CH 6 LES CONDENSATEURS

CONSTANTES UTILES

$e = 1{,}602 \times 10^{-19}$ C

$k = 8{,}988 \times 10^{9}\ \frac{\mathrm{N \cdot m^2}}{\mathrm{C^2}}$

$\varepsilon_0 = 8{,}854 \times 10^{-12}\ \frac{\mathrm{C^2}}{\mathrm{N \cdot m^2}}$

$1\ \mathrm{eV} = 1{,}602 \times 10^{-19}$ J

ÉQUATIONS LIÉES AU CHAPITRE :

$\boxed{C = \frac{q}{\Delta V}}$ $\qquad$ $\boxed{\tau = RC}$

$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$ $\qquad$ $C_D = \kappa C_0$

$C_{éq} = \sum C_i$ $\qquad$ $\frac{1}{C_{éq}} = \sum \frac{1}{C_i}$

$U_e = \frac{q^2}{2C} = \frac{1}{2} q \Delta V = \frac{1}{2} C \Delta V^2$ $\qquad$ $q_{max} = C\varepsilon$

$q = q_{max} e^{\frac{-t}{RC}}$ $\qquad$ $q = q_{max}\left(1 - e^{\frac{-t}{RC}}\right)$

$I = I_{max} e^{\frac{-t}{RC}}$ $\qquad$ $I_{max} = \frac{q_{max}}{RC}$

$I_{max} = \frac{\varepsilon}{R}$ $\qquad$ $T_{½} = RC \ln 2$

$\Delta V_C = \Delta V_{Cmax} e^{\frac{-t}{RC}}$ $\qquad$ $\Delta V_C = \Delta V_{Cmax}\left(1 - e^{\frac{-t}{RC}}\right)$

6.1 LA CAPACITÉ

6.1 Question : Vrai ou Faux solution ▶

Vrai ou Faux : La capacité en farads pour un condensateur implique une valeur limite de la charge qu'il peut accumuler.

6.2 Exercice : Le nombre d'électrons solution ▶

Combien d'électrons s'accumuleront sur l'armature négative d'un condensateur de 1 000 µF si on lui applique un potentiel de 18,0 V?

6.3 Question : La variation solution ▶

Comment variera la capacité d'un condensateur plan si on fait augmenter chacun des paramètres suivants, tour à tour :

a) la surface des armatures;
b) potentiel de la source avec laquelle on alimente un condensateur.

6.4 Exercice : Les disques solution ▶

Calculez la capacité d'un condensateur dont les armatures sont deux disques métalliques de 5 cm de rayon et distants de 2,50 mm.

6.5 Exercice : Le triplement solution ▶

Un certain condensateur voit sa charge augmenter de 10 mC lorsqu'on triple le potentiel à ses bornes. Quelle est sa charge initiale?

6.6 Exercice : Le champ interne solution ▶

Déterminez le champ électrique entre les armatures d'un condensateur plan qui se charge de 675 nC lorsqu'on le soumet à une d.d.p. de 25 V si la surface de ses armatures est de 84,0 cm².

6.7 Question : Branche-débranche solution ▶

On branche un condensateur plan directement à une pile, et alors qu'il est toujours connecté, déterminez ce qu'il advient si on éloigne les armatures à :

a) la charge portée par les armatures;
b) l'intensité du champ entre les plaques;
c) la différence de potentiel entre les armatures;
d) la capacité.

On débranche ensuite le condensateur de la pile, et rapproche à nouveau les armatures. Qu'adviendra-t-il de :

e) la charge portée par les armatures;
f) la différence de potentiel entre les armatures;
g) le champ entre les plaques;
h) la capacité.

6.2 ASSOCIATION DE CONDENSATEURS EN SÉRIE ET EN PARALLÈLE

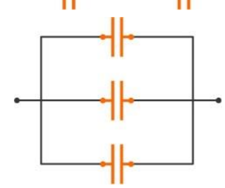
6.8 Exercice : Vrai ou Faux II solution ▶

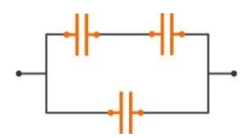
Des condensateurs branchés en parallèle, même s'ils ont des capacités différentes, présentent la même différence de potentiel.

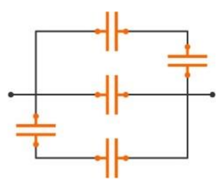
6.9 Exercice : Équivalence solution ▶

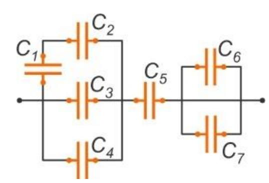
Déterminez la capacité équivalente des assemblages de condensateurs suivants si chacun a une capacité de 10 µF :

a)


b)


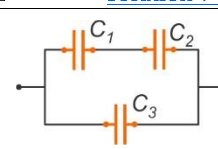
c)


d)


e)


6.10 Question : Capacité mystère solution ▶

Dans l'assemblage ci-contre, C_1 = 1000 µF et C_3 = 450 µF. Si la capacité équivalente est de 760 µF, déterminez la valeur de C_2.



6.11 Question : L'inversion solution ▶

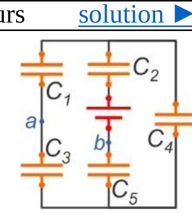
Deux condensateurs, C_1 = 500 nF et C_2 = 750 nF, sont branchés en parallèle à une pile de 12 V. Une fois chargés, on débranche les condensateurs pour les brancher directement l'un à l'autre par leurs bornes de polarités contraires. Après une nouvelle variation des charges déterminez :

a) q_1;
b) q_2.

6.12 Exercice : Beaucoup de condensateurs solution ▶

Dans le circuit ci-contre : C_1 = 10 µF, C_2 = 20 µF, C_3 = 30 µF, C_4 = 40 µF, C_5 = 50 µF et $\mathcal{E}$ = 15 V. Déterminez :

a) la capacité équivalente;
b) la charge du condensateur C_3;
c) la d.d.p. du condensateur C_5;
d) $V_a - V_B$.



6.1- Faux — **6.2**- 1,12×10¹⁷ — **6.3**- a) ↗ — b) = — **6.4**- 27,8 pF — **6.5**- 5,00 mC — **6.6**- 9,08×10⁶ V/m

6.7- a) ↘ — b) ↘ — c) = — d) ↘ — e) = — f) ↘ — g) = — h) ↗ — **6.8**- Vrai — **6.9**- a) 3,33 µF — b) 30,0 µF — c) 15,0 µF — d) 20,0 µF — e) 7,14 µF —

6.10- 449 µF — **6.11**- a) 1,20 µC — b) 1,80 µC — **6.12**- a) 11,0 µF — b) 26,0 µC — c) 3,29 V — d) 4,16 V

Équations Sect 6.1, #1 à 7 Sect 6.2, #8 à 12 Sect 6.3, #13 à 16 Sect 6.4, #17 à 19 Sect 6.5, #20 à 30

6.3 ÉNERGIE EMMAGASINÉE DANS UN CONDENSATEUR

6.13 Exercice : Calcul d'énergie solution ▶

Soit un condensateur de 25 µF. Déterminez son énergie accumulée si :

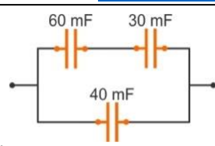
a) sa charge est de 375 µC;
b) son potentiel est de 12,5 V;
c) les deux valeurs précédentes peuvent-elles être valides en même temps?

6.14 Exercice : L'énergie en série solution ▶

Deux condensateurs identiques de 900 nF sont branchés en série et emmagasinent à deux 0,25 J. Quelle est la charge de chacun d'eux?

6.15 Exercice : De 30 à 40 solution ▶

Dans l'assemblage de condensateurs suivant, l'énergie emmagasinée du condensateur de 30 mF est de 3,45 J.



a) Déterminez l'énergie du condensateur de 40 mF.
b) Déterminez l'énergie du groupe entier.

6.16 Exercice : Le rapport solution ▶

Pour deux condensateurs pour lesquels $C_2/C_1 = 3$, que vaut le rapport de leurs énergie $U_{é2}/U_{é1}$ s'ils ont la même :

a) différence de potentiel;
b) charge.

6.4 LES DIÉLECTRIQUES

6.17 Exercice : En ordre solution ▶

Soit trois condensateurs identiques. Pour le 1er et le 2e condensateur, on insère entre les plaques des matériaux diélectriques tels que $\kappa_1 < \kappa_2$. On ne modifie pas le 3e condensateur. Placez en ordre croissant les capacités C_1, C_2 et C_3 des trois condensateurs.

6.18 Exercice : Le parallèle solution ▶

Deux condensateurs identiques branchés en parallèle ont une capacité équivalente de 30 pF. Si on insère dans l'un d'eux un matériau dont la constante diélectrique est $\kappa = 2{,}40$, déterminez la capacité équivalente modifiée.

6.19 Exercice : La constante inconnue solution ▶

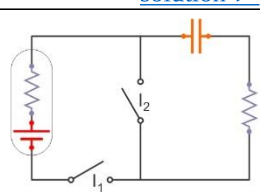
On construit un condensateur plan avec des armatures de 0,510 cm², qu'on séparera par une feuille de mica dont la constante diélectrique est $\kappa = 8$.

a) Déterminez l'épaisseur de cette feuille si on trouve une capacité de 7,50 pF.
b) Avec la même feuille, quelle surface des armatures donnerait plutôt une capacité de 500 µF?

6.5 LES CIRCUITS RC

6.20 Question : Charge-Décharge solution ▶

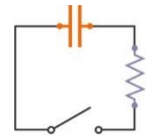
Pour le circuit suivant, déterminez si le condensateur se chargera ou se déchargera si :



a) seul l'interrupteur I_1 est fermé;
b) seul l'interrupteur I_2 est fermé;
c) les deux interrupteurs sont fermés;
d) les deux interrupteurs sont ouverts.

6.21 Exercice : La décharge détaillée solution ▶

Dans le circuit ci-contre, $R = 400\ \Omega$, le condensateur de 275 µF porte initialement une charge de 4,00 mC et l'interrupteur est ouvert. On déclenche un chronomètre à l'instant où on ferme l'interrupteur.

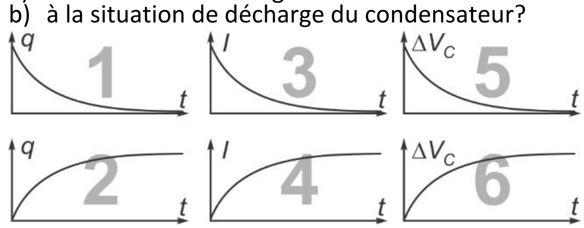


a) Quel est la d.d.p. aux bornes du condensateur à l'instant où l'interrupteur est fermé?
b) Quel est la d.d.p. aux bornes de la résistance à l'instant où l'interrupteur est fermé?
c) Quel est le courant dans la résistance à l'instant où l'interrupteur est fermé?
d) Quelle est la charge du condensateur après 0,1 s?
e) Quelle est la d.d.p. aux bornes du condensateur après 0,1 s?
f) Quelle est la d.d.p. aux bornes de la résistance après 0,1 s?
g) Quelle est la constante de temps du circuit?
h) Après combien de temps la charge sera-t-elle de 50% de sa valeur maximale?
i) Après combien de temps la charge sera-t-elle de 25% de sa valeur maximale?
j) Après 1 s, on ouvre l'interrupteur. De quelle manière la charge va-t-elle varier à partir de cet instant?

