[1 à 10](#) [11 à 21](#) [22 à 27](#)

CH 4 LE MOUVEMENT À DEUX DIMENSIONS

CONSTANTES UTILES

$g = 9{,}81\frac{m}{s^2}$

$1\,mi = 1{,}609\,km$

ÉQUATIONS LIÉES AU CHAPITRE :

$\boxed{f = \frac{1}{T}}$ $\boxed{n = \frac{\Delta s}{2\pi r}}$

$\boxed{a_r = \frac{v_t^2}{r}}$ $\boxed{\vec{v}_{P/A} = \vec{v}_{P/B} + \vec{v}_{B/A}}$

$\boxed{x = x_0 + v_{x0}t}$ $\boxed{y = y_0 + v_{y0}t - \frac{1}{2}gt^2}$

$\boxed{v_y = v_{y0} - gt}$

$\boxed{v_t = \frac{2\pi r}{T}}$ $\boxed{a_r = \frac{4\pi^2 r}{T^2}}$

$\boxed{s = s_0 + v_{t0}t + \frac{1}{2}a_t t^2}$ $\boxed{v_t = v_{t0} + a_t t}$

$\boxed{\frac{\sin a}{A} = \frac{\sin b}{B} = \frac{\sin c}{C}}$ $\boxed{c^2 = A^2 + B^2 - 2AB\cos c}$

À moins d'avis contraire, négligez la résistance de l'air.

4.1 MUA ET MOUVEMENT D'UN PROJECTILE

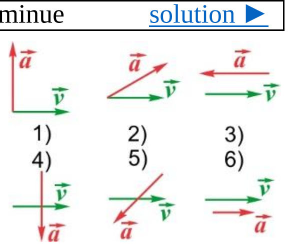
4.1 Exercices : Mouvement abstrait 2D [solution ▶](#)

À un certain instant, un objet se trouve à la position $\vec{r}_i = \left(2\vec{i} + 3\vec{j}\right)$ m et a une vitesse $\vec{v}_i = \left(-5\vec{i} + 2\vec{j}\right)\frac{m}{s}$. Et 8,5 s plus tard, sa position est $\vec{r}_f = \left(5\vec{i} + 1\vec{j}\right)$ m et il a une vitesse $\vec{v}_f = \left(2\vec{i} + 4\vec{j}\right)\frac{m}{s}$.

a) Calculez la vitesse moyenne de l'objet étudié.
b) Calculez l'accélération moyenne de l'objet étudié.

4.2 Exercices : Augmente ou diminue [solution ▶](#)

Les schémas suivants indiquent pour des objets indépendants l'orientation de leur vitesse et de leur accélération. Identifiez le ou les schémas selon lesquels :



a) le module de la vitesse augmente;
b) Le module de la vitesse diminue;
c) Le module de la vitesse ne diminue pas et n'augmente pas.

4.3 Exercices : Trajectoires d'un projectile

Essayez ces [exercices en ligne](#) pour vérifier si vous maîtrisez l'identification de la trajectoire appropriée à chaque situation.

4.4 Exercice : Mouvement abstrait 3D [solution ▶](#)

À un certain instant, un objet se trouve à la position $\vec{r}_0 = \left(4\vec{i} - 2\vec{k}\right)$ km et a une vitesse $\vec{v}_0 = \left(75\vec{i} + 20\vec{j} + 5\vec{k}\right)\frac{m}{s}$. 32,0 s plus tard, sa position est $\vec{r} = \left(9\vec{i} - 5\vec{j} + 2\vec{k}\right)$ km et a une vitesse $\vec{v} = \left(200\vec{i} + 110\vec{j} - 25\vec{k}\right)\frac{m}{s}$.

a) Calculez la vitesse moyenne de l'objet étudié, en m/s.
b) Calculez l'accélération moyenne de l'objet étudié.

4.5 Exercice : Troisième prise! [solution ▶](#)

Un lanceur de baseball lance la balle vers le receveur à une vitesse de 94,2 mi/h. La balle est lancée dans une direction parfaitement horizontale et se déplace durant 0,419 s.

a) À quelle distance horizontale se trouve le gant du receveur par rapport au point d'où la balle est lancée?
b) Quelle hauteur la balle perd-t-elle durant son vol?

4.6 Exercice : Ballon de football [solution ▶](#)

Au football, un quart arrière lance le ballon vers un coéquipier immobile à 46 m de lui. Il lance le ballon à un angle de 27° et il est attrapé au même niveau que le lancer.

a) Quelle est la hauteur maximale du ballon, sur sa trajectoire?
b) À quelle vitesse doit-il lancer le ballon pour que son coéquipier le rattrape à la même hauteur que le lancer?

4.7 Exercice : Lancer du javelot [solution ▶](#)

Un athlète lance un javelot à un angle de 39,5°. Sur l'ensemble de la trajectoire, la valeur minimale du module de la vitesse du javelot est de 23,1 m/s.

a) À quelle vitesse l'athlète a-t-il propulsé son javelot au départ?
b) Quelle distance horizontale le javelot a-t-il parcouru s'il est tombé au sol 1,90 m plus bas que sa position lors du lancer?

4.8 Exercice : Le boulet de canon humain [solution ▶](#)

David « Cannonball » Smith Sr détient le record de distance parcourue en tant que [boulet de canon humain](#). Il aurait alors parcouru une distance de 61,06 m en retombant au même niveau que la bouche du canon, et aurait été projeté à 110 km/h. À quel angle a-t-il dû être projeté, par rapport à l'horizontale, pour franchir cette distance?

4.9 Exercice : La première pierre [solution ▶](#)

1,5 secondes après avoir été lancée, une pierre a une vitesse de 42,3 km/h dans une orientation de 15,5° au-dessus de l'horizontale. Déterminez :

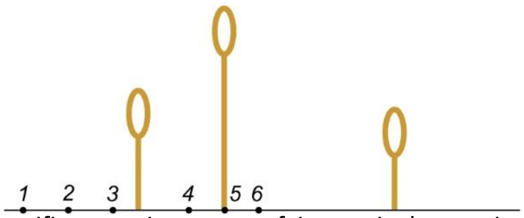
a) sa hauteur au-dessus de son point de lancement;
b) la vitesse initiale du lancer;
c) l'orientation initiale du lancer;
d) le temps entier passé dans les airs pour retomber au même niveau.

4.10 Question : Passe dans mon cerceau [solution ▶](#)

La figure suivante montre trois cerceaux dans le même plan vertical. Si un projectile passe successivement dans ces 3 cerceaux :

4.1- a) $\vec{v}$ = (0,353 $\vec{i}$ −0,235 $\vec{j}$) m/s — b) $\vec{a}$ = (0,824 $\vec{i}$ +0,235 $\vec{j}$) m/s² — **4.2**- a) 2 et 6 — b) 3 et 5 — c) 1 et 4 — **4.3** — **4.4**- a) $\vec{v}$ = (156 $\vec{i}$ -156 $\vec{j}$ +125 $\vec{k}$) m/s — b) $\vec{a}$ = (3,91 $\vec{i}$ +2,81 $\vec{j}$ -0,938 $\vec{k}$) m/s² — **4.5**- a) x = 17,6 m — b) $|\Delta y|$ = 0,861 m — **4.6**- a) y_{max} = 5,86 m — b) v_0 = 23,6 m/s — **4.7**- a) v_0 = 29,9 m/s — b) x = 91,9 m — **4.8**- θ = 20,0° ou 70,0° — **4.9**- a) y = 15,7 m — b) v_0 = 21,1 m/s — c) θ_0 = 57,6° — d) 3,64 s — **4.10**- a) #2 — b) #6

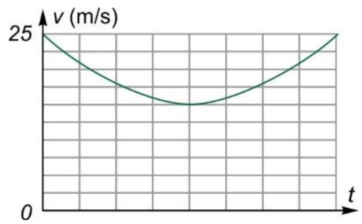
1 à 10 11 à 21 22 à 27



a) identifiez un point pouvant faire partie de sa trajectoire;
b) identifiez le point se trouvant vis-à-vis la position horizontale du sommet de la trajectoire.

4.11 Exercice : La parabole à l'envers solution ►

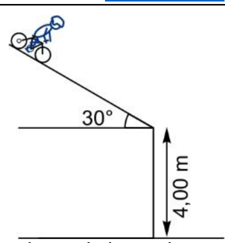
Le graphique suivant montre le module de la vitesse d'une balle en fonction du temps alors qu'elle est lancée à un certain angle au-dessus de l'horizontale.



a) À quel angle a été lancée cette balle?
b) Quelle distance horizontale a-t-elle parcouru avant de repasser au même niveau?

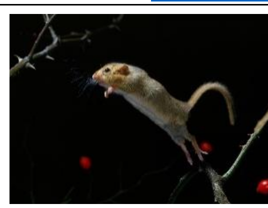
4.12 Exercice : Le cascadeur solution ►

En espérant devenir cascadeur, le petit Evel saute du toit de sa maison en vélo. Le toit est incliné de 30° et il roule sur une distance de 6 mètres le long du toit avant de tomber vers le sol. Le bord du toit est à 4,00 m au-dessus du sol.



a) Quelle est le module de sa vitesse quand il arrive au bord du toit?
b) À quelle distance horizontale touche-t-il le sol par rapport au mur de la maison?
c) Quelle est l'orientation de sa vitesse au moment où il touche le sol?

4.13 Exercice : D'arbre en arbre solution ►



Le loir est un petit rongeur qui peut sauter agilement d'une branche à l'autre. Lors d'un certain saut, il saut vers une branche légèrement plus haute que celle d'où il saute. Cette branche se trouve à une distance de 47 cm, dans une orientation de 20,0° par rapport à l'horizontale. On observe lors du saut qu'il se propulse dans une orientation de 43° au-dessus de l'horizontale. À quelle vitesse a-t-il alors dû se propulser?

4.2 LE MOUVEMENT CIRCULAIRE UNIFORME

4.14 Exercice : L'hélicoptère solution ►

L'hélice d'un hélicoptère a un diamètre de 13,2 m et chaque extrémité se déplace à 82,9 m/s. Quelle accélération centripète subit l'une de ses extrémités?

4.15 Exercice : Virage serré solution ►

Une automobile tourne à droite à une intersection à la vitesse de 19,0 km/h. Le rayon de courbure de sa trajectoire est de 7,5 m. Quelle est son accélération centripète?

4.16 Exercices : Orientation de l'accélération

Essayez ces exercices en ligne pour vérifier si vous maîtrisez l'identification de l'orientation de l'accélération dans chaque situation.

4.17 Exercice : Course de moto solution ►

Une moto de course roule dans une courbe dont le rayon de courbure est de 29,5 m. Si elle peut supporter une accélération latérale de 1,12 *g* (une accélération latérale égale à 1,12 fois l'accélération gravitationnelle), à quelle vitesse maximale peut-elle prendre cette courbe?

4.18 Exercice : Le Rotor solution ►

Le manège appelé le « Rotor » tourne rapidement et les passagers sont plaqués au mur par la force centrifuge. Si le rayon de courbure de la trajectoire d'un passager est de 3,15 m et qu'il subit une accélération de 23,6 m/s², déterminez la période de rotation du manège.

