vitesse maximale et constante atteinte en descente. Si la vitesse est constante, on doit comprendre l'accélération est nulle et alors que la force résultante est nulle. Puisque la force gravitationnelle (le poids du cadre) et la force magnétique sont les deux seuls forces en jeu, elles sont nécessairement de même grandeur et de direction opposée

$$\sum \vec{F} = m \underbrace{\vec{a}}_{\vec{q}=0} = \vec{F}_B + \vec{F}_g = 0$$

$$\vec{F}_B = -\vec{F}_a$$

Les modules étant égaux et le poids étant défini par mg :

$$F_B = F_q = mg \tag{1}$$

La force magnétique est celle agissant sur la branche horizontale du cadre se trouvant dans le champ magnétique. Son module est donc lié à l'équation :

$$F_B = IlB \sin \theta_{lB}$$

Cette force est la force que subit un fil dans un champ magnétique. Cependant, le cadre comportant 10 tours de fil, chaque brin de fil subit une force liée à cette équation. Puisque le cadre est constitué de N = 10 tours de fil, la force sur le cadre sera 10 fois plus grande :

$$F_B = N \cdot IlB \sin \theta_{IB}$$

Le champ magnétique étant perpendiculaire à l'illustration donnée, il est donc perpendiculaire à toutes les branches du cadre (dont celle du bas), d'où  $\theta_{IB}$  = 90° :

$$F_B = NIlB$$

En tenant compte de l'équation (1), on obtient :

$$mg = N!lB$$
 (2)

Le courant / dans cette équation est lié à l'électromotance induite par la loi d'Ohm :

$$\Delta V = RI$$

$$I = \frac{\Delta V}{R} = \frac{\varepsilon}{R}$$

En intégrant cette expression du courant à l'équation (2), on obtient :

$$mg = N \frac{\varepsilon}{R} lB = \frac{N \varepsilon lB}{R}$$
 (3)

L'électromotance induite  $\mathcal{E}$  obéit à la loi de Faraday :

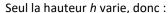
$$\mathcal{E} = -\frac{N d\Phi}{dt} \tag{4}$$

Cette électromotance induite vient de la variation de flux dans le rectangle du cadre causée par sa chute quand il pénètre dans la zone où il y a un champ magnétique. Un courant sera donc induit en sens antihoraire et une force apparaîtra sur la

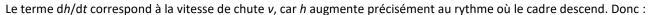
branche en sens contraire du déplacement, donc vers le haut (voir solution « Le sens de la force, b) »). C'est donc bien une force qui ralentira la chute.

La variation de flux n'étant liée qu'à la variation de l'aire, détaillons le terme  $\mathrm{d}\Phi/\mathrm{d}t$ , en tenant compte du fait que l'aire est donnée par  $A=h\times l$  pour la portion rectangulaire du cadre qui est traversée par le flux, et que son vecteur  $(\vec{A})$  est antiparallèle au champ (voir figure ci-contre) :

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{d}{dt} (BA \cos \theta_{BA}) = \frac{d}{dt} (Bhl \cos 180^{\circ}) = \frac{d}{dt} (-Bhl)$$



$$\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -Bl\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}t}$$



$$\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -Blv \tag{5}$$

En intégrant cette expression dans l'équation (4) de l'électromotance, et le tout dans l'équation (3), on a :

$$\mathcal{E} = -N \times (-Blv) = NBlv$$

$$mg = \frac{N(NBlv)lB}{R} = \frac{(NBl)^2 v}{R}$$

On peut finalement isoler la vitesse pour le calcul final :

$$v = \frac{mgR}{(NBl)^2} = \frac{0,350 \text{ kg} \times 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times 4.2 \Omega}{(10 \times 1,25 \text{ T} \times 0,45 \text{ m})^2} = \mathbf{0}, \mathbf{456} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

9.14 Solution : Le cadre résistif II

retour à la question

m = 294 g

Même si le montage est très différent, la solution est presque identique à celle de l'exercice précédent « La chute du

Si la vitesse est constante (accélération nulle), la force magnétique sur la tige en mouvement doit être de même module que le poids de la masse suspendue :

$$F_R = F_g = mg \tag{1}$$

Le module de la force magnétique est lié à l'équation :

$$F_B = IlB \sin \theta_{IB}$$

Le champ magnétique étant perpendiculaire à la surface rectangulaire de cadre, il est donc perpendiculaire à la tige subissant la force qui nous intéresse, d'où  $\theta_{IB} = 90^{\circ}$  et  $\sin \theta_{IB} = 1$ . Si on nomme z la dimension fixe du cadre rectangulaire

$$F_R = IzB$$

En tenant compte de l'équation (1), on obtient :

$$mg = lzB (2)$$

Le courant l est lié à l'électromotance induite par la loi d'Ohm :

$$\Delta V = RI$$

$$I = \frac{\Delta V}{R} = \frac{\mathcal{E}}{R}$$

En intégrant cette expression du courant à l'équation (2), on obtient :

$$mg = \frac{\varepsilon}{R} zB = \frac{\varepsilon zB}{R}$$
 (3)

L'électromotance induite  ${\mathcal E}$  obéit à la loi de Faraday :

$$\mathcal{E} = -\frac{Nd\Phi}{dt} \tag{4}$$

Cette électromotance induite vient de la variation de flux dans le rectangle du cadre causée par l'augmentation de la surface quand la tige mobile est déplacée vers la droite. Un courant sera donc induit en sens horaire (vu de haut) et une force apparaîtra dans la tige en sens contraire de son déplacement, donc vers la gauche (voir solution « Le sens de la force, c) »). C'est donc bien une force qui ralentira la tige dans son déplacement vers la droite.

La variation de flux n'étant liée qu'à la variation de l'aire, détaillons le terme  $d\Phi/dt$ , en tenant compte du fait que l'aire délimitée par la tige et traversée par le flux est donnée par A = x z, et que son vecteur  $(\vec{A})$  est antiparallèle au champ (voir figure ci-contre) :

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{d}{dt} (BA \cos \theta_{BA}) = \frac{d}{dt} (Bxz \cos 180^{\circ}) = \frac{d}{dt} (-Bxz)$$

Seul la hauteur *h* varie, donc :

$$\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -Bz \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$$

Le terme dx/dt correspond à la vitesse de chute v, car x augmente précisément au rythme où la tige s'éloigne. Donc :

$$\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -Bzv\tag{5}$$

En intégrant cette expression dans l'équation (4) de l'électromotance, et le tout dans l'équation (3), on a :

$$\mathcal{E} = -N \times (-Bzv) = Bzv$$
 (puisque N = 1)

$$mg = \frac{(Bzv)zB}{R} = \frac{(Bz)^2v}{R}$$

On peut finalement isoler la masse m pour le calcul final :

$$m = \frac{v(Bz)^2}{gR} = = \frac{5.00 \frac{\text{m}}{\text{s}} \times (8 \text{ T} \times 0.30 \text{ m})^2}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times 10 \Omega} = = 0.294 \text{ kg} = 294 \text{ g}$$