6.22 Question : Le bon graphique solution ▶

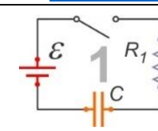
Parmi les graphiques suivants, lesquels s'appliquent :

a) à la situation de charge du condensateur?
b) à la situation de décharge du condensateur?



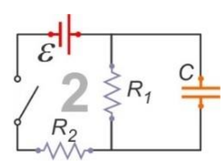
6.23 Exercice : Vide ou plein solution ▶

Dans les circuits ci-contre, $\mathcal{E} = 10$ V, $R_1 = 10\ \Omega$, $R_2 = 30\ \Omega$ et $C = 50$ µF (initialement vide). Dans le circuit 1, déterminez le courant dans R_1 :



a) dès l'instant où l'interrupteur est fermé;
b) très longtemps après sa fermeture.

Dans le circuit 2, déterminez le courant dans R_1 :

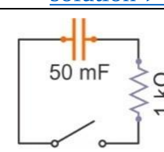


c) dès l'instant où l'interrupteur est fermé;
d) en régime permanent.

Régime permanent désigne la période de fonctionnement où plus rien ne change, par opposition à *régime transitoire* qui désigne la période de transition (de plein à vide ou de vide à plein, pour un condensateur). Donc régime permanent désigne son fonctionnement quand il a essentiellement fini de se charger ou fini de se décharger.

6.24 Exercice : L'exponentielle solution ▶

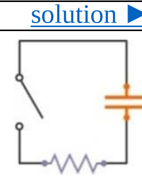
Dans le circuit ci-contre, le condensateur porte une charge de 0,400 C.



a) Déterminez la constante de temps.
b) Déterminez combien de temps après la fermeture de l'interrupteur la charge aura-t-elle diminué à 0,150 C.
c) Après combien de « constantes de temps » la charge diminue-t-elle à 10% de sa valeur initiale?

6.25 Exercice : La bonne résistance solution ▶

On désire assembler un circuit pour lequel le temps requis pour que la charge d'un condensateur chute à 13% de sa valeur de départ soit de 750 ms. Si la capacité du condensateur est de 220 µF, quelle valeur de résistance permettra d'atteindre cet objectif?



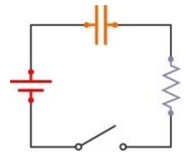
6.13 - a) 2,81×10⁻³ J — b) 1,95×10⁻³ J — c) Non — **6.14** - 474 µC — **6.15** - a) 10,4 J — b) 15,5 J — **6.16** - a) 3 — b) ⅓ — **6.17** - $C_3 < C_1 < C_2$ — **6.18** - 51,0 pF — **6.19** - a) 0,482 mm — b) 3 400 m² — **6.20** - a) Ch. — b) Déch. — c) Déch. — d) Ø

6.21 - a) 14,5 V — b) 14,5 V — c) 0,0364 A — d) 1,61 mC — e) 5,86 V — f) 5,86 V — g) 0,110 s — h) 0,0762 s — i) 0,152 s — j) q = cte

6.22 - a) 2-3-6 — b) 1-3-5 — **6.23** - a) 1,00 A — b) 0 A — c) 0 A — d) 0,250 A — **6.24** - a) 50,0 s — b) 49,0 s — c) 2,30 — **6.25** - 1,67 kΩ —

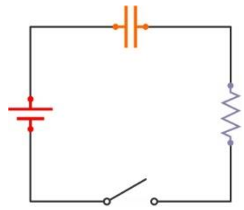
6.26 Exercice : L'augmentation solution ▶

Soit un circuit RC où R = 1,20 kΩ et où le condensateur de 950 µF contient déjà 5 mC lorsqu'on ferme l'interrupteur. Le tout est alimenté par une source de 20 V. En combien de temps la charge augmentera-t-elle jusqu'à 15 mC?



6.27 Exercice : Le circuit RC simple solution ▶

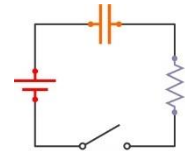
Dans le circuit suivant, R = 250 Ω, $\mathcal{E}$ = 10 V, et le condensateur de 500 µF est vide alors que l'interrupteur est ouvert. On déclenche un chronomètre à l'instant où on ferme l'interrupteur.



a) Quel est le courant dans la résistance à l'instant où l'interrupteur est fermé?
b) Quelle charge maximale accumulera le condensateur?
c) Quelle est la charge du condensateur après 0,1 s?
d) Quelle est la d.d.p. aux bornes du condensateur après 0,1 s?
e) Quelle est la d.d.p. aux bornes de la résistance après 0,1 s?
f) Quelle est la constante de temps du circuit?
g) Après combien de temps la charge sera-t-elle de 50% de sa valeur maximale?
h) Après combien de temps la charge sera-t-elle de 85% de sa valeur maximale?

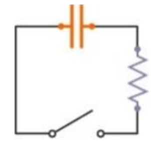
6.28 Exercice : La résistance inconnue solution ▶

Un condensateur de 1 800 µF (vide initialement) acquiert une charge de 1,25 mC en 3,92 s lorsque branché en série avec une résistance de valeur inconnue et une source de 8,5 V. Déterminez la valeur de la résistance inconnue.



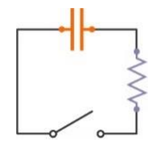
6.29 Exercice : La démonstration solution ▶

Un condensateur a été chargé avec une source de potentiel $\mathcal{E}$, et on le décharge ensuite à travers une résistance R. Démontrez que l'énergie emmagasinée qui décroît obéit à l'équation $U_e = \frac{1}{2}C\mathcal{E}^2e^{-2t/RC}$.



6.30 Exercice : Une affaire de précision solution ▶

Soit un condensateur de 0,01 F en circuit avec une résistance de 100 Ω. Supposons qu'on étudie lors de sa décharge le temps pour que la charge chute de 99,85% et qu'on arrondisse cette proportion à 3 chiffres significatifs avant le calcul.



Calculez le rapport des temps de décharge $t_{99,9}/t_{99,85}$ avec les pourcentages 99,9% et 99,85%.

6.26 - 1,43 s — **6.27** - a) 40,0 mA — b) 5,00 mC — c) 2,75 mC — d) 5,51 V — e) 4,49 V — f) 0,125 s — g) 86,6 ms — h) 0,237 s — **6.28** - 25,6 kΩ —
6.29 - ↓↓↓ — **6.30** - 1,06

CH 6 LES CONDENSATEURS

6.1 LA CAPACITÉ

6.1 Solution : Vrai ou Faux retour à la question ▲

Faux

Selon l'équation $C = \frac{q}{\Delta V}$, il n'y a pas de limite mathématique à la charge qu'un condensateur peut accumuler. Il n'y a donc pas pour la charge de limite attribuable au concept de capacité lui-même.

Concrètement, le matériau qui sépare les armatures (l'air ou le vide dans sa forme la plus simple) fait néanmoins qu'il y a une limite physique à la charge sans quoi un arc électrique permettra aux charges de sauter d'une armature à l'autre.

retour à la question ▲

6.2 Solution : Le nombre d'électrons retour à la question ▲

N = 1,12×10^{17}

Dans l'équation de la capacité, on peut lier la charge accumulée à un multiple de la charge élémentaire (qui correspond à un nombre d'électrons en excédent pour l'armature négative) :

$$C = \frac{q}{\Delta V} \qquad \text{où :} \qquad q = \pm Ne$$

Si on s'attarde à la quantité d'électrons, on peut laisser tomber le signe « - » lors de l'union des deux équations :

$$C = \frac{Ne}{\Delta V}$$

$$N = \frac{C\Delta V}{e} = \frac{(1\,000\times10^{-6}\text{ F})\times18{,}0\text{ V}}{(1{,}602\times10^{-19}\text{ C})} = \mathbf{1{,}12\times10^{17}}$$

retour à la question ▲

retour à la question ▲

retour à la question ▲

6.3 Solution : La variation retour à la question ▲

a) *C* augmentera

Selon l'équation de la capacité en fonction des dimensions du condensateur :

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$

La surface des armatures *A* étant au numérateur dans le terme de droite, son augmentation entrainera nécessairement une augmentation du résultat *C*.

b) *C* ne varie pas

L'équation qui met en relation capacité et potentiel ($C = q/\Delta V$) ne définit pas la capacité du condensateur, mais indique la charge qu'il accumulera pour une d.d.p. donnée. L'augmentation du potentiel appliqué fera donc augmenter la charge du condensateur sans faire varier sa capacité.

En d'autres mots, la capacité est liée aux propriétés du condensateur lui-même et non au montage dont il fait partie, d'où le fait que ΔV n'apparaît pas dans l'équation suivante :

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$

retour à la question ▲

6.4 Solution : Les disques retour à la question ▲

C = 27,8 pF

On doit utiliser l'équation de capacité qui tient compte des dimensions physiques du condensateur :