4.3 LE MOUVEMENT CIRCULAIRE NON UNIFORME

4.19 Exercice : Tourner en rond solution ►

Un objet confiné à un cercle de 0,85 m de rayon subit une accélération tangentielle constante de 0,750 m/s². S'il part du repos, déterminez :

a) sa vitesse après 2,50 s;
b) son accélération centripète après 2,50 s;
c) le module de son accélération après 2,50 s.
d) Combien de tours aura-t-il effectué après 2,50 s?

4.20 Question : Rayon inconnu solution ►

Un objet décrit un mouvement circulaire avec un rayon de 3,90 m. Le module de son accélération est de 4,75 m/s², dans une orientation qui fait un angle de 25° avec la vitesse. Calculez :

a) le module de l'accélération centripète;
b) le module de l'accélération tangentielle;
c) Le module de la vitesse.

4.21 Question : Manœuvre d'évitement solution ►

Pour éviter un accident, un conducteur en auto roulant à 36,0 km/h fait une manœuvre d'évitement et freine brusquement en braquant les roues vers la droite. Une rue à cet endroit lui permet de rester sur l'asphalte durant cette manœuvre. Sa décélération est constante. Le rayon de courbure de sa trajectoire est constant à 6,5 m durant toute cette manœuvre et il se retrouve parfaitement immobile après avoir parcouru l'équivalent d'un quart de cercle. À mi-chemin dans la manœuvre (à 45° de rotation), déterminez :

a) l'accélération tangentielle;
b) la vitesse;
c) l'accélération centripète;
d) le module de l'accélération réelle.
e) Quel est le module de l'accélération réelle au tout début du freinage?
f) Déterminez la durée totale de la manœuvre de freinage.

4.11 - a) θ_0 = 53,1° — b) Δx = 61,2 m — **4.12** - a) v = 7,67 m/s — b) 3,94 m — c) -55,5° — **4.13** - v= 2,67 m/s — **4.14** - a_r = 1041 m/s² — **4.15** - a_r = 3,71 m/s²
4.16 — **4.17** - v = 18,0 m/s — **4.18** - T = 2,30 s — **4.19** - a) v_t = 1,88 m/s — b) a_r = 4,14 m/s² — c) $a°$= 4,20 m/s² — d) $n°$= 0,439 tr
4.20 - a) a_r = 2,01 m/s² — b) a_t = 4,30 m/s² — c) $a_r°$= 2,80 m/s² — **4.21** - a) a_t = -4,90 m/s² — b) v_t = 7,07 m/s — c) a_r = 7,69 m/s² — d) $a°$= 9,12 m/s²
e) $a°$= 16,1 m/s² — f) $t°$= 2,04 s —

[1 à 10](#) [11 à 21](#) [22 à 27](#)

4.22 Exercice : Rien ne va plus [solution ►](#)

Au casino, au jeu de la roulette, la bille est lancée à 3,45 m/s et tourne autour de la table sur un rayon de 27,9 cm. Après 31,0 s, alors que sa vitesse est de 0,87 m/s, elle tombe sur les numéros et finit par s'arrêter.

a) Combien de tours la bille a-t-elle fait autour de la table?
b) Quelle est son accélération tangentielle?

4.4 LE MOUVEMENT RELATIF

4.23 Question : Le convoi [solution ►](#)

Une voiture (A) 50 km/h sur une rue. Devant elle, une autre voiture (B) roule dans la même direction à 50 km/h également. Déterminez la vitesse relative de la voiture B par rapport à la voiture A.

4.24 Exercice : La rencontre [solution ►](#)

Une voiture roule à 87 km/h sur une route droite. Une autre voiture vient à la rencontre de la première en roulant à 79 km/h. Déterminez la vitesse relative de la seconde voiture par rapport à la première voiture.

4.25 Exercice : La montgolfière [solution ►](#)

Un bateau navigue vers le nord à 9 km/h par rapport à la terre. Les passagers sur le pont observent une montgolfière qui se déplace horizontalement et qui semble pour eux se déplacer à 15 km/h à 36° est par rapport au sud. Quelle est la vitesse du vent par rapport à la terre, en module et orientation?

4.26 Exercice : Un vent de travers [solution ►](#)

Un avion pouvant voler à 225 km/h doit rejoindre une ville qui se trouve directement à l'ouest de son point de départ, à 780 km. Durant le vol, le vent souffle de façon constante à un azimut de 120° (nord=0°, mesuré en sens horaire) à la vitesse de 62 km/h.

a) Quelle orientation (azimut) l'avion doit-il prendre dans l'air pour se déplacer directement vers sa destination?
b) Quel est le module de sa vitesse réelle par rapport au sol?
c) Combien de temps durera le vol?

4.27 Exercice : La fronde [solution ►](#)

Il se trouve que la partie supérieure d'une roue qui roule normalement se déplace deux fois plus rapidement que le véhicule lui-même. Si une roche coincée entre les crampons d'un camion roulant à 100 km/h se détache des crampons précisément au moment où elle passe au sommet de la roue, elle peut donc être projetée à 200 km/h vers l'avant, par rapport au sol. Si cette roche rencontre le pare-brise d'une auto roulant en sens contraire à 100 km/h, quel est le module de la vitesse relative de la roche par rapport au pare-brise?

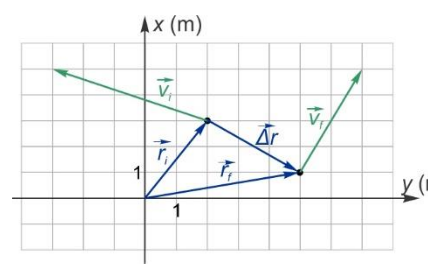
4.22- a) n = 38,2 tr — b) a_t = -0,0832 m/s² — **4.23**- $v_{B/A}$ = 0 — **4.24**- $v_{B/A}$ = -166 km/h — **4.25**- $\vec{v}_{vent}$ = (9,36 km/h; -19,6°) — **4.26**- a) $\theta_{A/R}$ = 172° — b) $v_{A/S}$ = 169 km/h — c) t = 4,61 h — **4.27**- $v_{r/a}$ = 300 km/h

CH 4 LE MOUVEMENT À DEUX DIMENSIONS

4.1 MUA ET MOUVEMENT D'UN PROJECTILE

4.1 Solution : Mouvement abstrait 2D [retour à la question ▲](#)

La meilleure représentation de la situation est le graphique ci-contre où on observe les positions et vitesses initiales et finales de l'objet étudié. Cependant, seules les équations nous permettront de répondre aux questions. On peut toutefois représenter le déplacement résultant de l'objet, mais encore faut-il diviser ce déplacement par l'intervalle de temps pour évaluer la vitesse moyenne (compter les carrés ne suffit pas).



a) $\bar{v} = \left(0{,}353\vec{i} - 0{,}235\vec{j}\right)\frac{\text{m}}{\text{s}}$

Aussi étrange ou irrégulier que puisse paraître le mouvement, puisqu'on demande la vitesse moyenne, la première chose à faire est d'écrire l'équation générale de la vitesse moyenne :

$$\bar{v} = \frac{\vec{\Delta r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_f - \vec{r}_i}{\Delta t}$$

Ainsi, peu importe le mouvement, les données requises sont déjà connues et il suffit de procéder au calcul. On pourrait traiter distinctement les calculs en x et en y, mais la notation avec les vecteurs unitaires permet d'écrire le tout en un seul calcul :

$$\bar{v} = \frac{\vec{r}_f - \vec{r}_i}{\Delta t} = \frac{\left(5\vec{i} + 1\vec{j}\right)\text{m} - \left(2\vec{i} + 3\vec{j}\right)\text{m}}{8{,}5\ \text{s}} = \frac{\left(3\vec{i} - 2\vec{j}\right)\text{m}}{8{,}5\ \text{s}} = \left(0{,}353\vec{i} - 0{,}235\vec{j}\right)\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

b) $\bar{a} = \left(0{,}824\vec{i} + 0{,}235\vec{j}\right)\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

[1 à 10](#) [11 à 21](#) [22 à 27](#)

On procède pour l'accélération de la même manière que pour la vitesse en a), puisque les vitesses initiale et finale sont connues :

$$\vec{a} = \frac{\vec{v}_f - \vec{v}_i}{\Delta t} = \frac{\left(2\vec{i} + 4\vec{j}\right)\frac{\text{m}}{\text{s}} - \left(-5\vec{i} + 2\vec{j}\right)\frac{\text{m}}{\text{s}}}{8{,}5\,\text{s}} = \frac{\left(7\vec{i} + 2\vec{j}\right)\frac{\text{m}}{\text{s}}}{8{,}5\,\text{s}} = \left(0{,}824\vec{i} + 0{,}235\vec{j}\right)\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

4.2 Solution : Augmente ou diminue

retour à la question ▲

Une vitesse augmente en module lorsque l'accélération est dirigée dans le même sens que la vitesse (en 1D) ou lorsque la composante d'accélération parallèle à la vitesse est dans le même sens que cette vitesse (2D ou 3D). L'objet est alors tiré dans la direction de sa vitesse, et il va donc de plus en plus vite.

a) 2 et 6

Dans les 6 cas présentés, la vitesse est horizontale et vers la droite. On cherche donc en a) les cas où l'accélération a une composante horizontale vers la droite.

Il s'agit donc des cas 2) et 6).

b) 3 et 5

On cherche les cas où la composante horizontale d'accélération est en sens contraire de la vitesse, donc vers la gauche. Il s'agit donc des cas 3) et 5).

c) 1 et 4

On cherche les cas où la composante d'accélération parallèle à la vitesse est nulle, c'est-à-dire que l'accélération est perpendiculaire à la vitesse. Il s'agit donc des cas 1) et 4).

4.3 Solution : Trajectoires d'un projectile

retour à la question ▲

Exercices en ligne

4.4 Solution : Mouvement abstrait 3D

retour à la question ▲

L'approche est la même qu'au numéro 4.1, en ajoutant simplement la 3e composante à chaque vecteur. Aussi, la représentation devient plus complexe et abstraite, et on se permettra de passer directement aux calculs.

a) $\vec{v} = \left(156\vec{i} - 156\vec{j} + 125\vec{k}\right)\frac{\text{m}}{\text{s}}$

Le vecteur $\vec{r}_0$ ne contient que deux termes, ce qui signifie simplement que sa composante *y* est nulle. Ainsi, à partir de l'équation générale de la vitesse moyenne et des vecteurs position connus :

$$\vec{v} = \frac{\vec{r} - \vec{r}_0}{\Delta t} = \frac{\left(9\vec{i} - 5\vec{j} + 2\vec{k}\right)\text{km} - \left(4\vec{i} + 0\vec{j} - 2\vec{k}\right)\text{km}}{32{,}0\,\text{s}} = \frac{\left(5\vec{i} - 5\vec{j} + 4\vec{k}\right)\text{km}}{32{,}0\,\text{s}} = \left(0{,}156\vec{i} - 0{,}156\vec{j} + 0{,}125\vec{k}\right)\frac{\text{km}}{\text{s}}$$

Convertie mètres par seconde (multiplier par 1000 les trois quantités) : $\vec{v} = \left(156\vec{i} - 156\vec{j} + 125\vec{k}\right)\frac{\text{m}}{\text{s}}$

b) $\vec{a} = \left(3{,}91\vec{i} + 2{,}81\vec{j} - 0{,}938\vec{k}\right)\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Même approche pour l'accélération, à partir des vitesses données :

$$\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{\Delta t} = \frac{\left(200\vec{i} + 110\vec{j} - 25\vec{k}\right)\frac{\text{m}}{\text{s}} - \left(75\vec{i} + 20\vec{j} + 5\vec{k}\right)\frac{\text{m}}{\text{s}}}{32{,}0\,\text{s}} = \frac{\left(125\vec{i} + 90\vec{j} - 30\vec{k}\right)\frac{\text{m}}{\text{s}}}{32{,}0\,\text{s}} = \left(3{,}91\vec{i} + 2{,}81\vec{j} - 0{,}938\vec{k}\right)\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

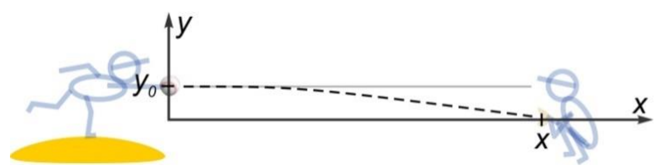
4.5 Solution : Troisième prise!

retour à la question ▲

a) $x = 17{,}6$ m

Le mouvement s'effectue en une seule étape : à partir du moment où la balle quitte la main du lanceur, jusqu'au moment où elle touche le gant du receveur.