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$

Dans cette équation, l'aire *A* doit être développée pour être exprimée en fonction du rayon des armatures circulaires :

$$A = \pi r^2$$

$$C = \frac{\varepsilon_0 \times \pi r^2}{d} = \frac{\left(8{,}854\times10^{-12}\ \frac{\mathrm{C}^2}{\mathrm{N\cdot m^2}}\right)\times\pi\times(0{,}05\ \mathrm{m})^2}{0{,}002\ 50\ \mathrm{m}} = 2{,}78\times10^{-11}\ \mathrm{F} = \mathbf{27{,}8\ pF}$$

retour à la question ▲

retour à la question ▲

6.5 Solution : Le triplement retour à la question ▲

q_1 = 5,00 mC

L'augmentation de la charge et l'augmentation de la d.d.p. impliquent néanmoins le même condensateur, donc la même capacité. On peut donc relier les deux valeurs de charge et de d.d.p. à cette capacité constante :

$$C = \frac{q_1}{\Delta V_1} = \frac{q_2}{\Delta V_2}$$

Selon l'énoncé, les relations entre les deux charges et entre les deux d.d.p. sont :

$$q_2 = q_1 + 10\ \mathrm{mC}$$

$$\Delta V_2 = 3\Delta V_1$$

En réunissant toutes les équations, on pourra déterminer la valeur d'une première inconnue :

$$\frac{q_1}{\Delta V_1} = \frac{q_2}{\Delta V_2}$$

$$\frac{q_1}{\Delta V_1} = \frac{q_1 + 10\ \mathrm{mC}}{3\Delta V_1}$$

$$q_1 = \tfrac{1}{2}\times 10\ \mathrm{mC} = \mathbf{5{,}00\ mC}$$

retour à la question ▲

6.6 Solution : Le champ interne

retour à la question ▲

retour à la question ▲

E = 9,08×10^6 V/m

Le champ électrique entre les armatures demande que l'on connaisse la différence de potentielle entre elles ainsi que la distance, selon l'équation :

$$\Delta V = \pm E \cdot \Delta s_{||}$$

En l'occurrence, la distance $\Delta s_{||}$ correspond à la distance d entre les plaques car le champ est forcément perpendiculaire aux plaques. Aussi, en ne considérant que la valeur du champ, on a :

$$\Delta V = Ed$$

Par ailleurs, on peut utiliser les deux équations distinctes de la capacité pour relier les différents paramètres concernés :

$$C = \frac{q}{\Delta V} = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$

$$\frac{q}{Ed} = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$

$$E = \frac{q}{\varepsilon_0 A} = \frac{(675\times10^{-9}\ \mathrm{C})}{\left(8{,}854\times10^{-12}\ \frac{\mathrm{C}^2}{\mathrm{N\cdot m^2}}\right)\times 84{,}0\ \mathrm{cm}^2\times\left(\frac{1\ \mathrm{m}}{100\ \mathrm{cm}}\right)^2} = \mathbf{9{,}08\times10^6\ \frac{V}{m}}$$

retour à la question ▲

6.7 Solution : Branche-débranche

retour à la question ▲

retour à la question ▲

a) q diminue

Tant que le condensateur est branché à la pile, les charges peuvent encore circuler pour s'ajouter sur les armatures ou pour les quitter. Aussi, le branchement maintenu à la pile fait en sorte que la différence de potentiel entre les armatures est constante, la même que celle de la source. En combinant les deux définitions de la capacité :

$$C = \frac{q}{\Delta V} = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$

$$q = \varepsilon_0 A \Delta V \times \frac{1}{d}$$

On constate que la charge varie selon l'inverse de la distance d. Conséquemment, si d augmente, la charge q diminuera.

b) E diminue

L'intensité du champ entre les plaques, si on considère que la distance $\Delta s_{||}$ parallèle au champ correspond à d, est définie par :

$$E = \left|\pm\frac{\Delta V}{\Delta s_{||}}\right| = \frac{\Delta V}{d}$$

La différence de potentiel est maintenue constante car celui de la pile peut être considéré fixe. Ainsi, le module du champ varie proportionnellement à l'inverse de la distance d, et si d augmente, le champ diminuera.

c) ΔV est constant

Tant que le condensateur reste branché à la pile, sa différence de potentiel est définie directement par celui de la pile. Comme le potentiel de la pile est constant, le potentiel du condensateur est constant également.

retour à la question ▲

d) C diminue

Selon l'équation de la capacité en fonction des dimensions du condensateur :

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$

La distance entre les armatures d étant au dénominateur dans le terme de droite, son augmentation entrainera nécessairement une diminution du résultat C.

e) q est constant

Si le condensateur n'est plus connecté à la pile, on doit comprendre que sa charge est maintenant prisonnière des armatures. Le fait de les rapprocher ne peut pas modifier la valeur de la charge car elle n'a nulle par où aller ou nulle part d'où provenir pour varier.

f) ΔV diminue

À partir des deux définitions de la capacité :

$$C = \frac{q}{\Delta V} = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$

$$\Delta V = \frac{q}{\varepsilon_0 A} \times d$$

Une diminution de *d* entraine donc une diminution de *ΔV*.

g) *E* est constant

On a déterminé en b) que le champ est lié au potentiel et à la distance par :

$$E = \frac{\Delta V}{d}$$

Par ailleurs, les deux équations de la capacité permettent d'affirmer que :

$$C = \frac{q}{\Delta V} = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$

$$\frac{\Delta V}{d} = \frac{q}{\varepsilon_0 A}$$

Par conséquent, le champ n'est lié qu'à des paramètres inchangés, et ne change donc pas :

$$\frac{\Delta V}{d} = E = \frac{q}{\varepsilon_0 A}$$

h) *C* = augmente

À partir des dimensions physiques du condensateur :

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d} \quad = \quad \varepsilon_0 A \times \frac{1}{d}$$

Une diminution de *d* entraine donc une augmentation de la capacité. C'est la réciproque de la conclusion trouvée en d) car on applique directement une modification inverse. La charge portée par les armatures n'a pas d'influence sur cette variation de la capacité.

retour à la question ▲

retour à la question ▲

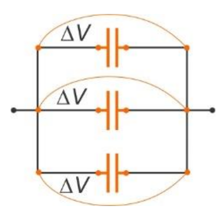
6.2 ASSOCIATION DE CONDENSATEURS EN SÉRIE ET EN PARALLÈLE

6.8 Solution : Vrai ou Faux II

retour à la question ▲

Vrai

Pour des condensateurs en parallèle, le fait qu'ils présentent la même différence de potentiel vient de leur branchement aux mêmes deux points. C'est donc totalement indépendant des capacités des condensateurs. Le fait que les d.d.p. soient identiques est même indépendant du type de composante qui sont branchées à ces nœuds.



retour à la question ▲

6.9 Solution : Équivalence

retour à la question ▲

a) *C* = 3,33 μF

Les trois condensateurs sont en série, et on s'attend à une résistance équivalente inférieure à celle d'un condensateur seul :

$$C_{éq} = \frac{1}{\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}} \quad = \quad \frac{1}{\frac{1}{10\ \mu\text{F}}+\frac{1}{10\ \mu\text{F}}+\frac{1}{10\ \mu\text{F}}} \quad = \quad \mathbf{3,\overline{33}\ \mu F}$$

retour à la question ▲

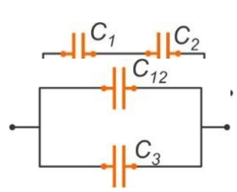
b) *C* = 30,0 μF

Les trois condensateurs sont en parallèle, et on s'attend à une résistance équivalente supérieure à celle d'un condensateur seul :

$$C_{éq} = C_1 + C_2 + C_3 \quad = \quad 10\ \mu\text{F} + 10\ \mu\text{F} + 10\ \mu\text{F} \quad = \quad \mathbf{30,0\ \mu F}$$

c) *C* = 15,0 μF

Puisqu'il y a un mélange de condensateurs en série et en parallèle, on doit utiliser la démarche détaillée et la première étape consiste dans la simplification de condensateurs en série sur une même branche. Si on identifie les condensateurs selon la figure ci-contre, les deux condensateurs en série sur la branche du haut ont pour résistance équivalente :



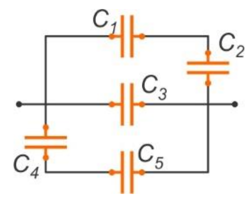
$$C_{12} = \frac{1}{\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}} = \frac{1}{\frac{1}{10\ \mu\text{F}}+\frac{1}{10\ \mu\text{F}}} = 5\ \mu\text{F}$$

La figure ci-contre illustre le circuit simplifié où on voit que C_{12} est en parallèle avec C_3. La résistance équivalente est alors :

$$C_{éq} = C_{123} = C_{12} + C_3 = 5\ \mu\text{F} + 10\ \mu\text{F} = \mathbf{15,0\ \mu F}$$

retour à la question ▲

d) C = 20,0 μF

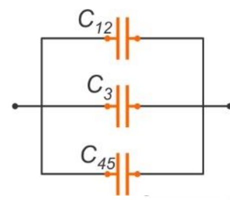


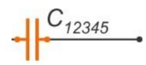
Dans l'assemblage mixte de condensateurs en série et en parallèle, on commence à identifier des condensateurs en série sur une même branche. Deux branches comportent des condensateurs en série, on procède donc à deux calculs de capacité équivalente partielle. Selon les numérotations de la figure ci-contre :

$$C_{12} = \frac{1}{\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}} = \frac{1}{\frac{1}{10\ \mu\text{F}}+\frac{1}{10\ \mu\text{F}}} = 5\ \mu\text{F}$$

et

$$C_{45} = \frac{1}{\frac{1}{C_4}+\frac{1}{C_5}} = \frac{1}{\frac{1}{10\ \mu\text{F}}+\frac{1}{10\ \mu\text{F}}} = 5\ \mu\text{F}$$



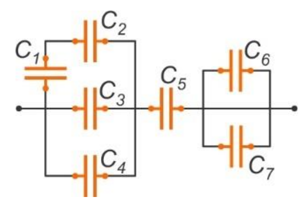


Si on illustre le circuit simplifié, on constate qu'il y a maintenant trois condensateurs en parallèle à résoudre :

$$C_{éq} = C_{12} + C_3 + C_{45} = 5\ \mu\text{F} + 10\ \mu\text{F} + 5\ \mu\text{F} = \mathbf{20,0\ \mu F}$$

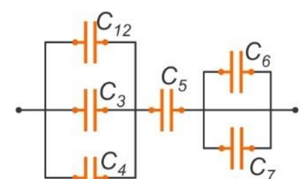
retour à la question ▲

e) C = 7,14 μF



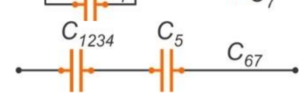
Dans l'assemblage mixte de condensateurs en série et en parallèle, on commence par identifier des condensateurs en série sur une même branche. Seuls les condensateurs C_1 et C_2 se qualifient :

$$C_{12} = \frac{1}{\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}} = \frac{1}{\frac{1}{10\ \mu\text{F}}+\frac{1}{10\ \mu\text{F}}} = 5\ \mu\text{F}$$

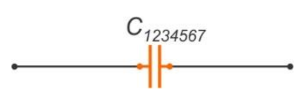


Sur le circuit simplifié (ci-contre), on cherche ensuite des condensateurs en parallèle, plusieurs entre deux mêmes nœuds. Il y a alors deux groupes de condensateurs en parallèle, C_{12}-C_3-C_4 et C_6-C_7, avec un bémol : C_6 et C_7 sont bien reliés aux mêmes deux nœuds, mais il y a aussi un branchement direct entre ces deux nœuds, C_6 et C_7 sont donc court-circuités. C_6 et C_7 sont donc sans effet sur le circuit, donc équivalents à absents. Pour C_{12}-C_3-C_4 :

$$C_{1234} = C_{12} + C_3 + C_4 = 5\ \mu\text{F} + 10\ \mu\text{F} + 10\ \mu\text{F} = 25{,}0\ \mu\text{F}$$