On peut choisir un système d'axes où l'origine est le point le plus bas dans la trajectoire de la balle. Sa hauteur initiale est donc la hauteur recherchée en b).



Aussi, la composante *y* de la vitesse est nulle puisque la balle est lancée horizontalement.

Convertissons d'abord la vitesse du lancer pour l'exprimer en mètres par seconde :

1 à 10 11 à 21 22 à 27

$$94{,}2\ \tfrac{\text{mi}}{\text{h}}\times\frac{1\,609\ \text{m}}{1\ \text{mi}}\times\frac{1\ \text{h}}{3600\ \text{s}}\ =\ 42{,}1\ \tfrac{\text{m}}{\text{s}}$$

La liste des paramètres est :

$$\begin{array}{ll} x_0=0 & y_0=?? \\ x=?? & y=0 \\ v_{x0}=42{,}1\ \tfrac{\text{m}}{\text{s}} & v_{y0}=0 \\ v_x=v_{x0} & v_y=? \\ a_x=0 & a_y=-g \end{array}$$
$$t=0{,}419\ s$$

Les équations utiles pour un mouvement de projectile sont :

$$x=x_0+v_{x0}t \quad (1) \qquad y=y_0+v_{y0}t-\tfrac{1}{2}gt^2 \quad (2)$$
$$v_y=v_{y0}-gt \quad (3)$$

On cherche en a) la distance horizontale x parcourue par la balle. L'équation (1) a comme seule inconnue cette distance recherchée :

$$x=x_0+v_{x0}t\ =\ 0=42{,}1\tfrac{\text{m}}{\text{s}}\times0{,}419\,\text{s}\ =\ 17{,}6\,\text{m}$$

b) $|\Delta y|$ = 0,861 m

L'équation (2) a comme seule inconnue la hauteur y_0 recherchée :

$$\underbrace{\cancel{y}}_{0}=y_0+\underbrace{\cancel{v_{y0}}t}_{0}-\tfrac{1}{2}gt^2$$

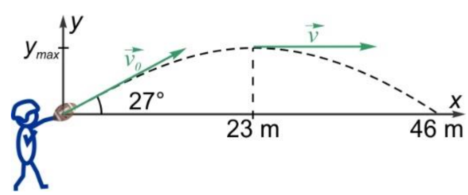
$$y_0=\tfrac{1}{2}gt^2\ =\ \tfrac{1}{2}\times9{,}81\tfrac{\text{m}}{\text{s}^2}\times\left(0{,}419\,\text{s}\right)^2\ =\ 0{,}861\,\text{m}$$

La hauteur perdue par la balle est donc $|\Delta y|=0{,}861\,\text{m}$

4.6 Solution : Ballon de football retour à la question ▲

a) y_{max} = 5,86 m

On sait que la distance horizontale totale parcourue par le ballon est de 46 m. Cependant, la question a) nous demande la hauteur maximale du ballon sur sa trajectoire. Cet instant doit donc être le début ou la fin du mouvement analysé. Analysons un mouvement qui commence au moment du lancer et qui termine au sommet de la trajectoire. À cet instant, par symétrie, on peut affirmer que la position horizontale est la moitié de la portée du lancer, soit 23 m. Aussi, au sommet de la trajectoire, le ballon a cessé de monter mais ne descend pas encore. Sa vitesse en y est donc nulle (v_y = 0).



Si on place l'origine du mouvement du ballon à son point de départ, on a comme paramètres :

$$\begin{array}{ll} x_0=0 & y_0=0 \\ x=23\,\text{m} & y=?? \\ v_{x0}=? & v_{y0}=? \\ v_x=? & v_y=0 \\ a_x=0 & a_y=-g \end{array}$$
$$t=?$$

La liste des équations utiles est :

$$x=x_0+v_{x0}t \quad (1) \qquad y=y_0+v_{y0}t-\tfrac{1}{2}gt^2 \quad (2)$$
$$v_y=v_{y0}-gt \quad (3)$$

Trop de paramètres sont inconnus (5 inconnues et 3 équations) pour nous permettre de résoudre. Aussi, ces paramètres n'incluent pas l'angle du lancer, qui est certainement utile. Il faut donc exprimer les vitesses initiales v_{x0} et v_{y0} en fonction de cet angle, ce qui fait apparaître le module de la vitesse du lancer v_0. Par ailleurs, la vitesse horizontale étant constante, v_{x0} = v_x :

$$x_0 = 0 \qquad y_0 = 0$$
$$x = 23\,\text{m} \qquad y = ??$$
$$v_{x0} = v_0 \cos\theta_0 \qquad v_{y0} = v_0 \sin\theta_0$$
$$v_x = v_{x0} \qquad v_y = ?$$
$$a_x = 0 \qquad a_y = -g$$
$$t = ?$$

La même substitution dans les équations pour inclure l'angle et le module de la vitesse entraîne :

$$x = \underbrace{\cancel{x_0}}_{0} + v_0 \cos\theta_0 \cdot t \qquad (4)$$

$$y = \underbrace{\cancel{y_0}}_{0} + v_0 \sin\theta_0 \cdot t - \tfrac{1}{2} g t^2 \qquad (5)$$

$$\underbrace{v_y}_{0} = v_0 \sin\theta_0 - gt \qquad (6)$$

Aucune équation ne comporte qu'une seule inconnue, mais les équations (4) et (6) ont les mêmes deux inconnues. Utilisons-les pour trouver d'abord v_0 et t, et l'équation (5) nous permettra ensuite de trouver la hauteur maximale. Isolons t dans l'équation (4) pour faire un remplacement dans l'équation (6) :

(4) $$t = \frac{x}{v_0 \cos\theta_0}$$

(6) $$0 = v_0 \sin\theta_0 - gt = v_0 \sin\theta_0 - g \cdot \left(\frac{x}{v_0 \cos\theta_0}\right) \quad \Rightarrow \quad v_0 = \sqrt{\frac{gx}{\sin\theta_0 \cos\theta_0}} = \sqrt{\frac{9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times 23\,\text{m}}{\sin 27° \cdot \cos 27°}} = 23{,}6\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

La vitesse du lancer étant connue, on peut utiliser l'équation (5) pour déterminer la hauteur maximale (la hauteur finale de la portion analysée). Cependant, l'équation (5) comporte encore le temps comme inconnue. On peut calculer directement le temps à partir de l'équation (6) d'abord, ou utiliser l'équation en vitesses au carré qui revient à fusionner les équations (5) et (6) qui comportent les mêmes deux inconnues :

(5)+(6) $$\underbrace{v_y^2}_{0} = v_{y0}^2 + 2a_y \left(y - \underbrace{y_0}_{0}\right) \quad \Rightarrow \quad 0 = (v_0 \sin\theta)^2 + 2(-g)(y - 0) = (v_0 \sin\theta)^2 - 2gy$$

$$y = \frac{(v_0 \sin\theta)^2}{2g} = \frac{\left(23{,}6\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \times \sin 27°\right)^2}{2 \times 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 5{,}86\,\text{m}$$

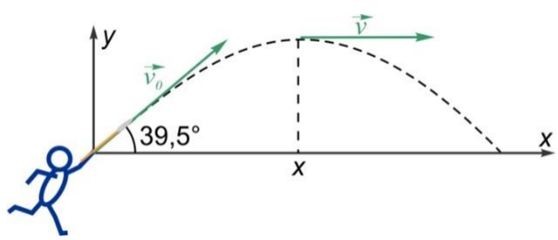
b) v_0 = 23,6 m/s

La vitesse du lancer a été trouvée en a), et elle est de 23,6 m/s.

4.7 Solution : Lancer du javelot retour à la question ▲

a) v_0 = 29,9 m/s

On doit d'abord interpréter correctement l'information de la valeur minimale du module de la vitesse du javelot. Le module est la résultante de ses deux composantes de vitesse. La composante verticale de sa vitesse varie (augmente et ensuite diminue), alors que la composante horizontale de sa vitesse est constante (car a_x = 0). La valeur minimale du module correspond donc à la vitesse au sommet de la trajectoire, car c'est à cet endroit que la composante verticale de vitesse est nulle. Il s'agit donc de la composante de vitesse horizontale à cet endroit : v_x = 23,1 m/s.



On doit donc analyser la portion de la montée dans le mouvement du javelot, car c'est pour cet endroit qu'on a une information utile, et parce que l'information demandée concerne le départ du javelot. Pour cette portion du mouvement, les paramètres sont :

$$x_0 = 0 \qquad y_0 = 0$$
$$x = ? \qquad y = ?$$
$$v_{x0} = ? \qquad v_{y0} = ?$$
$$v_x = 23{,}1\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}} \qquad v_y = 0$$
$$a_x = 0 \qquad a_y = -g$$
$$t = ?$$

1 à 10 11 à 21 22 à 27

La liste des équations utiles est :

$$x = x_0 + v_{x0}t \qquad (1)$$

$$y = y_0 + v_{y0}t - \tfrac{1}{2}gt^2 \qquad (2)$$

$$v_y = v_{y0} - gt \qquad (3)$$

Trop de paramètres sont inconnus (5 inconnues et 3 équations) pour nous permettre de résoudre. Aussi, ces paramètres n'incluent pas l'angle du lancer, qui est certainement utile. Il faut donc exprimer les vitesses initiales v_{x0} et v_{y0} en fonction de cet angle, ce qui fait apparaître le module de la vitesse du lancer v_0, que l'on cherche par ailleurs. Aussi, la vitesse horizontale étant constante, $v_{x0} = v_x$, les paramètres adaptés sont :

$$\begin{array}{ll} x_0 = 0 & y_0 = 0 \\ x = ? & y = ? \\ v_{x0} = v_0\cos\theta_0 & v_{y0} = v_0\sin\theta_0 \\ v_x = 23{,}1\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}} & v_y = 0 \\ a_x = 0 & a_y = -g \\ & t = ? \end{array}$$

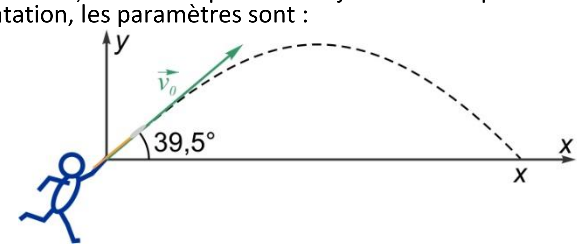
Il apparaît alors que la vitesse horizontale du javelot de 23,1 m/s, constante, est aussi égale à $v_0\cos\theta$. On peut alors calculer v_0 :

$$v_{x0} = v_x = v_0\cos\theta_0 \quad \Rightarrow \quad v_0 = \frac{v_x}{\cos\theta_0} = \frac{23{,}1\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{\cos 39{,}5°} = 29{,}9\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}}$$

b) x = 91,9 m

On doit maintenant traiter le mouvement entier pour calculer la position x à la fin du mouvement (c'est la portée). Utilisons une origine au niveau du sol, faisant en sorte que la hauteur initiale est de 1,90 m. En exprimant toujours les composantes de vitesse initiale en fonction du module de la vitesse et de son orientation, les paramètres sont :

$$\begin{array}{ll} x_0 = 0 & y_0 = 1{,}90\,\text{m} \\ x = ?? & y = 0 \\ v_{x0} = v_0\cos\theta_0 & v_{y0} = v_0\sin\theta_0 \\ v_x = v_{x0} & v_y = ? \\ a_x = 0 & a_y = -g \\ & t = ? \end{array}$$



La liste des équations utiles, en faisant les remplacements des composantes de vitesse, est :

$$x = \underset{0}{x_0} + v_0\cos\theta_0 \cdot t \qquad (1)$$

$$y = \underset{0}{y} = y_0 + v_0\sin\theta_0 \cdot t - \tfrac{1}{2}gt^2 \qquad (2)$$

$$v_y = v_0\sin\theta_0 - gt \qquad (3)$$

On doit utiliser les équations (1) et (2) pour résoudre x. L'option la plus courte consiste à isoler t dans l'équation (1) et le substituer dans l'équation (2) :

(1) $$t = \frac{x}{v_0\cos\theta_0}$$

(2) $$0 = y_0 + v_0\sin\theta_0 t - \tfrac{1}{2}gt^2 = y_0 + v_0\sin\theta_0 \cdot \left(\frac{x}{v_0\cos\theta_0}\right) - \tfrac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0\cos\theta_0}\right)^2 = y_0 + \tan\theta_0 \cdot x - \frac{g}{2v_0^2\cos^2\theta_0}x^2$$

Cette équation du deuxième degré admet deux solutions : $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Les paramètres a, b et c peuvent être évalués d'abord :

$$a = \frac{-g}{2v_0^2\cos^2\theta_0} = \frac{-9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{2 \times \left(29{,}9\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 \times \cos^2 39{,}5°} = -0{,}00919\,\text{m}^{-1}$$

$$b = \tan\theta_0 = \tan 39{,}5° = 0{,}824$$

$$c = y_0 = 1{,}90\,\text{m}$$

1 à 10 11 à 21 22 à 27

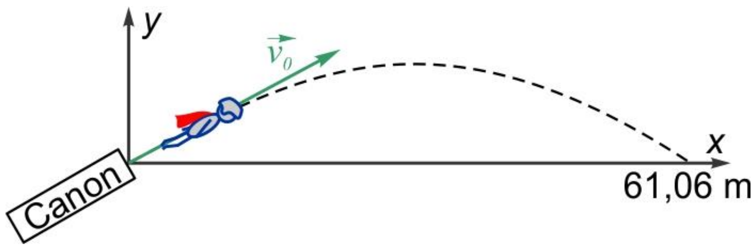
Donc : $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \dfrac{-(0{,}824) \pm \sqrt{(0{,}824)^2 - 4 \times \left(-0{,}00919\,\text{m}^{-1}\right) \times (1{,}90\,\text{m})}}{2 \times \left(-0{,}00919\,\text{m}^{-1}\right)} = \; \Rightarrow \; \begin{array}{l} = -2{,}24\,\text{m} \\ = 91{,}9\,\text{m} \end{array}$

Puisqu'on cherche une position positive (car devant le lanceur), on conserve la solution x = 91,9 m.

4.8 Solution : Le boulet de canon humain	retour à la question ▲

θ = 20,0° ou θ = 70,0°

La distance parcourue horizontalement concerne la totalité du mouvement de projectile de M. Smith. Les paramètres de ce mouvement, en exprimant les composantes de vitesse en fonction des module et orientation de la vitesse de projection, sont :



$$\begin{array}{ll} x_0 = 0 & y_0 = 0 \\ x = 61{,}06\,\text{m} & y = 0 \\ v_{x0} = v_0 \cos\theta_0 & v_{y0} = v_0 \sin\theta_0 \\ v_x = v_{x0} & v_y = ? \\ a_x = 0 & a_y = -g \\ & t = ? \end{array}$$

La liste des équations utiles, en faisant les remplacements des composantes de vitesse, est :

$$x = \underbrace{x_0}_{0} + v_0 \cos\theta_0 \cdot t \qquad (1)$$

$$\underbrace{y}_{0} = \underbrace{y_0}_{0} + v_0 \sin\theta_0 \cdot t - \tfrac{1}{2} g t^2 \qquad (2)$$

$$v_y = v_0 \sin\theta_0 - g t \qquad (3)$$

Aucune équation n'a qu'une inconnue, mais les équations (1) et (2) ont ensemble deux inconnues, θ et t. En isolant t dans l'équation (1) et en substituant t dans l'équation (2), on trouve :

(1) $\qquad t = \dfrac{x}{v_0 \cos\theta_0}$

L'équation (2) peut être simplifiée en divisant tous les termes par t avant d'y substituer la nouvelle expression de t :

(2) $\qquad 0 = v_0 \sin\theta_0 - \tfrac{1}{2} g t \quad \Rightarrow \quad 0 = v_0 \sin\theta_0 - \tfrac{1}{2} g \times \dfrac{x}{v_0 \cos\theta_0}$

L'angle recherché se trouve dans deux termes, et l'identité trigonométrique « sin(2θ) = 2sinθcosθ » est requise pour résoudre l'équation de manière traditionnelle. On doit donc modifier l'équation pour retrouver la forme « 2sinθcosθ », en multipliant par exemple tous les termes par « cosθ » :

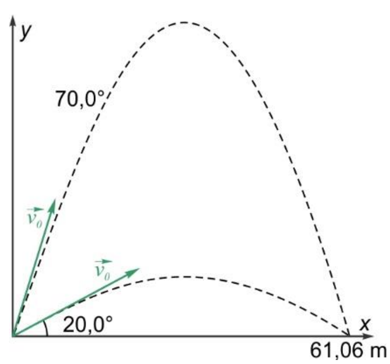
$$0 \times \cos\theta_0 = v_0 \sin\theta_0 \times \cos\theta_0 - \tfrac{1}{2} g \times \frac{x}{v_0 \cos\theta_0} \times \cos\theta_0$$

$$2 \sin\theta_0 \cos\theta_0 = \frac{gx}{v_0^2} \quad \Rightarrow \quad \sin(2\theta_0) = \frac{gx}{v_0^2}$$

$$\theta_0 = \frac{1}{2} \sin^{-1}\left(\frac{gx}{v_0^2}\right) = \frac{1}{2} \sin^{-1}\left(\frac{9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times 61{,}06\,\text{m}}{\left(110\,\frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{3{,}6\,\frac{\text{km}}{\text{h}}}\right)^2} \right) = \frac{1}{2} \sin^{-1}(0{,}642)$$

La fonction arc sinus admet elle-même deux solutions (car $\sin^{-1} x$ égale « θ » ou « 180°-θ »), d'où :

$$\theta_0 = \begin{array}{l} \rightarrow \tfrac{1}{2} \times 39{,}9° = 20{,}0° \\ \rightarrow \tfrac{1}{2} \times 140° = 70{,}0° \end{array}$$



Ces deux angles sont des solutions correctes. Le fait qu'il s'agisse de deux angles complémentaires confirme leur validité. La figure suivante illustre le mouvement lié à ces deux orientations, qui entraînent la même distance horizontale parcourue (pour une même hauteur de chute).

1 à 10 11 à 21 22 à 27

4.9 Solution : La première pierre retour à la question ▲

a) y = 15,7 m

On a des informations sur le module et l'orientation de la vitesse de la pierre 1,5 secondes après son lancer. Cet instant doit donc être le début ou la fin du mouvement étudié. Puisqu'on demande sa hauteur à ce moment par rapport au point du lancer, le point du lancer sera la position initiale de l'analyse en a). Puisque les autres questions traitent d'autres positions durant le vol entier, on peut numéroter les positions concernées (voir figure ci-contre).

On pourra exprimer les composantes de vitesse au point 1 en fonction des module et orientation donnés. Pour la portion du mouvement de 0 à 1, dont la durée est de 1,5 s, les paramètres sont :

$$\begin{array}{ll} x_0 = 0 & y_0 = 0 \\ x_1 = ? & y_1 = ?? \\ v_{x0} = ? & v_{y0} = ? \\ v_{x1} = v_1 \cos\theta_1 & v_{y1} = v_1 \sin\theta_1 \\ a_x = 0 & a_y = -g \end{array}$$
$$t = 1{,}5\,\text{s}$$

La liste des équations utiles est :

$$x_1 = \underbrace{x_0}_{0} + v_{x0} \cdot t \qquad (1)$$

$$y_1 = \underbrace{y_0}_{0} + v_{y0} \cdot t - \tfrac{1}{2} g t^2 \qquad (2)$$

$$v_{y1} = v_{y0} - gt \qquad (3)$$

L'équation (3) permettrait de connaître la vitesse initiale v_{y0}, et on pourra ensuite utiliser l'équation (2) pour calculer. De façon algébrique :

$$(3) \qquad v_{y1} = v_{y0} - gt \quad \Rightarrow \quad v_{y0} = v_{y1} + gt$$

$$(2) \qquad y_1 = v_{y0} \cdot t - \tfrac{1}{2} g t^2 = \left(v_{y1} + gt\right) \cdot t - \tfrac{1}{2} g t^2 = v_{y1} t + g t^2 - \tfrac{1}{2} g t^2 = v_1 \sin\theta_1 \cdot t + \tfrac{1}{2} g t^2$$

$$y_1 = \left(42{,}3\,\tfrac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}}}{3{,}6\,\tfrac{\text{km}}{\text{h}}}\right) \times \sin 15{,}5° \times 1{,}5\,\text{s} \; + \; \tfrac{1}{2} \times 9{,}81\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}^2} \times (1{,}5\,\text{s})^2 \; = \; 15{,}7\,\text{m}$$

b) v_0 = 21,1 m/s

Avec les mêmes paramètres que pour la partie a), on cherche le module de la vitesse v_0. Les paramètres de la partie a) ne considèrent que les deux composantes de la vitesse initiale. On devra donc les déterminer toutes les deux pour calculer le module ensuite. L'accélération en x étant nulle, la composante x de la vitesse initiale est égale à v_{x1}, donc :

$$v_{x0} = v_{x1} \; = \; v_1 \cos\theta_1 \; = \; \left(42{,}3\,\tfrac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}}}{3{,}6\,\tfrac{\text{km}}{\text{h}}}\right) \times \cos 15{,}5° \; = \; 11{,}3\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}}$$

On peut ensuite trouver v_{0y} à partir de l'équation (2), maintenant que v_0 y est la seule inconnue :

$$(2) \qquad y_1 = v_{y0} t - \tfrac{1}{2} g t^2 \quad \Rightarrow \quad v_{y0} = \frac{y_1 + \tfrac{1}{2} g t^2}{t} \; = \; \frac{15{,}7\,\text{m} + \tfrac{1}{2} \times 9{,}81\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}^2} \times (1{,}5\,\text{s})^2}{1{,}5\,\text{s}} \; = \; 17{,}9\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}}$$