Selon le nouveau circuit simplifié (ci-contre), on voit finalement deux condensateurs en série. La capacité équivalente totale est :



$$C_{éq} = C_{12345} = \frac{1}{\frac{1}{C_{1234}}+\frac{1}{C_5}} = \frac{1}{\frac{1}{25\ \mu\text{F}}+\frac{1}{10\ \mu\text{F}}} = \mathbf{7,14\ \mu F}$$

retour à la question ▲

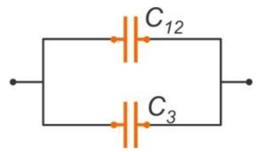
retour à la question ▲

6.10 Solution : Capacité Mystère retour à la question ▲

retour à la question ▲

C_2 = 449 µF

On peut établir l'équation détaillée de la capacité équivalente comprenant les trois valeurs. En traitant d'abord les deux condensateurs en série sur la branche du haut :



$$C_{12} = \frac{1}{\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}}$$

La capacité équivalente est alors :

$$C_{éq} = C_{12} + C_3$$

$$C_{éq} = \frac{1}{\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}} + C_3$$

Dans cette dernière équation, la seule inconnue est C_2, donc :

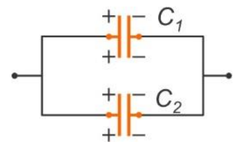
$$C_2 = \frac{1}{\frac{1}{C_{éq}-C_3}-\frac{1}{C_1}} = \frac{1}{\frac{1}{760\ \mu\text{F}-450\ \mu\text{F}}-\frac{1}{1\ 000\ \mu\text{F}}} = \mathbf{449\ \mu F}$$

retour à la question ▲

6.11 Solution : L'inversion retour à la question ▲

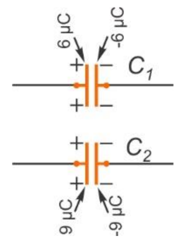
retour à la question ▲

a) q_1 = 1,20 µC



Alors que les deux condensateurs sont branchés en parallèle, chacun est exposé à la différence de potentiel de la pile et se charge jusqu'à afficher lui-même la même d.d.p., en accord avec l'équation :

$$C = \frac{q}{\Delta V}$$

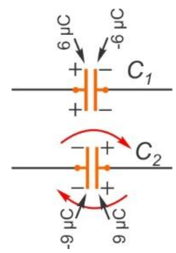


$$q_{1i} = C_1 \times \Delta V \quad = \quad (500 \times 10^{-9}\ \text{F}) \times 12\ \text{V} \quad = \quad 6 \times 10^{-6}\ \text{C}$$

$$q_{2i} = C_2 \times \Delta V \quad = \quad (750 \times 10^{-9}\ \text{F}) \times 12\ \text{V} \quad = \quad 9 \times 10^{-6}\ \text{C}$$

Ces valeurs de charge sont les charges sur chacune des armatures des deux condensateurs, positives ou négatives (voir figure ci-contre).

On débranche ensuite les deux condensateurs et on renverse l'un des deux pour les reconnecter.



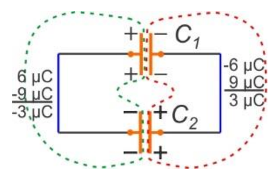
La conséquence de cette inversion est un nouveau déplacement de charges pour que les deux condensateurs affichent à nouveau la même différence de potentiel.

Sur les deux nouvelles armatures connectées à gauche, la charge totale est de

$$6\ \mu\text{C} + (-9\ \mu\text{C}) = -3\ \mu\text{C}$$

retour à la question ▲

Du côté droit, le même raisonnement implique une charge de +3 µC.



De chaque côté, la charge est à nouveau captive et constitue la charge totale des deux condensateurs, branchés en parallèle. Ils sont en parallèle car après la nouvelle répartition des charges, leurs d.d.p. seront identiques et leurs bornes connectées seront des bornes de même polarité.

Aussi, la « charge d'un condensateur » est une valeur positive, même si chaque armature présente des charges de signes contraires.

Après la nouvelle répartition des charges, on peut affirmer :

$$\Delta V_1 = \Delta V_2$$

$$\frac{q_1}{C_1} = \frac{q_2}{C_2} \qquad (1)$$

retour à la question ▲

Cette équation comporte deux inconnues, mais on sait que la charge totale est de 3 µC :

$$q_1 + q_2 = 3\ \mu\text{C} \qquad (2)$$

Si on veut trouver q_1 d'abord :

(2) $\qquad q_2 = 3\ \mu\text{C} - q_1$

(1) $\qquad \frac{q_1}{C_1} = \frac{3\ \mu\text{C} - q_1}{C_2}$

$$q_1 = \frac{3\ \mu\text{C} \times C_1}{C_1 + C_2} \quad = \quad \frac{3\ \mu\text{C} \times (500 \times 10^{-9}\ \text{F})}{(500 \times 10^{-9}\ \text{F}) + (750 \times 10^{-9}\ \text{F})} \quad = \quad \mathbf{1,20 \times 10^{-6}\ C}$$

b) q_2 = 1,80 µC

On peut reprendre l'équation (2) modifiée pour calculer q_2 :

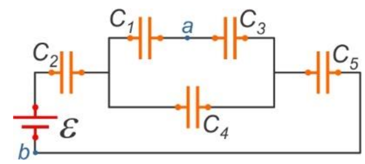
$$q_2 = 3\ \mu\text{C} - 1{,}20\ \mu\text{C} = \mathbf{1,80\ \mu C}$$

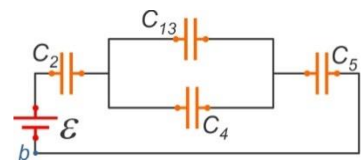
retour à la question ▲

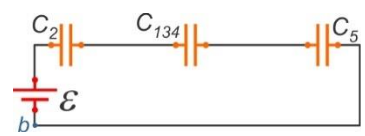
6.12 Solution : Beaucoup de condensateurs retour à la question ▲

retour à la question ▲

a) $C_{éq}$ = 11,0 µF







Commençons par tracer le même circuit dans une forme plus simple pour mieux identifier les branchements en série et en parallèle (voir figure-ci-contre).

On traite d'abord C_1 et C_3 en série :

$$C_{13} = \frac{1}{\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_3}} \quad = \quad \frac{1}{\frac{1}{10\ \mu\text{F}}+\frac{1}{30\ \mu\text{F}}} \quad = \quad 7{,}50\ \mu\text{F}$$

On traite ensuite le branchement en parallèle de C_{13} et C_4 :

$$C_{134} = C_{13} + C_4 \quad = \quad 7{,}50\ \mu\text{F} + 40\ \mu\text{F} \quad = \quad 47{,}5\ \mu\text{F}$$

Finalement, on a trois condensateurs en série, C_2, C_{134} et C_5 :

$$C_{éq} = \frac{1}{\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_{134}}+\frac{1}{C_5}} \quad = \quad \frac{1}{\frac{1}{20\ \mu\text{F}}+\frac{1}{47{,}5\ \mu\text{F}}+\frac{1}{50\ \mu\text{F}}} \quad = \quad \mathbf{11{,}0\ \mu F}$$

retour à la question ▲

b) q_3 = 26,0 µC

La capacité équivalente totale étant le résultat de trois capacités en série, et puisqu'en série, les charges des condensateurs sont identiques, on commence par calculer la charge équivalente totale, et la valeur obtenue correspondra également à la charge q_{134}. Avec $\mathcal{E}$ pour la différence de potentiel appliquée à l'ensemble des condensateurs :

$$C = \frac{q}{\Delta V}$$

$$q_{éq} = C_{éq} \times \mathcal{E} \quad = \quad (11{,}0 \times 10^{-6}\ \text{F}) \times 15\ \text{V} \quad = \quad 165 \times 10^{-6}\ \text{C}$$

C'est donc la charge du condensateur combiné C_{134}, mais on ignore encore comment elle se répartit sur les deux branches en parallèle. Comme elles sont en parallèle, ces deux branches présentent la même différence de potentiel, égale à la différence de potentiel équivalente du groupe de trois condensateurs :

$$\Delta V_{134} = \frac{q_{134}}{C_{134}} \quad = \quad \frac{(165\times10^{-6}\ \text{C})}{(47{,}5\times10^{-6}\ \text{F})} \quad = \quad 3{,}47\ \text{V}$$

Ce potentiel est entre autres celui de la branche parallèle du haut qui contient le condensateur C_3. Puisque celui-ci est en série avec C_1, ils ont accumulé la même charge, égale à la charge équivalente de ces deux condensateurs en série soumis à 3,47 V :

retour à la question ▲

$$q_3 = q_{13} \quad = \quad C_{13} \times \Delta V_{13} \quad = \quad (7{,}50 \times 10^{-6}\ \text{F}) \times 3{,}47\ \text{V} \quad = \quad 26{,}0 \times 10^{-6}\ \text{C} \quad = \quad \mathbf{26{,}0\ \mu C}$$

c) ΔV_5 = 3,29 V

On a trouvé en b) la charge équivalente de l'ensemble. Puisque cette valeur équivalente peut être considérée comme celle de trois condensateurs en série (C_2, C_{134} et C_5), on sait que la valeur trouvée de 165 µC est aussi celle du condensateur C_5. On peut alors trouver sa différence de potentiel :

$$C = \frac{q}{\Delta V}$$

$$\Delta V_5 = \frac{q_5}{C_5} \quad = \quad \frac{(165\times10^{-6}\ \text{C})}{(50\times10^{-6}\ \text{F})} \quad = \quad \mathbf{3{,}29\ V}$$

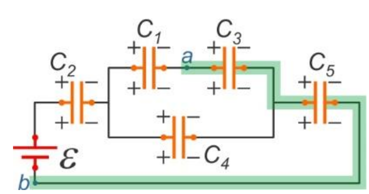
retour à la question ▲

d) $V_a - V_b$ = 4,16 V

Pour trouver la différence de potentiel $V_a - V_b$, on peut procéder à la manière de la loi des mailles de Kirchhoff. On choisit un chemin nous amenant d'un point à l'autre, et en partant du potentiel de l'un des points, on additionne les d.d.p. rencontrées en se rendant à l'autre point.