Connaissant les deux composantes de la vitesse initiale, on peut ensuite calculer le module :

$$v_0 = \sqrt{v_{x0}^2 + v_{y0}^2} \; = \; \sqrt{\left(11{,}3\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + \left(17{,}9\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2} \; = \; 21{,}1\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}}$$

c) θ_0 = 57,6°

On peut calculer l'orientation de la vitesse initiale par :

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_{y0}}{v_{x0}}\right) \; = \; \tan^{-1}\left(\frac{17{,}9\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}}}{11{,}3\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}}}\right) \; = \; 57{,}6°$$

Il s'agit d'une orientation dans le premier cadran; il n'est donc pas nécessaire de faire une correction pour connaître la 2^{e} solution de la fonction arc tan.

d) 3,64 s

1 à 10 11 à 21 22 à 27

Pour connaître le temps entier passer dans les airs, on doit traiter le mouvement entier de la pierre, qui termine au point 2, et dont la durée est inconnue. Puisque la pierre retombe au même niveau et puisque l'on connaît maintenant les module et orientation de la vitesse initiale, les paramètres sont :

$$\begin{array}{ll} x_0 = 0 & y_0 = 0 \\ x_2 = ? & y_2 = 0 \\ v_{x0} = v_0 \cos\theta_0 & v_{y0} = v_0 \sin\theta_0 \\ v_{x2} = ? & v_{y2} = ? \\ a_x = 0 & a_y = -g \end{array}$$

$$t = ??$$

Les équations utiles, en faisant les remplacements des composantes de vitesse, sont :

$$x_2 = \underbrace{x_0}_{0} + v_0 \cos\theta_0 \cdot t \qquad (4)$$

$$\underbrace{y_2}_{0} = \underbrace{y_0}_{0} + v_0 \sin\theta_0 \cdot t - \tfrac{1}{2} g t^2 \qquad (5)$$

$$v_{y2} = v_0 \sin\theta_0 - gt \qquad (6)$$

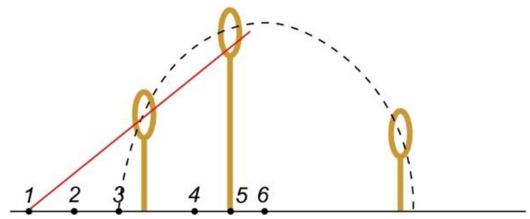
L'équation (5) contient t comme seule inconnue. On peut donc l'utiliser pour trouver la durée :

$$0 = 0 + v_0 \sin\theta_0 \cdot t - \tfrac{1}{2} g t^2 \quad \Rightarrow \quad t = \frac{2 v_0 \sin\theta_0}{g} = \frac{2 \times 21{,}1\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \times \sin 57{,}6°}{9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 3{,}64\ \text{s}$$

4.10 Solution : Saute dans mon cerceau retour à la question ▲

a) #2

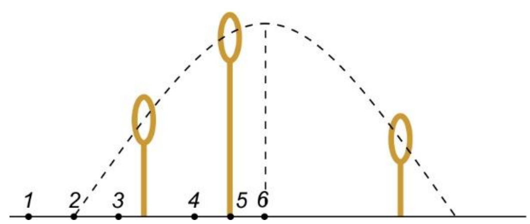
La trajectoire ne peut évidemment passer par l'un des points 4, 5 ou 6 si elle passe par les 3 cerceaux. Entre les points 1, 2 et 3, on peut écarter le point 1 parce que même si la trajectoire était une droite, elle ne passerait pas correctement dans les deux premiers cerceaux (voir la ligne rouge sur la figure ci-contre).



Le point 3 est plus susceptible de faire partie d'une trajectoire normale, mais la courbure qui permettrait à la courbe de passer par les deux premiers cerceaux n'est pas celle d'une parabole. Qui plus est, la trajectoire doit être symétrique et passer également dans le 3e cerceau, ce qui ne se fait pas en passant par le point 3. Seul le point 2 peut donc faire partie de la trajectoire correcte (voir la figure qui accompagne la partie b)).

b) #6

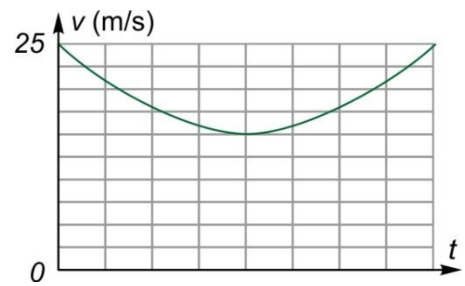
La trajectoire normale d'un projectile doit être symétrique, de part et d'autre du sommet. De chaque côté du sommet, des points à la même hauteur sur la trajectoire doivent donc être à la même distance horizontale de ce sommet. Seul le point 6 permet d'imaginer une parabole centrée en ce point tout en passant plausiblement par les deux cerceaux les plus bas (voir figure ci-contre).



4.11 Solution : La parabole à l'envers retour à la question ▲

a) θ_0 = 53,1°

L'information principale à extraire du graphique est le fait que le module de la vitesse de la balle au sommet de sa trajectoire est de 15 m/s. L'accélération horizontale étant nulle, le module de la vitesse au sommet coïncide momentanément avec la composante horizontale (constante) de vitesse. La composante horizontale de vitesse durant toute la trajectoire est donc de 15 m/s.



Ensuite, on constate que le module de la vitesse à l'instant initial est de 25 m/s. Par trigonométrie, le lien entre le module de la vitesse initiale et la composante horizontale est :

$$v_{x0} = v_0 \cos\theta_0 ,$$

ce qui entraîne :

[1 à 10] [11 à 21] [22 à 27]

$$\theta_0 = \cos^{-1}\left(\frac{v_{x0}}{v_0}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{15\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{25\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}\right) = 53{,}1°$$

b) Δx = 61,2 m

La distance horizontale parcourue par la balle demande l'analyse de la trajectoire entière, dont les paramètres sont (en plaçant l'origine à l'endroit du lancer) :

$$\begin{array}{ll} x_0 = 0 & y_0 = 0 \\ x = ?? & y = 0 \\ v_{x0} = 15\,\frac{\text{m}}{\text{s}} & v_{y0} = ? \\ v_x = ? & v_y = ? \\ a_x = 0 & a_y = -g \\ \multicolumn{2}{c}{t = ?} \end{array}$$

La composante de vitesse initiale v_{y0} peut être exprimée en fonction des module et orientation connus : $v_{y0} = v_0 \sin\theta_0$. Les équations du mouvement de projectile sont :

$$x = \underbrace{x_0}_{0} + v_{x0}t \qquad (1)$$

$$y = \underbrace{y_0}_{0} + v_0 \sin\theta_0 \cdot t - \tfrac{1}{2}gt^2 \qquad (2)$$

$$v_y = v_0 \sin\theta_0 - gt \qquad (3)$$

À partir des équations (1) et (2), on trouve :

(1) $$t = \frac{x}{v_{x0}}$$

(2) $$0 = v_0 \sin\theta_0 - \tfrac{1}{2}gt \quad \Rightarrow \quad 0 = v_0 \sin\theta_0 - \tfrac{1}{2}g \times \frac{x}{v_{x0}}$$

$$x = \frac{2v_0 \sin\theta_0 v_{x0}}{g} = \frac{2 \times 25\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \times \sin 53{,}1° \times 15\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 61{,}2\,\text{m}$$

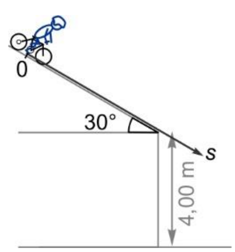
4.12 Solution : Le cascadeur retour à la question ▲

a) v = 7,67 m/s

La première partie du mouvement est un MRUA le long d'un plan incliné. L'accélération le long de la pente du toit est :

$$a = g\sin\theta$$

Pour le mouvement sur 6 mètres le long du toit, si on considère un axe s orienté dans le sens du mouvement (simplement pour ne pas faire de confusion avec les axes x et y qui seront utilisés dans la phase suivante), on peut établir les paramètres et équations suivants :



$$\begin{array}{l} s_0 = 0 \\ s = 6\,\text{m} \\ v_0 = 0 \\ v = ? \\ a = g\sin\theta \\ t = ? \end{array}$$

$$s = \underbrace{s_0}_{0} + \underbrace{v_0}_{0}t + \tfrac{1}{2}at^2 \qquad (1)$$

$$v = v_0 - at \qquad (2)$$

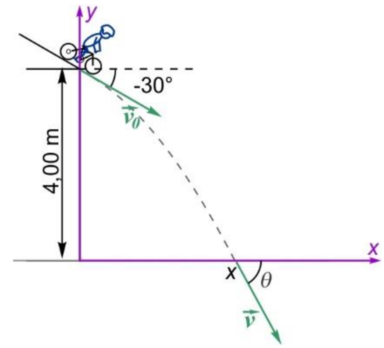
Les deux équations comportent ensemble deux inconnues, ce qui amène l'utilisation de l'équation en vitesses carrées :

$$v^2 = \underbrace{v_0^2}_{0} + 2a\left(s - \underbrace{s_0}_{0}\right) = 0 + 2 \times (g\sin\theta) \times s \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{2gs\sin\theta} = \sqrt{2 \times 9{,}81\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}^2} \times 6\,\text{m} \times \sin 30°} = 7{,}67\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}}$$

1 à 10   11 à 21   22 à 27

b) 3,94 m

La vitesse trouvée en a) est la vitesse du cascadeur en quittant le bord du toit On l'appellera v_0 dorénavant. Cette vitesse a une orientation qui est la même que la pente du toit, et il faut identifier cette orientation pour l'inclure dans les paramètres du mouvement de chute. La vitesse de 7,67 m/s est orientée à 30° sous l'horizontale. Si on considère un axe x horizontal vers la droite, l'angle représentant cette orientation est -30° (ou +330°) (voir figure ci-contre). On exprimera les composantes de la vitesse initiale (de la chute) en fonction de cette orientation et on placera l'origine du repère au pied du mur de la maison. Les paramètres sont :



$$\begin{array}{ll} x_0 = 0 & y_0 = 4{,}00\,\text{m} \\ x = ?? & y = 0 \\ v_{x0} = v_0 \cos -30° & v_{y0} = v_0 \sin -30° \\ v_x = v_{x0} & v_y = ? \\ a_x = 0 & a_y = -g \\ & t = ? \end{array}$$

Les équations pour ce mouvement de projectile sont :

$$x = \underbrace{x_0}_{0} + v_0 \cos(-30°)t \qquad (1)$$

$$y = \underbrace{y_0}_{0} + v_0 \sin(-30°) \cdot t - \tfrac{1}{2}gt^2 \qquad (2)$$

$$v_y = v_0 \sin(-30°) - gt \qquad (3)$$

L'équation (1) ne suffit pas pour trouver la distance car le temps est inconnu. Le temps est cependant la seule inconnue dans l'équation (2); on peut alors le calculer pour l'utiliser ensuite dans l'équation (1) :

$$(2) \qquad 0 = y_0 + v_0 \sin(-30°) \cdot t - \tfrac{1}{2}gt^2$$

C'est une équation du second degré qui exige pour sa solution :

$$\tfrac{1}{2}gt^2 - v_0 \sin(-30°)t - y_0 = 0$$

$$at^2 + bt + c = 0 \quad \rightarrow \quad 4{,}905 \cdot t^2 + 3{,}836 \cdot t - 4{,}00 = 0 \quad \rightarrow \quad \begin{array}{l} t_1 = 0{,}593\,\text{s} \\ t_2 = -1{,}375\,\text{s} \end{array}$$

La solution positive est évidemment la valeur à conserver comme durée de la chute. Avec l'équation (1), on trouve ensuite la position x à la fin de la chute :

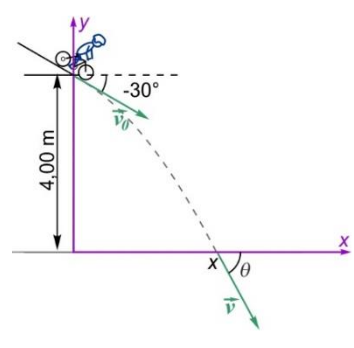
$$(1) \qquad x = v_0 \cos(-30°)t \; = \; 7{,}67\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}} \times \cos(-30°) \times 0{,}593\,\text{s} \; = \; 3{,}94\,\text{m}$$

c) -55,5°

L'orientation de la vitesse finale se trouve à partir de ses deux composantes par :

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_y}{v_x}\right) \qquad (4)$$

La composante v_x étant constante durant la chute, on la connaît déjà par $v_0$cos(-30°) :



$$v_x = v_0 \cos(-30°) \; = \; 7{,}67\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}} \times \cos(-30°) \; = \; 6{,}64\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}}$$

La composante verticale de vitesse au contact du sol peut être trouvée par l'équation (3) établie en b) :

$$(3) \qquad v_y = v_0 \sin(-30°) - gt \; = \; 7{,}67\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}} \times \sin(-30°) - 9{,}81\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}^2} \times 0{,}593\,\text{s} \; = \; -9{,}65\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}}$$

L'angle est alors :

$$(4) \qquad \theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_y}{v_x}\right) \; = \; \tan^{-1}\left(\frac{-9{,}65\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{6{,}64\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}\right) \; = \; -55{,}5°$$

Cette orientation dans le 4^{e} cadran est cohérente avec la direction de la vitesse. Il n'y a donc pas de correction d'angle à faire (on pourrait aussi l'exprimer par 305°).

4.13 Solution : D'arbre en arbre retour à la question ▲

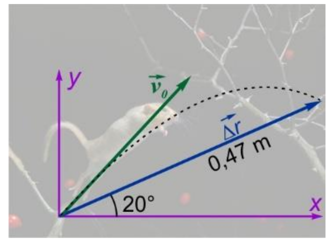
v = 2,67 m/s

1 à 10 11 à 21 22 à 27

À partir de la position de la branche par rapport au point de départ du loir, on peut calculer les coordonnées x et y finales du saut (voir figure ci-contre) :

$$x = 0{,}47\,\text{m} \times \cos 20{,}0° \quad = \quad 0{,}442\,\text{m}$$

$$y = 0{,}47\,\text{m} \times \sin 20{,}0° \quad = \quad 0{,}161\,\text{m}$$



On peut alors établir la liste des paramètres pour le saut :

$$\begin{array}{ll} x_0 = 0 & y_0 = 0 \\ x = 0{,}442\,\text{m} & y = 0{,}161\,\text{m} \\ v_{x0} = ?? = v_0 \cos 43° & v_{y0} = ?? = v_0 \sin 43° \\ v_x = ? & v_y = ? \\ a_x = 0 & a_y = -g \end{array}$$

$$t = ?$$

Les équations pour ce mouvement de projectile sont :

$$x = \underbrace{x_0}_{0} + v_0 \cos(43°) \cdot t \qquad (1) \qquad\qquad y = \underbrace{y_0}_{0} + v_0 \sin(43°) \cdot t - \tfrac{1}{2} g t^2 \qquad (2)$$

$$v_y = v_0 \sin(43°) - gt \qquad (3)$$

On cherche le module de la vitesse initiale qui figure dans toutes les équations. Les équations (1) et (2) forment un système de deux équations et deux inconnues (v_0 et t). On peut isoler t dans l'équation (1) et le substituer dans l'équation (2) :

(1) $$t = \frac{x}{v_0 \cos(43°)}$$

(2) $$y = v_0 \sin(43°) \cdot \left(\frac{x}{v_0 \cos(43°)} \right) - \frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_0 \cos(43°)} \right)^2 \quad = \quad x \tan(43°) - \frac{g x^2}{2 v_0^2 \cos^2(43°)}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{g x^2}{2 \cos^2(43°) \left(x \tan(43°) - y \right)}} \quad = \quad 2{,}67\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}}$$

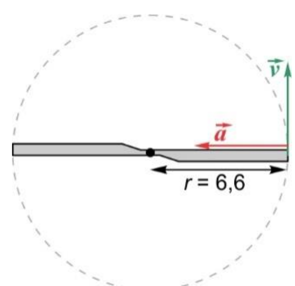
4.2 LE MOUVEMENT CIRCULAIRE UNIFORME

4.14 Solution : L'hélicoptère retour à la question ▲

a_r = 1041 m/s²

L'équation de l'accélération centripète est :

$$a_r = \frac{v^2}{r}$$



On connait la vitesse de l'extrémité d'une pale, et le rayon est la moitié du diamètre connu :

$$a_r = \frac{v^2}{r} \quad = \quad \frac{\left(82{,}9\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{6{,}6\,\text{m}} \quad = \quad 1041\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

4.15 Solution : Virage serré retour à la question ▲

a_r = 3,71 m/s²

L'équation de l'accélération centripète est :

$$a_r = \frac{v^2}{r}$$

Si on effectue la conversion de la vitesse en mètres par seconde à même le calcul de l'accélération :

1 à 10 11 à 21 22 à 27

$$a_r = \frac{v^2}{r} = \frac{\left(19{,}0\,\frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{3{,}6\,\frac{\text{km}}{\text{h}}}\right)^2}{7{,}5\,\text{m}} = 3{,}71\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

4.16 Solution : Orientation de l'accélération retour à la question ▲

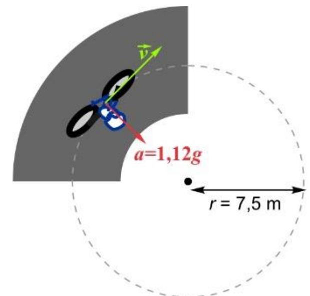
Exercices en ligne

4.17 Solution : Course de moto retour à la question ▲

v = 18,0 m/s

L'accélération latérale donnée pour la moto est en fait l'accélération centripète, donnée comme un facteur de l'accélération gravitationnelle g. Ainsi, l'accélération centripète subie par la moto est :

$$a_r = 1{,}12g = 1{,}12 \times 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 10{,}99\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$



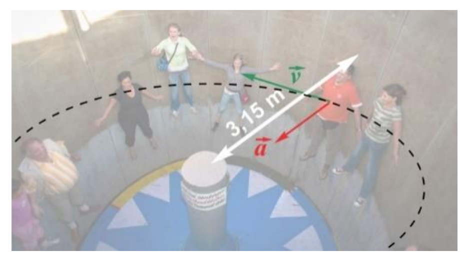
Puisqu'on connaît le rayon de courbure et l'accélération centripète maximale supportée, on peut déterminer la vitesse maximale correspondante par l'équation :

$$a_r = \frac{v^2}{r} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{a_r r} = \sqrt{10{,}99\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times 29{,}5\,\text{m}} = 18{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

4.18 Solution : Le Rotor retour à la question ▲

T = 2,30 s

L'équation liant le mouvement de rotation et l'accélération centripète à la période de rotation est :



$$a_r = \frac{4\pi^2 r}{T^2} \quad \text{car} \quad a_r = \frac{\left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2}{r} = \frac{\left(\frac{4\pi^2 r^2}{T^2}\right)}{r} = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

Si on isole la période :

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r}{a_r}} = \sqrt{\frac{4\pi^2 \times 3{,}15\,\text{m}}{23{,}6\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 2{,}30\,\text{s}$$

4.3 LE MOUVEMENT CIRCULAIRE NON UNIFORME

4.19 Solution : Tourner en rond retour à la question ▲

a) v_t = 1,88 m/s

La vitesse recherchée est la vitesse tangentielle, et on connait la vitesse tangentielle. On doit donc traiter le mouvement tangentiel. Les paramètres sont :

$$s_0 = 0$$
$$s = ?$$
$$v_{t0} = 0$$
$$v_t = ?$$
$$a_t = 0{,}750\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$
$$t = 2{,}50\,\text{s}$$

Les équations, pour le mouvement tangentiel, sont :

$$s = s_0 + v_{t0}t + \tfrac{1}{2}a_t t^2 \qquad (1)$$
$$v_t = v_{t0} + a_t t \qquad (2)$$

L'équation (2) permet de calculer v_t :

$$v_t = v_{t0} + a_t t \quad = \quad 0 + 0{,}750\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}^2} \times 2{,}50\,\text{s} \quad = \quad 1{,}875\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}}$$

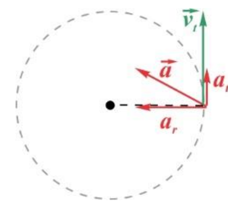
b) a_r = 4,14 m/s²

L'accélération centripète à 2,50 s est liée à la vitesse tangentielle à cet instant, celle trouvée en a) :

$$a_r = \frac{v_t^2}{r} \quad = \quad \frac{\left(1{,}875\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{0{,}85\,\text{m}} \quad = \quad 4{,}14\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

c) a = 4,20 m/s²

Le module de l'accélération est celui de l'accélération réelle, résultant des composantes radiale et tangentielle (voir figure ci-contre). L'équation du module est alors :



$$a = \sqrt{a_r^2 + a_t^2} \quad = \quad \sqrt{\left(4{,}14\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)^2 + \left(0{,}750\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)^2} \quad = \quad 4{,}20\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

d) n = 0,439 tr

L'équation (1) établie en a) peut nous donner la distance s parcourue le long du cercle, qu'on utilisera ensuite pour calculer le nombre de tours auquel ça correspond :

$$s = s_0 + v_{t0}t + \tfrac{1}{2}a_t t^2 \quad = \quad 0 + 0 \cdot t + \tfrac{1}{2} \times 0{,}750\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}^2} \times (2{,}50\,\text{s})^2 \quad = \quad 2{,}34\,\text{m}$$

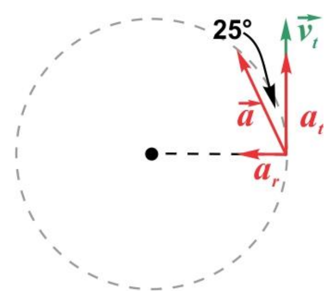
Sur un cercle d'un rayon de 0,85 m, le lien entre la distance parcourue et le nombre de tours est :

$$n = \frac{\Delta s}{2\pi r} \quad = \quad \frac{s - s_0}{2\pi r} \quad = \quad \frac{2{,}34\,\text{m} - 0}{2\pi \times 0{,}85\,\text{m}} \quad = \quad 0{,}439\,\text{tr}$$