Si on veut choisir le chemin comportant le moins de composantes, on rencontre C_3 et C_5 entre a et b. On a déjà calculé la d.d.p. de C_5, mais pas celle de C_3. Mais à partir de la charge connue de C_3 :

$$\Delta V_3 = \frac{q_3}{C_3} \quad = \quad \frac{(26{,}0\times10^{-6}\ \text{C})}{(30\times10^{-6}\ \text{F})} \quad = \quad 0{,}867\ \text{V}$$



(voir figure ci-contre) : En partant de V_b, on peut écrire :

$$V_b + \Delta V_{C5} + \Delta V_{C3} = V_a$$

$$V_a - V_b = +\Delta V_{C5} + \Delta V_{C3} \quad = \quad +\,3{,}29\ \text{V} + 0{,}867\ \text{V} \quad = \quad \mathbf{4{,}16\ V}$$

retour à la question ▲

6.3 ÉNERGIE EMMAGASINÉE DANS UN CONDENSATEUR

retour à la question ▲

6.13 Solution : Calcul d'énergie retour à la question ▲

a) $U_e = 2{,}81\times10^{-3}$ J

Les équations de l'énergie emmagasinée d'un condensateur sont :

$$U_e = \frac{q^2}{2C} = \frac{1}{2}q\Delta V = \frac{1}{2}C\Delta V^2$$

On s'intéressera à celle qui considère la capacité et la charge :

$$U_e = \frac{q^2}{2C} = \frac{(375\times10^{-6}\text{ C})^2}{2\times(25\times10^{-6}\text{ F})} = 2{,}81\times10^{-3}\text{ J}$$

b) $U_e = 1{,}95\times10^{-3}$ J

Si on considère l'équation de l'énergie qui utilise la capacité et la différence de potentiel :

$$U_e = \frac{1}{2}C\Delta V^2 = \frac{1}{2}\times(25\times10^{-6}\text{ F})\times(12{,}5\text{ V})^2 = 1{,}95\times10^{-3}\text{ J}$$

c) Non

La capacité, la charge et la d.d.p. sont liées directement par l'équation :

$$C = \frac{q}{\Delta V}$$

Il se trouve que les valeurs de ces trois variables ne vérifient pas l'équation :

$$\frac{q}{\Delta V} = \frac{(375\times10^{-6}\text{ C})}{12{,}5\text{ V}} = 30\text{ µF} \neq 25\text{ µF}$$

retour à la question ▲

retour à la question ▲

6.14 Solution : L'énergie en série retour à la question ▲

q = 474 µC

L'énergie exprimée en fonction de la charge et la capacité équivalente permettra un calcul de la charge (de l'ensemble en série) :

$$U_e = \frac{q^2}{2C}$$

Pour les valeurs équivalentes :

$$q_{éq} = \sqrt{2C_{éq}U_e}$$

On doit d'abord déterminer la capacité équivalente $C_{éq}$ pour les deux condensateurs en série :

$$C_{éq} = \frac{1}{\frac{1}{900\text{ nF}}+\frac{1}{900\text{ nF}}} = 450\text{ nF}$$

La charge est alors :

$$q_{éq} = \sqrt{2\times(450\times10^{-9}\text{ F})\times0{,}25\text{ J}} = 4{,}74\times10^{-4}\text{ C}$$

Les deux condensateurs sont en série, et la charge de condensateurs en série est la même; chacun des deux condensateurs accumule donc une charge de 474 µC.

retour à la question ▲

6.15 Solution : De 30 à 40 retour à la question ▲

retour à la question ▲

a) U_e = 10,4 J

Pour le condensateur de 30 mF, on peut déterminer la charge, qui sera la même que pour le condensateur de 60 mF en série :

$$U_e = \frac{q^2}{2C}$$

$$q_{30} = \sqrt{2C_{30}U_{e30}} = \sqrt{2 \times (30 \times 10^{-3}\ \text{F}) \times 3{,}45\ \text{J}} = 0{,}455\ \text{C}$$

Cette charge est la même que la charge de la paire en série :

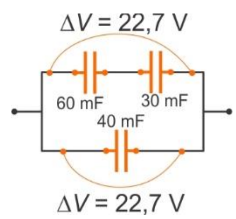
$$q_{30.60} = q_{60} = q_{30} = 0{,}455\ \text{C}$$

On peut alors connaître le potentiel aux bornes de la branche de deux condensateurs (qui est aussi le potentiel aux bornes de l'ensemble), à condition de calculer d'abord la capacité équivalente $C_{30.60}$:

$$C_{30.60} = \frac{1}{\frac{1}{30\ \text{mF}} + \frac{1}{60\ \text{mF}}} = 20\ \text{mF}$$

$$C_{30.60} = \frac{q_{30.60}}{\Delta V_{30.60}}$$

$$\Delta V_{30.60} = \frac{q_{30.60}}{C_{30.60}} = \frac{0{,}455\ \text{C}}{20\ \text{mF}} = 22{,}7\ \text{V}$$



Pour le condensateur de 40 mF seul sur la branche du bas, le potentiel est le même, 22,7 V, et permet de calculer directement l'énergie emmagasinée :

$$U_e = \frac{1}{2}C\Delta V^2 = \frac{1}{2} \times (40 \times 10^{-3}\ \text{F}) \times (22{,}7\ \text{V})^2 = \mathbf{10{,}35\ J}$$

retour à la question ▲

b) U_e = 15,5 J

On connaît déjà l'énergie pour deux des condensateurs. L'énergie totale est la somme des énergies des trois condensateurs. Si on calcul celle du condensateur de 60 mF, on pourra procéder à la somme.

On sait que la charge du condensateur de 60 mF est de 0,455 C (déterminé en a), puisqu'elle est la même que pour celui de 30 mF). Son énergie est donc :

$$U_e = \frac{q^2}{2C} = \frac{(0{,}455\ \text{C})^2}{2 \times (60 \times 10^{-3}\ \text{F})} = 1{,}73\ \text{J}$$

Il reste à faire la somme des énergies des trois condensateurs :

$$U_{e\ tot} = U_{e60} + U_{e30} + U_{e40} = 1{,}73\ \text{J} + 3{,}45\ \text{J} + 10{,}35\ \text{J} = \mathbf{15{,}5\ J}$$

retour à la question ▲

retour à la question ▲

6.16 Solution : Le rapport retour à la question ▲

a) $U_{é2}/U_{é1} = 3$

Si les différences de potentiel sont identiques, utilisons les expressions de l'énergie emmagasinée qui tient compte des capacités (dont on connait le rapport) et des potentiels :

$$\frac{U_{é2}}{U_{é1}} = \frac{\frac{1}{2}C_2\Delta V_2^2}{\frac{1}{2}C_1\Delta V_1^2} = \frac{C_2\Delta V^2}{C_1\Delta V^2} = \frac{C_2}{C_1}$$

On constate que le rapport des énergies est égal au rapport des capacités. Comme on connait le rapport C_2/C_1 :

$$\frac{U_{é2}}{U_{é1}} = \frac{C_2}{C_1} = 3$$

b) $U_{é2}/U_{é1} = ⅓$

Si les charges sont identiques, utilisons les expressions de l'énergie emmagasinée qui tient compte des capacités (dont on connait le rapport) et des charges :

$$\frac{U_{é2}}{U_{é1}} = \frac{\left(\frac{q_2^2}{2C_2}\right)}{\left(\frac{q_1^2}{2C_1}\right)} = \frac{C_1 q_2^2}{C_2 q_1^2} = \frac{C_1 q^2}{C_2 q^2} = \frac{C_1}{C_2}$$

On constate que le rapport des énergies est égal à l'inverse du rapport des capacités. Comme on connait le rapport C_2/C_1 :

$$\frac{U_{é2}}{U_{é1}} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{1}{\left(\frac{C_2}{C_1}\right)} = \frac{1}{3}$$

retour à la question ▲

6.4 LES DIÉLECTRIQUES

6.17 Solution : En Ordre retour à la question ▲

a) $C_3 < C_1 < C_2$

Soit C_0, la capacité initiale des trois condensateurs. Les matériaux diélectriques insérés dans les condensateurs 1 et 2 augmentent leur capacité, selon les équations :

$$C_1 = \kappa_1 C_0 \qquad \text{et} \qquad C_2 = \kappa_2 C_0$$

Le condensateur 3 garde sa capacité C_0.

Puisque l'utilisation d'un diélectrique augmente la capacité, la capacité C_3 demeurera nécessairement la plus faible. Par ailleurs, puisque la constante diélectrique multiplie la capacité, si $\kappa_1 < \kappa_2$, alors $C_1 < C_2$, d'où :

$$\boldsymbol{C_3 < C_1 < C_2}$$

retour à la question ▲

6.18 Solution : Le parallèle retour à la question ▲

$C' = 51{,}0$ pF

Pour deux condensateurs C_1 et C_2 identiques en parallèle, la capacité équivalente de 30 pF est aussi définie par :

$$C_{éq} = \sum C_i = C_1 + C_2 = 2C$$

$$C = \frac{C_{éq}}{2} = \frac{30\text{ pF}}{2} = 15\text{ pF}$$

Puisqu'on modifie la capacité de l'un des deux d'un facteur $\kappa = 2{,}40$, sa capacité devient $C' = \kappa C$. La capacité équivalente devient :

$$C'_{éq} = C + C' = C + \kappa C = C(1+\kappa) = 15\text{ pF} \times (1 + 2{,}40) = \mathbf{51{,}0\ pF}$$

retour à la question ▲

6.19 Solution : La constante inconnue retour à la question ▲

retour à la question ▲

a) d = 0,482 mm

Considérons l'équation de la capacité en fonction des dimensions du condensateur, ainsi que celle de la capacité modifiée par un matériau diélectrique :

$$C_0 = \frac{\varepsilon_0 A}{d} \qquad \text{et} \qquad C_D = \kappa C_0$$

En réunissant ces deux équations et isolant l'épaisseur recherchée :

$$C_D = \kappa \frac{\varepsilon_0 A}{d} \tag{1}$$

$$d = \frac{\kappa \varepsilon_0 A}{C_D} = \frac{8 \times \left(8{,}854 \times 10^{-12} \frac{\mathrm{C}^2}{\mathrm{N \cdot m^2}}\right) \times \left[0{,}510\ \mathrm{cm}^2 \times \left(\frac{1\ \mathrm{m}}{100\ \mathrm{cm}}\right)^2\right]}{(7{,}50 \times 10^{-12}\ \mathrm{F})} = 4{,}82 \times 10^{-4}\ \mathrm{m} = \mathbf{0{,}482\ mm}$$

b) A = 3 400 m²

À partir de l'équation 1 développée en a), on peut isoler l'aire A correspondant à une capacité C_D = 500 μF :

$$A = \frac{C_D d}{\kappa \varepsilon_0} = \frac{(500 \times 10^{-6}\ \mathrm{F}) \times (4{,}82 \times 10^{-4}\ \mathrm{m})}{8 \times \left(8{,}854 \times 10^{-12} \frac{\mathrm{C}^2}{\mathrm{N \cdot m^2}}\right)} = \mathbf{3\ 400\ m^2}$$

retour à la question ▲

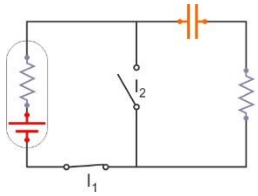
6.5 LES CIRCUITS RC

6.20 Solution : Charge-Décharge retour à la question ▲

retour à la question ▲

a) Charge

Le circuit ci-contre illustre le scénario. Le condensateur se trouve sur la même maille (l'unique maille) que la pile. Il va donc se charger (à travers la résistance).

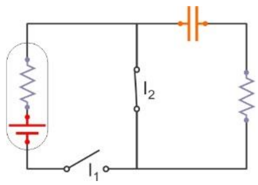


b) Décharge

Si l'interrupteur I_1 est ouvert, la source est « retirée » du circuit (se trouvant sur une branche coupée).