4.20 Solution : Rayon inconnu retour à la question ▲

a) a_r = 2,01 m/s²

L'accélération centripète est liée à la vitesse tangentielle et au rayon par :



$$a_r = \frac{v_t^2}{r}$$

Cependant, on ignore et la vitesse tangentielle. On doit plutôt faire un lien entre l'accélération centripète et l'angle qu'elle fait avec l'accélération réelle de grandeur connue. La figure ci-contre montre la relation entre a_r et a. Par trigonométrie, on peut alors calculer la composante radiale de l'accélération, celle qui est opposée à l'angle connu :

$$\sin\theta = \frac{a_r}{a} \quad \Rightarrow \quad a_r = a\sin\theta \quad = \quad 4{,}75\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}^2}\sin 25° \quad = \quad 2{,}01\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

b) a_t = 4,30 m/s²

L'accélération tangentielle est la composante adjacente à l'angle connu dans la figure montrée en a) :

$$\cos\theta = \frac{a_t}{a} \quad \Rightarrow \quad a_t = a\sin\theta \quad = \quad 4{,}75\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}^2}\cos 25° \quad = \quad 4{,}30\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

c) a_r = 2,80 m/s²

Le module de la vitesse (qui est à la fois la vitesse tangentielle) est lié à la valeur de la composante radiale d'accélération, ou accélération centripète :

$$a_r = \frac{v_t^2}{r} \quad \Rightarrow \quad v_t^2 = a_r r \quad = \quad \sqrt{2{,}01\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}^2} \times 3{,}90\,\text{m}} \quad = \quad 2{,}80\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

4.21 Solution : Manœuvre d'évitement retour à la question ▲

a) a_t = -4,90 m/s²

L'accélération tangentielle est l'accélération le long de la trajectoire, qui est un quart de circonférence. La distance parcourue durant la manœuvre est :

$$\Delta s = \frac{1}{4}\times(2\pi r) = \frac{\pi r}{2}$$

On s'intéresse à l'accélération tangentielle à mi-chemin dans la manœuvre, mais l'énoncé indique que la décélération est constante. L'accélération à tout instant (ou endroit) est donc égale à l'accélération tangentielle moyenne. On peut la calculer en traitant le mouvement entier. Le long de la trajectoire (mouvement tangentiel), les paramètres sont :

$s_0 = 0$

$s = \dfrac{\pi r}{2}$

$v_{t0} = 36\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$

$v_t = 0$

$a_t = ?$

$t = ?$

Les équations pour le mouvement tangentiel sont :

$$s = s_0 + v_{t0}t + \tfrac{1}{2}a_t t^2 \qquad (1)$$

$$v_t = v_{t0} + a_t t \qquad (2)$$

Puisqu'on ignore l'accélération et la durée, on doit fusionner les deux équations, ce qui revient à utiliser l'équation suivante :

$$\underbrace{v_t^2}_{0} = v_{t0}^2 + 2a_t\left(s - \underbrace{s_0}_{0}\right) \qquad (3)$$

On peut alors isoler a_t :

$$0 = v_{t0}^2 + 2a_t s \quad \Rightarrow \quad a_t = \frac{-v_{t0}^2}{2s} = \frac{-v_{t0}^2}{2\times\frac{\pi r}{2}} = \frac{-v_{t0}^2}{\pi r} = \frac{-\left(36\ \frac{\text{km}}{\text{h}}\times\frac{1\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{3{,}6\ \frac{\text{km}}{\text{h}}}\right)^2}{\pi\times 6{,}5\,\text{m}} = -4{,}90\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

C'est l'accélération tangentielle moyenne, c'est donc aussi l'accélération tangentielle à tout instant, et l'accélération tangentielle à mi-chemin dans la manœuvre.

b) v_t = 7,07 m/s

Puisqu'on nous questionne sur une donnée à mi-chemin dans la manœuvre, cet endroit sera le point final du mouvement étudié. On devra exprimer la distance parcourue à cet endroit, ce qui peut être fait en sachant que c'est à mi-chemin dans un déplacement d'un quart de cercle, donc un huitième de cercle :

$$\Delta s = \frac{1}{8}2\pi r = \frac{\pi r}{4} = \frac{\pi\times 6{,}5\,\text{m}}{4} = 5{,}11\,\text{m}$$

Aussi, remarquons que la vitesse initiale, convertie en m/s, est de 10 m/s, selon la conversion faite en a). Les paramètres sont :

$s_0 = 0$

$s = \dfrac{\pi r}{4} = 5{,}11\,\text{m}$

$v_{t0} = 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$v_t = ?$

$a_t = -4{,}90\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

$t = ?$

Les équations pour le mouvement tangentiel sont :

$$s = s_0 + v_{t0}t + \tfrac{1}{2}a_t t^2 \qquad (4)$$

$$v_t = v_{t0} + a_t t \qquad (5)$$

Les deux équations comportent deux inconnues, on a donc encore besoin de l'équation en vitesses carrées :

$$v_t^2 = v_{t0}^2 + 2a_t\left(s - \underbrace{s_0}_{0}\right) \quad \Rightarrow \quad v_t = \sqrt{v_{t0}^2 + 2a_t s} = \sqrt{\left(10\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + 2\times\left(-4{,}90\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)\times 5{,}11\,\text{m}} = 7{,}07\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

1 à 10 11 à 21 22 à 27

c) a_r = 7,69 m/s²

L'accélération centripète à un certain moment ou endroit dépend de la vitesse à cet instant; c'est la vitesse trouvée en b). L'accélération centripète est alors :

$$a_r = \frac{v_t^2}{r} = \frac{\left(7{,}07\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{6{,}5\,\text{m}} = 7{,}69\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

d) a = 9,12 m/s²

L'accélération réelle est celle formée par les composantes radiale (centripète) et tangentielle :

$$a = \sqrt{a_r^2 + a_t^2} = \sqrt{\left(7{,}69\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)^2 + \left(-4{,}90\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)^2} = 9{,}12\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

e) a = 16,1 m/s²

Au tout début du freinage, l'accélération tangentielle est la même, car elle est constante durant toute la manœuvre. Cependant, l'accélération centripète varie avec la vitesse. Au tout début de la manœuvre, la vitesse est encore de 10 m/s. L'accélération centripète est alors :

$$a_r = \frac{v_t^2}{r} = \frac{\left(10\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{6{,}5\,\text{m}} = 15{,}4\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$a = \sqrt{a_r^2 + a_t^2} = \sqrt{\left(15{,}4\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)^2 + \left(-4{,}90\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)^2} = 16{,}1\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

f) t = 2,04 s

La durée de la manœuvre est la durée t faisant partie de la liste de paramètres établie en a). Cette fois-ci, l'accélération est connue et l'équation (2) permet de calculer la durée (l'équation (1) également, mais avec plus de travail) :

$$s_0 = 0$$
$$s = \frac{\pi r}{2}$$
$$v_{t0} = 36\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$$
$$v_t = 0$$
$$a_t = -4{,}90\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$
$$t = ?$$

L'équation (2) permet de calculer la durée (l'équation (1) également, mais avec plus de travail) :

$$\underset{0}{v_t} = v_{t0} + a_t t \quad ➔ \quad t = \frac{-v_{t0}}{a} = \frac{-10\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{-4{,}90\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 2{,}04\,\text{s}$$

4.22 Solution : Rien ne va plus retour à la question ▲

a) n = 38,2 tr

Le nombre de tours effectués par la bille est lié à la distance parcourue sur la circonférence, donc au mouvement tangentiel de la bille. Pour le mouvement où la vitesse passe de 3,45 m/s à 0,87 m/s tel que décrit dans l'énoncé, on cherche d'abord la distance parcourue, qui permettra de trouver le nombre de tours correspondant. Les paramètres sont :

$$s_0 = 0$$
$$s = ??$$
$$v_{t0} = 3{,}45\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$
$$v_t = 0{,}87\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$
$$a_t = ?$$
$$t = 31{,}0\,\text{s}$$

Lest équations pour le mouvement tangentiel sont :

$$s = s_0 + v_{t0}t + \tfrac{1}{2}a_t t^2 \qquad (1)$$
$$v_t = v_{t0} + a_t t \qquad (2)$$

[1 à 10](#) [11 à 21](#) [22 à 27](#)

L'équation (1) est la seule à contenir la distance s recherchée, mais l'accélération est également inconnue. On pourrait la calculer d'abord avec l'équation (2), ou utiliser en une seule étape l'équation combinée où l'accélération ne figure pas :

$$s = s_0 + \frac{v_{t0} + v_t}{2} \cdot t \qquad (3)$$

On peut alors calculer s :

$$s = 0 + \frac{3{,}45\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} + 0{,}87\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{2} \cdot 31\,\mathrm{s} \;=\; 67{,}0\,\mathrm{m}$$

Le nombre de tours correspondant à cette distance, sur un cercle de 27,9 cm de rayon, est donné par :

$$n = \frac{\Delta s}{2\pi r} \;=\; \frac{s - s_0}{2\pi r} \;=\; \frac{67{,}0\,\mathrm{m} - 0}{2\pi \times 0{,}279\,\mathrm{m}} \;=\; 38{,}2\,\mathrm{tr}$$

b) a_t = -0,0832 m/s²

L'équation (2) permet de calculer l'accélération tangentielle :

$$v_t = v_{t0} + a_t t \quad \Rightarrow \quad a_t = \frac{v_t - v_{t0}}{t} \;=\; \frac{0{,}87\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} - 3{,}45\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{31\,\mathrm{s}} \;=\; -0{,}0832\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

4.4 LE MOUVEMENT RELATIF

4.23 Solution : Le convoi [retour à la question ▲](#)

$v_{B/A}$ = 0

Définissons un axe orienté dans le sens de la vitesse de l'auto A, par rapport à laquelle on veut décrire la vitesse de l'auto B. Indépendamment de cet axe, écrivons l'équation liant les vitesses relatives impliquées. Le sol (S) est le référentiel fixe, et l'auto A est le référentiel mobile par rapport auquel la vitesse de l'auto B est également évoquée. Ainsi, l'équation mettant en relations ces vitesses est :

$$\vec{v}_{B/S} = \vec{v}_{B/A} + \vec{v}_{A/S}$$

Puisqu'il n'y a qu'une dimension de traitée dans ce problème l'équation se réduira à la composante x, en tenant compte des signes des vitesses :

$$v_{B/S} = v_{B/A} + v_{A/S}$$

On cherche la vitesse relative de la voiture B par rapport à la voiture A donc on cherche $v_{B/A}$. En l'isolant :

$$v_{B/A} = v_{B/S} - v_{A/S}$$

La première voiture définit le sens des axes utilisés, donc a une vitesse par rapport au sol $v_{A/S}$ de 50 km/h. La deuxième voiture a une vitesse dans la même direction, donc une vitesse $v_{B/S}$ de 50 km/h. On peut alors calculer la vitesse relative :

$$v_{B/A} = v_{B/S} - v_{A/S} \;=\; 50\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} - 50\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} \;=\; 0$$

Les deux voitures allant à la même vitesse, il est logique que la voiture de devant semble immobile pour observateur qui se trouve dans la première.