Aussi, l'interrupteur I_2 offre un chemin au courant pour décharger le condensateur : les charges sur une armature du condensateur peuvent se rendre sur l'autre armature pour s'annuler mutuellement, ce qui constitue une décharge du condensateur.

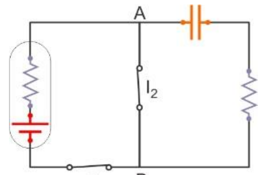
La résistance sur le chemin du courant ne fait que ralentir cette décharge mais ne l'empêche pas.



retour à la question ▲

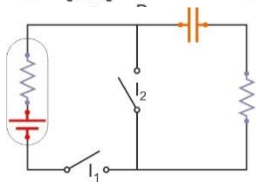
c) Décharge

La fermeture des deux interrupteurs crée un court-circuit pour la pile et son action devient nulle sur le circuit. Vu autrement, les points A et B du schéma ci-contre sont nécessairement au même potentiel. Ainsi, le condensateur peut comme en b) se décharger via la branche centrale et la résistance.



d) Ni charge, ni décharge

Si les deux interrupteurs sont ouverts, aucun courant ne peut circuler dans aucune branche. Aucune charge ne peut être amenée au condensateur pour le charger, et aucune charge ne peut quitter ses armatures pour le décharger. Il restera chargé s'il était chargé et il restera déchargé s'il était déchargé.



retour à la question ▲

6.21 Solution : La décharge détaillée retour à la question ▲

retour à la question ▲

a) ΔV_C = 14,5 V

La différence de potentiel aux bornes du condensateur est directement dépendante de sa capacité et sa charge. Comme sa charge est connue (n'a pas encore diminué) à l'instant t = 0, on peut calculer son potentiel par :

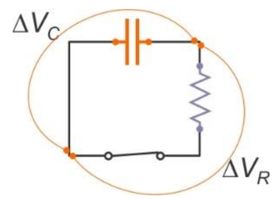
$$C = \frac{q}{\Delta V}$$

$$\Delta V = \frac{q}{C} \quad = \quad \frac{(4{,}00\times10^{-3}\ \mathrm{C})}{(275\times10^{-6}\ \mathrm{F})} \quad = \quad \mathbf{14{,}\overline{54}\ V}$$

b) ΔV_R = 14,5 V

La différence de potentiel aux bornes de la résistance peut être déterminée de plusieurs manières. Selon la loi d'Ohm, si on détermine le courant initial (dès la fermeture de l'interrupteur), ce courant dans la résistance produira la chute de potentiel dont on cherche la valeur.

Il est cependant plus simple de constater que la résistance et le condensateur sont les deux seules composantes dans le circuit (une maille), et qu'alors leurs deux différences de potentiel sont les mêmes. La figure ci-contre illustre la chose plus directement. Il y a donc 14,5 V aux bornes de la résistance.

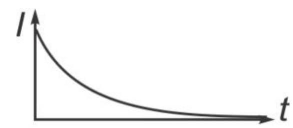


Si on traite le circuit comme une maille comportant deux composantes, il n'y a que deux variations de potentiel le long du parcours, et ces deux valeurs doivent donc être de même grandeur.

▲ retour à la question

c) I = 0,0364 A

À l'instant où on ferme l'interrupteur, le courant est maximal, car le condensateur est plus chargé à cet instant que par la suite (puisqu'il se décharge).



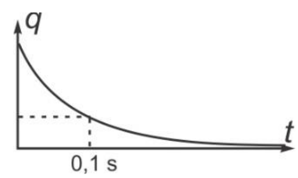
C'est la résistance qui limite le courant. Le condensateur fait en sorte que la résistance est soumise à une différence de potentiel de 14,5 V (trouvée en b)). Ainsi, la loi d'Ohm permet de déterminer le courant que la résistance laisse passer :

$$\Delta V_R = RI$$

$$I = \frac{\Delta V_R}{R} \quad = \quad \frac{14{,}\overline{54}\ \mathrm{V}}{400\ \Omega} \quad = \quad \mathbf{0{,}0\overline{36}\ A}$$

d) q = 1,61 mC

On doit utiliser l'équation de la charge en fonction du temps pour un condensateur qui se décharge :



$$q = q_{max} e^{\left(\frac{-t}{RC}\right)}$$

La charge maximale étant la charge initiale indiquée :

$$q = (4{,}00 \times 10^{-3}\ \mathrm{C}) \times \mathrm{e}^{\left(\frac{-0{,}1\ \mathrm{s}}{400\ \Omega\times(275\times10^{-6}\ \mathrm{F})}\right)} \quad = \quad \mathbf{1{,}61\ mC}$$

▲ retour à la question

e) ΔV = 5,86 V

À partir de la valeur initiale de 14,5 V trouvée en a), le potentiel décroît selon la même courbe que la charge, selon l'équation :

$$\Delta V = \Delta V_{max} e^{\left(\frac{-t}{RC}\right)} \quad = \quad 14{,}5\ \mathrm{V} \times e^{\left(\frac{-0{,}1\ \mathrm{s}}{400\ \Omega\times(275\times10^{-6}\ \mathrm{F})}\right)} \quad = \quad \mathbf{5{,}86\ V}$$

Alternativement, on peut se servir de la valeur de charge trouvée en d) car il s'agit du même instant :

$$C = \frac{q}{\Delta V} \quad \Rightarrow \quad \Delta V = \frac{q}{C} \quad = \quad \frac{(1{,}61\times10^{-3}\ \mathrm{C})}{(275\times10^{-6}\ \mathrm{F})} \quad = \quad \mathbf{5{,}86\ V}$$

f) ΔV_R = 5,86 V

Encore une fois, comme à tout instant, la d.d.p. aux bornes de la résistance est la même qu'aux bornes du condensateur, car les deux sont branchés directement sans autres composantes entre eux.

▲ retour à la question

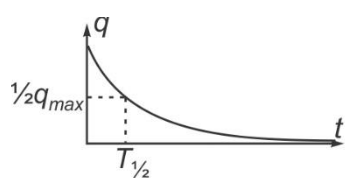
g) τ = 0,110 s

La constante de temps est par définition le produit RC :

$$\tau = RC \quad = \quad 400\ \Omega \times (275 \times 10^{-6}\ \mathrm{F}) \quad = \quad \mathbf{0{,}110\ s}$$

h) t = 0,0762 s

La méthode longue consiste à utiliser l'équation de la charge en considérant une charge q égale à la moitié de la valeur maximale (initiale) q_0 :



$$q = q_{max} e^{\frac{-t}{RC}} \quad = \quad \tfrac{1}{2} q_{max}$$

On voudrait ensuite trouver la valeur t qui satisfait cette égalité...

Par contre, puisqu'on a défini la « demi-vie » $T_{½}$ pour la décharge d'un condensateur, il s'agit directement du temps après lequel la charge chute à 50% de sa valeur initiale :

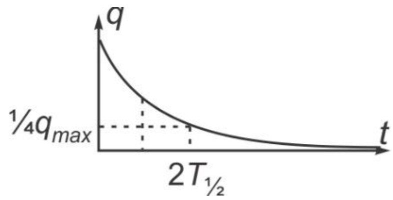
$$t = T_{½} = RC \ln 2 \quad = \quad 400\ \Omega \times (275 \times 10^{-6}\ \mathrm{F}) \times \ln 2 \quad = \quad \mathbf{0{,}0762\ s}$$

retour à la question ▲

i) t = 0,152 s

Comme en h), on peut procéder de deux manières. On peut calculer t si $q = \frac{1}{4}q_{max}$ dans l'équation :

$$q = q_{max}e^{\frac{-t}{RC}} = \frac{1}{4}q_{max}$$



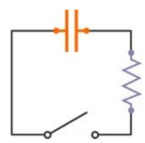
Mais si la charge a diminué jusqu'au quart de sa valeur initiale, c'est donc qu'elle a diminué deux fois d'un facteur 2. La durée écoulée est donc de deux demi-vies :

$$t = 2T_{½} = 2 \times 0{,}0762\ \text{s} = \mathbf{0{,}152\ s}$$

j) q = cte

Si l'interrupteur est ouvert à nouveau, aucun courant ne peut circuler dans le circuit.

La charge du condensateur demeurera donc constante à partir de ce moment.



retour à la question ▲

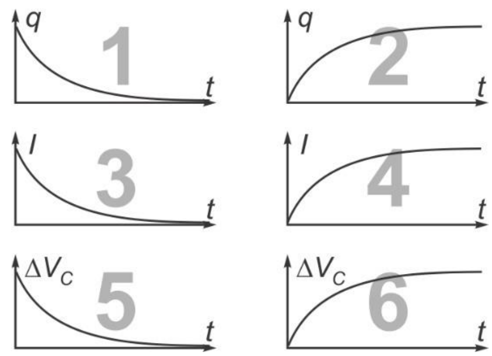
6.22 Solution : Le bon graphique retour à la question ▲

retour à la question ▲

a) 2-3-6

Durant le processus de charge du condensateur, la charge et le potentiel à ses bornes augmentent. Pour la charge q et le potentiel ΔV_C, les graphiques 2 et 6 s'appliquent.

Par contre, le courant est maximal dès le début de la charge, et diminue par la suite pour tendre vers un courant nul quand le condensateur est entièrement chargé. Pour le courant, c'est donc le graphique 3 qui présente la bonne courbe.



b) 1-3-5

Durant la décharge du condensateur, la charge et le potentiel diminue jusqu'à tendre vers 0, comme sur les graphiques 1 et 5.

Le courant décroît également dès le début de la décharge, jusqu'à un courant qui tend vers 0 après un temps infini. C'est donc le graphique 3 à nouveau qui représente la bonne évolution du courant.

retour à la question ▲

6.23 Solution : Vide ou plein retour à la question ▲

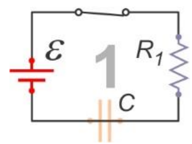
retour à la question ▲
retour à la question ▲
retour à la question ▲

L'ensemble des réponses à cette question repose sur le fait qu'un condensateur vide ou plein a un comportement très simplifié :

- Un condensateur vide se comporte comme un court-circuit (un lien direct entre ses deux bornes) car il n'offre aucune opposition à l'arrivé des premières charges sur ses armatures. Dès qu'une charge est présente sur les armatures, l'arrivée de charges supplémentaires demande une énergie et le courant en sera déjà réduit. En d'autres mots, lorsqu'on ferme l'interrupteur, le condensateur est vide et le circuit se comporte comme s'il n'y avait pas de condensateur sur la branche où il se trouve.
- Un condensateur plein ne peut plus recevoir aucune charge supplémentaire, ce qui interrompt tout courant sur la branche où il se trouve, car aucune charge ne peut traverser le condensateur (sauter d'une armature à l'autre). Donc après une longue durée dans un circuit RC, la branche où se trouve un condensateur plein se comporte comme si on y avait ouvert un interrupteur.

a) I = 1,00 A

À la fermeture de l'interrupteur, le condensateur vide se comporte comme un court-circuit, comme s'il était absent de la branche où il se trouve. Le circuit équivalent est alors celui-ci-contre où seule la résistance interagit avec la source. La loi d'Ohm suffit alors à déterminer le courant qui circule dans R_1, car celle-ci est seule avec la source dans le circuit :



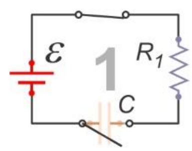
$$\Delta V = RI$$

$$I = \frac{\Delta V}{R} = \frac{10\ \text{V}}{10\ \Omega} = \mathbf{1,00\ A}$$

b) I = 0

Après un très long délai, le condensateur n'accueille plus aucune charge, et le courant cesse entièrement. Le condensateur se comporte comme s'il était un interrupteur ouvert.

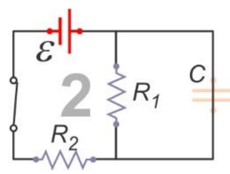
Le courant est donc nul dans le circuit 1 car il est constitué d'une seule maille.



c) I = 0 A

À la fermeture de l'interrupteur, le condensateur vide se comporte comme un court-circuit, comme s'il était absent de la branche où il se trouve. Le circuit équivalent est alors celui ci-contre où la résistance R_1 est court-circuitée et ne portera aucun courant au départ.

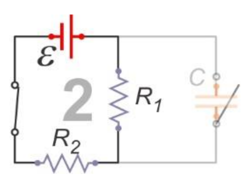
Le courant dans R_1 est donc initialement nul.



d) I = 0,250 A

Après un très long délai, le condensateur a atteint son *régime permanent*, la situation dans laquelle les valeurs ne changent plus (la *transition* de vide à plein est terminée). Le condensateur n'accueille alors plus de nouvelles charges, et le courant cesse entièrement sur sa branche. Le condensateur se comporte comme s'il était un interrupteur ouvert et sa branche n'a plus aucun effet dans le circuit.

Le circuit équivalent est illustré ci-contre et ne comporte qu'une seule maille. Le courant dans cette maille sera en même temps celui dans R_1. La loi d'Ohm permet de trouver le courant dans cette maille, à condition d'utiliser la résistance équivalente des deux résistances réunies :



$$R_{éq} = R_1 + R_2$$

$$\Delta V = RI$$

$$I = \frac{\Delta V}{R} = \frac{\Delta V}{R_1 + R_2} = \frac{10\ \text{V}}{10\ \Omega + 30\ \Omega} = \mathbf{0,250\ A}$$

retour à la question ▲

6.24 Solution : L'exponentielle retour à la question ▲

retour à la question ▲

a) τ = 50,0 s

La constante de temps τ est définie par :

$$\tau = RC \quad = \quad 1\,000\ \Omega \times 0{,}050\ \text{F} \quad = \quad \mathbf{50,0\ s}$$

b) t = 49,0 s

On cherche le temps après lequel la charge a diminué à q = 0,150 C, alors que la charge de 0,400 C est la charge initiale (charge maximale de la décharge) q_{max}. L'équation de la charge (q) lors de la décharge du condensateur est :

$$q = q_{max} e^{\left(\frac{-t}{RC}\right)}$$

Si on isole t étape par étape :

$$\frac{q}{q_{max}} = e^{\left(\frac{-t}{RC}\right)}$$

$$\ln\left(\frac{q}{q_{max}}\right) = \ln\left(e^{\left(\frac{-t}{RC}\right)}\right) = \frac{-t}{RC}$$

retour à la question ▲

$$t = -RC \cdot \ln\left(\frac{q}{q_{max}}\right) \tag{1}$$

Avec les valeurs connues :

$$t = -1\,000\ \Omega \times 0{,}050\ \text{F} \times \ln\left(\frac{0{,}150\ \text{C}}{0{,}400\ \text{C}}\right) \quad = \quad \mathbf{49,0\ s}$$

c) n = 2,30

On doit d'abord trouver le temps après lequel la charge a diminué à 10% de sa valeur initiale, c'est-à-dire q = 0,040 C. On procède de la même manière qu'en b) et on peut utiliser l'équation (1) où la durée t a été isolée :

$$t = -RC \cdot \ln\left(\frac{q}{q_{max}}\right) = -1\,000\ \Omega \times 0{,}050\ \text{F} \times \ln\left(\frac{0{,}040\ \text{C}}{0{,}400\ \text{C}}\right) \quad = \quad 115\ \text{s}$$

On veut ensuite déterminer à combien de constantes de temps τ correspond cette durée :

$$n = \frac{t}{\tau} \quad = \quad \frac{115\ \text{s}}{50{,}0\ \text{s}} \quad = \quad \mathbf{2,30}$$

retour à la question ▲

6.25 Solution : La bonne résistance retour à la question ▲

retour à la question ▲

R = 1,67 kΩ

Puisque la situation concerne la décharge d'un condensateur, on utilisera l'équation suivante :

$$q = q_{max} e^{\left(\frac{-t}{RC}\right)} \tag{1}$$

Le pourcentage de 13% indiqué dans l'énoncé correspond au rapport $\frac{q}{q_{max}}$, donc :

$$\frac{q}{q_{max}} = 0{,}13$$

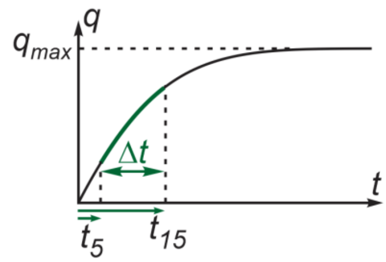
On cherche la valeur R qui valide les valeurs connues. En isolant R dans l'équation (1) :

$$R = -\frac{t}{C \ln\left(\frac{q}{q_{max}}\right)} \quad = \quad -\frac{0{,}750\ \text{s}}{(220 \times 10^{-6}\ \text{F}) \times \ln(0{,}13)} \quad = \quad \mathbf{1,67\ k\Omega}$$

retour à la question ▲

6.26 Solution : L'augmentation retour à la question ▲

a) Δt = 1,43 s



Le temps requis pour atteindre la charge de 15 mC à partir de 5 mC n'est ni plus ni moins que la différence entre <u>la durée pour atteindre 15 mC à partir de 0</u> et <u>la durée pour atteindre 5 mC à partir de 0</u>. Calculons ces deux durées.

Puisqu'il s'agit d'un phénomène de charge, l'équation à utiliser est :

$$q = q_{max}\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

L'expression du temps de charge est donc :

$$t = -RC\ln\left(1 - \frac{q}{q_{max}}\right)$$

retour à la question ▲

Calculons d'abord la valeur de la charge maximale q_0 pour pouvoir procéder au calcul des durées :

$$q_{\text{max}} = C\mathcal{E} \quad = \quad (950 \times 10^{-6}\ \text{F}) \times 20\ \text{V} \quad = \quad 19\ \text{mC}$$

Pour une charge de 5 mC <u>à partir de 0</u>, la durée serait :

$$t_5 = -1\,200\ \Omega \times (950 \times 10^{-6}\ \text{F}) \times \ln\left(1 - \frac{5\ \text{mC}}{19\ \text{mC}}\right) \quad = \quad 0{,}348\ \text{s}$$

Pour une charge de 15 mC <u>à partir de 0</u>, la durée serait :

$$t_{15} = -1\,200\ \Omega \times (950 \times 10^{-6}\ \text{F}) \times \ln\left(1 - \frac{15\ \text{mC}}{19\ \text{mC}}\right) \quad = \quad 1{,}78\ \text{s}$$

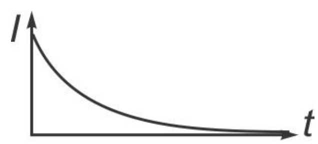
La différence des durées est le temps recherché (Δt sur le schéma précédent) :

$$\Delta t = t_{15} - t_5 \quad = \quad 1{,}78\ \text{s} - 0{,}348\ \text{s} \quad = \quad \mathbf{1{,}43\ s}$$

retour à la question ▲

6.27 Solution : Le circuit RC simple retour à la question ▲

a) I_{max} = 40,0 mA



En charge comme en décharge, c'est à l'instant initial que le courant est maximal (I_0); le courant ne fait que décroître à partir de cet instant.

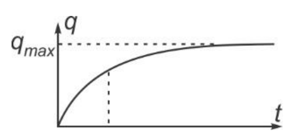
Initialement, le condensateur étant vide, il se comporte comme un court circuit et seule la résistance et la source définissent le courant. La loi d'Ohm s'applique alors :

retour à la question ▲

$$\Delta V = RI$$

$$I = \frac{\Delta V}{R} \quad = \quad \frac{10\ \text{V}}{250\ \Omega} \quad = \quad \mathbf{40{,}0\ mA}$$

b) q_{max} = 5,00 mC



La charge maximale survient après un très long délai. Lorsque la charge du condensateur est maximale, plus aucune charge ne peut s'y ajouter, donc aucun courant ne circule dans le circuit. La d.d.p. aux bornes de la résistance devient alors nulle (I = 0) et le potentiel de la source est appliqué directement au condensateur :

retour à la question ▲

$$\Delta V_C = \mathcal{E}$$

$$C = \frac{q}{\Delta V_C}$$

Donc, pour la valeur maximale :

$$q_{max} = C \cdot \Delta V_{Cmax} \quad = \quad C\mathcal{E} \quad = \quad (500 \times 10^{-6}\ \text{F}) \times 10\ \text{V} \quad = \quad \mathbf{5{,}00\ mC}$$

c) q = 2,75 mC

On doit utiliser l'équation de la charge en fonction du temps pour un condensateur qui se charge :

$$q = q_{max}\left(1 - e^{\left(\frac{-t}{RC}\right)}\right)$$

La charge maximale q_0 étant la charge de 5,00 mC calculée en b) :

retour à la question ▲

$$q = 5{,}00\text{ mC} \times \left(1 - \mathrm{e}^{\left(\frac{-0{,}1\text{ s}}{250\ \Omega(500\times10^{-6}\text{ F})}\right)}\right) = \mathbf{2,75\ mC}$$

d) ΔV_C = 5,51 V

La différence de potentiel aux bornes d'un condensateur en charge évolue comme la charge, selon l'équation :

$$\Delta V_C = \Delta V_{C0}\left(1 - e^{\left(\frac{-t}{RC}\right)}\right)$$

On peut solutionner cette équation pour t = 0,1 s. Cependant, puisqu'on a déjà calculé la charge à 0,1 s, on peut utiliser l'équation de la capacité pour calculer le potentiel d'un condensateur dont la charge est de 2,75 mC :

$$C = \frac{q}{\Delta V_C}$$

$$\Delta V_C = \frac{q}{C} = \frac{2{,}75\text{ mC}}{(500\times10^{-6}\text{ F})} = \mathbf{5,51\ V}$$

retour à la question

e) ΔV_R = 4,49 V

La différence de potentiel aux bornes de la résistance peut se trouver à partir de la loi d'Ohm et du courant, et alors on devrait calculer préalablement le courant à cet instant.