4.24 Solution : La rencontre [retour à la question ▲](#)

$v_{B/A}$ = -166 km/h

Définissons un axe orienté dans le sens de la vitesse de l'auto A, par rapport à laquelle on veut décrire la vitesse de l'auto B. Indépendamment de cet axe, écrivons l'équation liant les vitesses relatives impliquées. Le sol (S) est le référentiel fixe, et l'auto A est le référentiel mobile par rapport auquel la vitesse de l'auto B est également évoquée. Ainsi, l'équation mettant en relations ces vitesses est :

$$\vec{v}_{B/S} = \vec{v}_{B/A} + \vec{v}_{A/S}$$

Puisqu'il n'y a qu'une dimension de traitée dans ce problème l'équation se réduira à la composante x, en tenant compte des signes des vitesses :

1 à 10 11 à 21 22 à 27

$$v_{B/S} = v_{B/A} + v_{A/S}$$

On cherche la vitesse relative de la seconde voiture (B) par rapport à la première (A) donc on cherche $v_{B/A}$. En l'isolant :

$$v_{B/A} = v_{B/S} - v_{A/S}$$

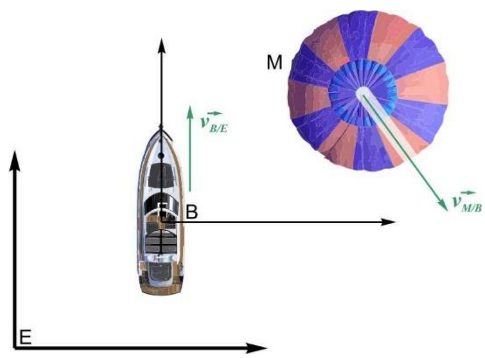
e $v_{B/S}$ de -79 km/h. On peut alors calculer la vitesse relative :

$$v_{B/A} = v_{B/S} - v_{A/S} \;=\; \left(-79\,\frac{\text{km}}{\text{h}}\right) - 87\,\frac{\text{km}}{\text{h}} \;=\; -166\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

4.25 Solution : La montgolfière

retour à la question ▲

$$\vec{v}_{vent} = \left(9{,}36\,\frac{\text{km}}{\text{h}}\,;\,-19{,}6°\right)$$



On cherche la vitesse du vent, qui est révélée par la vitesse de la montgolfière car une montgolfière est tributaire du vent. L'eau (posons « E ») (pour laquelle on ne définit aucun déplacement) est le référentiel fixe qui contiendra le bateau « B » et la vitesse de la montgolfière « M » doit être définie à la fois par rapport au sol et par rapport au bateau. C'est donc le bateau qui est le référentiel en mouvement. L'équation des vitesses relatives est donc :

$$\vec{v}_{M/E} = \vec{v}_{M/B} + \vec{v}_{B/E}$$

Séparons cette équation en composantes x et y pour faciliter le traitement :

$$v_{M/E,x} = v_{M/B,x} + v_{B/E,x}$$

et

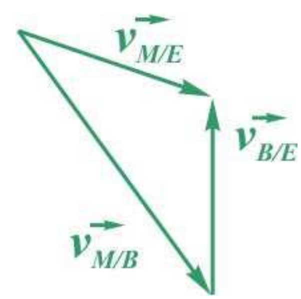
$$v_{M/E,y} = v_{M/B,y} + v_{B/E,y}$$

On cherche la vitesse de la montgolfière par rapport à l'eau, qui est déjà isolée dans l'équation. Les autres variables peuvent être exprimées par les modules et orientations des vitesses, en convertissant les orientations en angles mathématiques. Le nord est à l'orientation 90° selon le cercle trigonométrique, alors que 36° à l'est du sud est une orientation de 306° :

$$v_{M/E,x} = v_{M/B}\cdot\cos 306° + v_{B/E}\cdot\cos 90° \;=\; 15\,\frac{\text{km}}{\text{h}}\cdot\cos 306° + 9\,\frac{\text{km}}{\text{h}}\cdot\cos 90° \;=\; 8{,}82\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Appliquons également cette méthode selon y :

$$v_{M/E,y} = v_{M/B}\cdot\sin 306° + v_{B/E}\cdot\sin 90° \;=\; 15\,\frac{\text{km}}{\text{h}}\cdot\sin 306° + 9\,\frac{\text{km}}{\text{h}}\cdot\sin 90° \;=\; -3{,}14\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$$



Pour calculer le module de la vitesse résultante :

$$v_{M/E} = \sqrt{v_{M/E,x}^2 + v_{M/E,y}^2} \;=\; \sqrt{\left(8{,}82\,\frac{\text{km}}{\text{h}}\right)^2 + \left(-3{,}14\,\frac{\text{km}}{\text{h}}\right)^2} \;=\; 9{,}36\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Et l'orientation :

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_{M/E,y}}{v_{M/E,x}}\right) \;=\; \tan^{-1}\left(\frac{-3{,}14\,\frac{\text{km}}{\text{h}}}{8{,}82\,\frac{\text{km}}{\text{h}}}\right) \;=\; -19{,}6°$$

Le vent souffle donc à 9,36 km/h, à 19,6° au sud de l'est. Sur la figure ci-contre, on peut voir la relation entre les vecteurs.

4.26 Solution : Un vent de travers

retour à la question ▲

a) 172°

La vitesse d'un avion (A) est généralement mesurée (par les cadrans) par rapport à l'air, puisque c'est dans l'air que l'avion se propulse. La vitesse de l'air, elle, peut être définie par rapport au sol (S). L'air (désignons-le par R) est donc le référentiel mobile dans lequel la vitesse de l'avion peut être donnée. L'équation des vitesses relatives est donc :

$$\vec{v}_{A/S} = \vec{v}_{A/R} + \vec{v}_{R/S}$$

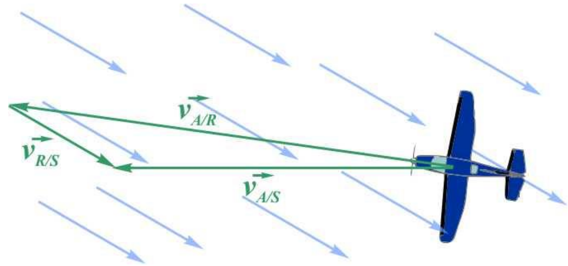
Si on veut que l'avion se déplace directement vers une destination située franc ouest, la seule composante de la vitesse de l'avion par rapport au sol ($v_{A/S}$) est donc horizontale sur un schéma ($v_{A/S,y} = 0$). Si le vent a une composante de vitesse vers le sud, l'avion devra, pour compenser, s'orienter légèrement vers le nord (voir la figure qui suit). Les équations des vitesses relatives, appliquées à chaque dimension, sont :

[1 à 10](#) [11 à 21](#) [22 à 27](#)

$$v_{A/S,x} = v_{A/R,x} + v_{R/S,x}$$

et

$$\underbrace{v_{A/S,y}}_{0} = v_{A/R,y} + v_{R/S,y}$$



Puisque les vitesses de l'avion et du vent sont données en modules et orientations, exprimons ces équations en fonction des modules et orientations :

$$v_{A/S}\cos\theta_{A/S} = v_{A/R}\cos\theta_{A/R} + v_{R/S}\cos\theta_{R/S} \qquad (1)$$

$$0 = v_{A/R}\sin\theta_{A/R} + v_{R/S}\sin\theta_{R/S} \qquad (2)$$

Le vent souffle à $v_{R/S}$ = 62 km/h dans un azimut de 120° (à 120° du nord, mesuré en sens horaire), ce qui correspond à l'angle mathématique de -30°, donc $\theta_{R/S}$ = (-30°).

Puisque l'avion doit se déplacer franc ouest, l'orientation de sa vitesse par rapport au sol $\theta_{A/S}$ est de 180°, mais le module de sa vitesse est inconnu (c'est sa vitesse dans l'air $v_{A/R}$ qui a un module de 225 km/h).

L'équation (2) comporte comme seule inconnue l'orientation $\theta_{A/R}$ qu'on cherche :

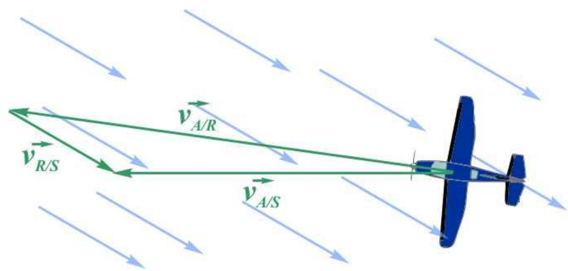
(2) $$0 = v_{A/R}\sin\theta_{A/R} + v_{R/S}\sin\theta_{R/S}$$

$$\theta_{A/R} = \sin^{-1}\left(\frac{-v_{R/S}\sin\theta_{R/S}}{v_{A/R}}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{-62\,\frac{\text{km}}{\text{h}}\times\sin(-30°)}{225\,\frac{\text{km}}{\text{h}}}\right) = 7{,}92°$$

On trouve une orientation dans le 1er cadran, ce qui est incohérent avec le fait que l'avion doive aller vers l'ouest. On doit en fait trouver la 2^{e} solution de la fonction sin^{-1}, qui est plutôt : 180°-7,92° = 172°.

L'avion doit donc s'orienter à environ 7,92° au nord de l'ouest pour compenser le vent qui a une composante sud.

La figure ci-contre montre la relation entre les trois vitesses impliquées, en respectant les proportions.



b) $v_{a/s}$ = 169 km/h

L'orientation de l'avion dans l'air étant maintenant connue, l'équation (1) développée en a) comporte maintenant une seule inconnue, la vitesse que l'on cherche, vitesse réelle de l'avion par rapport au sol, $v_{A/S}$:

$$v_{A/S} = \frac{v_{A/R}\cos\theta_{A/R} + v_{R/S}\cos\theta_{R/S}}{\cos\theta_{A/S}} = \frac{225\,\frac{\text{km}}{\text{h}}\times\cos 172° + 62\,\frac{\text{km}}{\text{h}}\times\cos(-30°)}{\cos 180°} = 169\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

c) t = 4,57 h

On a déterminé que la vitesse réelle de l'avion est dirigée franc ouest, et qu'elle est de 171 km/h. On peut donc réduire cette situation à un mouvement à une dimension à vitesse constante sur la trajectoire de l'avion, avec une distance à parcourir s de 780 km :

$$s = 0 + v_{A/S}t + \underbrace{\tfrac{1}{2}at^2}_{0}$$

$$t = \frac{s}{v_{A/S}} = \frac{780\,\text{km}}{\frac{\text{km}}{\text{h}}} = 4{,}61\,\text{h}$$

4.27 Solution : La fronde

[retour à la question ▲](#)

$v_{r/p}$ = 300 km/h

La vitesse de 200 km/h de la roche est une vitesse par rapport au sol; désignons-la par $v_{r/s}$. La vitesse donnée pour l'automobile est aussi une vitesse par rapport au sol : $v_{a/s}$. Si on tient compte des directions opposées (donnons arbitrairement un sens positif à la vitesse de la roche décrite en premier, on a :

$$v_{r/s} = +200\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$v_{a/s} = -100\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

L'équation de la vitesse relative mettant en relation ces deux vitesses avec la vitesse recherche de la roche par rapport à l'auto ($v_{r/a}$) est :

1 à 10 11 à 21 22 à 27

$$v_{r/s} = v_{r/a} + v_{a/s} \quad \Rightarrow \quad v_{r/a} = v_{r/s} - v_{a/s} = 200\,\tfrac{\text{km}}{\text{h}} - \left(-100\,\tfrac{\text{km}}{\text{h}}\right) = 300\,\tfrac{\text{km}}{\text{h}}$$

Par rapport au parebrise, la roche se déplace donc à 300 km/h!