On peut alternativement considérer l'équation de maille du circuit, qui comporte trois composantes, dont on connait 2 d.d.p. à l'instant t = 0,1 s :

$$\sum \Delta V = 0 = \mathcal{E} - \Delta V_C - \Delta V_R$$

$$\Delta V_R = \mathcal{E} - \Delta V_C = 10\text{ V} - 5{,}51\text{ V} = \mathbf{4,49\ V}$$

Si on procède via la loi d'Ohm, on doit d'abord calculer le courant (à partir du courant maximal calculé en a)) :

$$I = I_{max}e^{\frac{-t}{RC}}$$

$$\Delta V_R = RI = R \cdot I_{max}e^{\left(\frac{-t}{RC}\right)} = 250\ \Omega \times 40{,}0\text{ mA} \times e^{\left(\frac{-0{,}1\text{ s}}{250\ \Omega\times(500\times10^{-6}\text{ F})}\right)} = \mathbf{4,49\ V}$$

retour à la question

f) τ = 0,125 s

La constante de temps τ est définie par :

$$\tau = RC = 250\ \Omega \times (500 \times 10^{-6}\text{ F}) = \mathbf{0,125\ s}$$

g) t = 86,6 ms

On cherche le temps après lequel la charge a augmenté jusqu'à 50% de sa valeur maximale. La valeur maximale a été calculée en b), avec 5,00 mC. Donc :

$$q = q_{max}\left(1 - e^{\left(\frac{-t}{RC}\right)}\right)$$

Avec $q = ½q_{max}$:

$$\tfrac{1}{2}q_{max} = q_{max}\left(1 - e^{\left(\frac{-t}{RC}\right)}\right)$$

$$e^{\left(\frac{-t}{RC}\right)} = 1 - \frac{1}{2}$$

$$\frac{-t}{RC} = \ln\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$t = -RC\ln\left(\frac{1}{2}\right) = -(250\ \Omega)\times(500\times10^{-6}\text{ F})\times\ln\left(\frac{1}{2}\right) = \mathbf{8,66\times10^{-2}\ s}$$

retour à la question

h) t = 0,237 s

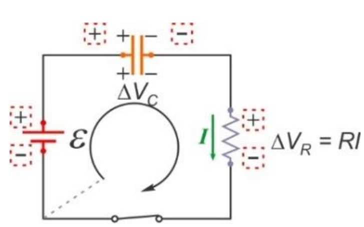
On cherche le temps après lequel $q = 0{,}85q_{max}$. L'équation de la charge est :

$$q = q_{max}\left(1 - e^{\left(\frac{-t}{RC}\right)}\right)$$

Avec $q = 0{,}85q_{max}$:

$$0{,}85q_{max} = q_{max}\left(1 - e^{\left(\frac{-t}{RC}\right)}\right)$$

$$e^{\left(\frac{-t}{RC}\right)} = 1 - 0{,}85$$



retour à la question

$$\frac{-t}{RC} = \ln(0{,}15)$$

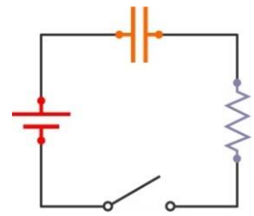
$$t = -RC\ln(0{,}15) \quad = \quad -(250\ \Omega) \times (500 \times 10^{-6}\ \text{F}) \times \ln(0{,}15) \quad = \quad \mathbf{0{,}237\ s}$$

retour à la question ▲

6.28 Solution : La résistance inconnue retour à la question ▲

R = 25,6 kΩ

On doit utiliser l'équation de la charge du condensateur durant le processus de charge :



$$q = q_{max}\left(1 - e^{\frac{-t}{RC}}\right)$$

Dans cette équation on cherche R, mais on ignore aussi la charge maximale du condensateur, q_{max}. Cependant, cette valeur peut être déterminée à partir du potentiel de la source et de la capacité du condensateur :

$$q_{max} = C\mathcal{E}$$

Si on intègre cette expression dans l'équation de la charge et qu'on isole ensuite la résistance R recherchée :

$$q = C\mathcal{E}\left(1 - e^{\left(\frac{-t}{RC}\right)}\right)$$

$$\frac{q}{C\mathcal{E}} = \left(1 - e^{\left(\frac{-t}{RC}\right)}\right)$$

$$e^{\left(\frac{-t}{RC}\right)} = 1 - \frac{q}{C\mathcal{E}}$$

$$\frac{-t}{RC} = \ln e^{\left(\frac{-t}{RC}\right)} = \ln\left(1 - \frac{q}{C\mathcal{E}}\right)$$

$$R = \frac{-t}{C\ln\left(1-\frac{q}{C\mathcal{E}}\right)} \quad = \quad \frac{-3{,}92\ \text{s}}{(1\,800\times10^{-6}\ \text{F})\times\ln\left(1-\frac{(1{,}25\times10^{-3}\ \text{C})}{(1\,800\times10^{-6}\ \text{F})\times 8{,}5\ \text{V}}\right)} \quad = \quad \mathbf{2{,}56\times10^{4}\ \Omega}$$

retour à la question ▲

retour à la question ▲

retour à la question ▲

6.29 Solution : La démonstration retour à la question ▲

$U_e = \frac{1}{2}C\mathcal{E}^2 e^{\frac{-2t}{RC}}$

Les trois expressions donnant l'énergie emmagasinée dans un condensateur sont :

$$U_e = \tfrac{1}{2}C\Delta V^2 = \frac{q^2}{2C} = \tfrac{1}{2}q\Delta V$$

La capacité C est constante pour un circuit, mais q et ΔV varient en fonction du temps, durant la décharge, selon les équations :

$$q = q_{max}e^{\frac{-t}{RC}}$$

et

$$\Delta V = \Delta V_{max}e^{\frac{-t}{RC}}$$

Aussi, la charge maximale (initiale) q_0 est liée au potentiel de charge $\mathcal{E}$ et à la capacité du condensateur par :

$$q_{max} = C\mathcal{E}$$

Finalement, le potentiel maximal est directement celui avec lequel le condensateur a été chargé : $\Delta V = \mathcal{E}$. Si on utilise n'importe laquelle des trois expressions de l'énergie pour l'exprimer en fonction des expressions citées plus haut, on devrait obtenir l'expression à démontrer. Si on le fait pour les trois expressions à la fois :

$U_e = \tfrac{1}{2}C\Delta V^2$	$U_e = \frac{q^2}{2C}$	$U_e = \tfrac{1}{2}q\Delta V$
$U_e = \tfrac{1}{2}C\cdot\left(\Delta V_{max}e^{\frac{-t}{RC}}\right)^2$	$U_e = \frac{\left(q_{max}e^{\frac{-t}{RC}}\right)^2}{2C}$	$U_e = \tfrac{1}{2}\left(q_{max}e^{\frac{-t}{RC}}\right)\left(\Delta V_{max}e^{\frac{-t}{RC}}\right)$
$U_e = \tfrac{1}{2}C\cdot\left(\mathcal{E}e^{\frac{-t}{RC}}\right)^2$	$U_e = \frac{\left(C\mathcal{E}e^{\frac{-t}{RC}}\right)^2}{2C}$	$U_e = \tfrac{1}{2}\left(C\mathcal{E}e^{\frac{-t}{RC}}\right)\left(\mathcal{E}e^{\frac{-t}{RC}}\right)$
$U_e = \frac{1}{2}C\cdot\mathcal{E}^2\left(e^{\frac{-t}{RC}}\right)^2$	$U_e = \frac{1}{2}\frac{C^2\mathcal{E}^2}{C}\left(e^{\frac{-t}{RC}}\right)^2$	$U_e = \frac{1}{2}C\mathcal{E}^2\left(e^{\frac{-t}{RC}}\right)^2$

Dans les trois cas, on trouve l'expression $\left(e^{\frac{-t}{RC}}\right)^2$, ce qui équivaut à $e^{\frac{-2t}{RC}}$ car $(x^a)^2 = x^{2a}$. Donc, pour chacune des trois solutions, on converge vers la même expression finale recherchée :

$$U_e = \frac{1}{2}C\mathcal{E}^2e^{\frac{-2t}{RC}} \qquad U_e = \frac{1}{2}C\mathcal{E}^2e^{\frac{-2t}{RC}} \qquad U_e = \frac{1}{2}C\mathcal{E}^2e^{\frac{-2t}{RC}}$$

retour à la question ▲

6.30 Solution : Une affaire de précision retour à la question ▲

$t_{99,8}/t_{99,9} = 1,06$

Si les pourcentages indiqués sont arrondis à 3 chiffres significatifs, l'écart de 0,05% (ou 0,5 millième) entraînera un écart important dans la durée trouvée. Calculons le temps requis avec les deux valeurs.

Commençons par développer l'équation dans laquelle on placera les deux proportions pour trouver t. À partir de l'équation de la charge résiduelle durant la décharge :

$$q = q_{max}e^{\left(\frac{-t}{RC}\right)} \quad \Rightarrow \quad t = -RC\cdot\ln\frac{q}{q_{max}}$$

Le produit RC peut être calculé et donne une valeur simple :

$$RC = 100\ \Omega \times 0{,}01\ \mathrm{F} \quad = \quad 1\ \mathrm{s}$$

D'où :

$$t = \left(-\ln\frac{q}{q_{max}}\right)\times 1\ \mathrm{s}$$

Un condensateur ayant perdu 99,9% (ou 99,85%) de sa charge contient donc 0,1% (ou 0,15%) de sa charge initiale. On utilisera donc les fractions suivantes :

$$\frac{q}{q_{max}} = 0{,}001 \qquad \text{et} \qquad \frac{q}{q_{max}} = 0{,}0015$$

retour à la question ▲
retour à la question ▲
retour à la question ▲

▲ retour à la question

Les deux durées à comparer sont :

$$t_{99,9} = (-\ln 0{,}001) \times 1\text{ s} \quad = \quad 6{,}91\text{ s}$$

$$t_{99,85} = (-\ln 0{,}0015) \times 1\text{ s} \quad = \quad 6{,}50\text{ s}$$

Le rapport des deux durées est :

$$\frac{t_{99,9}}{t_{99,85}} = \frac{6{,}91\text{ s}}{6{,}50\text{ s}} \quad = \quad \mathbf{1,06}$$

C'est un écart d'environ 6% entre les deux durées alors que l'écart entre les charges comparées elles-mêmes n'est que de 0,05% :

$$\frac{99{,}9\%}{99{,}85\%} = \frac{0{,}999}{0{,}9985} \quad = \quad 1{,}00050$$

Vers la fin du processus de charge ou décharge, de petites variations de charge impliquent des délais plus longs et la précision devient importante.

retour à la question ▲