1 à 10 11 à 21 22 à 34 35 à 42

CH 2 LE MOUVEMENT RECTILIGNE

CONSTANTES UTILES

$g = 9{,}81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

ÉQUATIONS LIÉES AU CHAPITRE :

$\Delta x = x - x_0$

$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - x_0}{t - t_0}$ $\qquad$ $\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0}$

$v_x = v_{0x} + a_x t$ $\qquad$ $x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$

$v^2 = v_0^2 + 2a\cdot(x - x_0)$ $\qquad$ $x = x_0 + \left(\frac{v_0 + v}{2}\right)t$

$a_x = \lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{d^2x}{dt^2}$ $\qquad$ $v_x = \lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$

$\bar{v} = \frac{v_0 + v}{2}$ $\qquad$ $x = x_0 + \bar{v}t$

À moins d'avis contraire, négligez la résistance de l'air.

2.1 POSITION ET DÉPLACEMENT

2.1 Exercices : Déplacement en *y* solution ▶

Une particule se trouvant à y = 2,45 cm se déplace jusqu'à la position y = -0,24 cm. Déterminez :

a) le déplacement de la particule;
b) sa distance parcourue.

2.2 Question : Déplacement égale distance solution ▶

Dans lesquels des cas suivants le déplacement d'un mobile est-il équivalent à sa distance parcourue?

a) x_i = 23,0 m, x_f = 45,5 m;
b) x_1 = 2,00 m, x_2 = -5,00 m, x_3 = 1,00 m;
c) x_1 = 0,00 m, x_2 = 0,50 m, x_3 = 1,50 m;
d) Un objet demeure immobile à x = 2,23 cm;
e) x_1 = 2 m, x_2 = 1 m, x_3 = 0 m.

2.3 Question : Spring break solution ▶

À vol d'oiseau, la distance entre Sainte-Foy et Miami Beach est de 2 457 km.

a) Quelle distance devrez-vous parcourir en auto, selon le chemin le plus court, pour vous y rendre? (Utilisez une application GPS qui fournit un itinéraire.)
b) Quel pourcentage le surplus représente-t-il par rapport à la distance en ligne droite?

2.4 Question : Aller-retour à vélo solution ▶

En vélo, vous vous rendez chez un ami qui demeure à 10 km de chez vous, et revenez ensuite.

a) Quel est votre distance parcourue?
b) Quel est votre déplacement résultant?

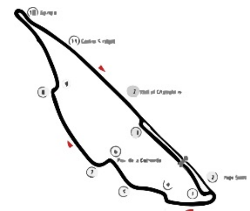
2.5 Exercice : Point de retour solution ▶

Après un déplacement en deux phases le long d'un axe, un objet termine sa course à x = 2,25 m. Sachant que son déplacement résultant est de -1,45 m et qu'il a parcouru 4,20 m, déterminez :

a) sa position initiale;
b) la position où son mouvement s'est inversé.

2.2 LA VITESSE MOYENNE

2.6 Exercice : Formule 1 solution ▶

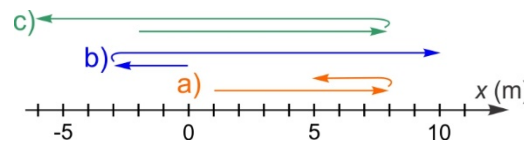


Le circuit de Formule 1 Gilles Villeneuve, à Montréal, mesure 4,361 km, et le gagnant du Grand Prix en 2016 a complété les 70 tours prévus en 1 heure 31 minutes 5,296 secondes.

a) Déterminez sa vitesse scalaire moyenne sur l'ensemble de la course, en kilomètres par heure.
b) Sur cette même piste, le meilleur tour effectué par une formule 1 a duré 1 min 11,459 s. Quelle était la vitesse scalaire moyenne?

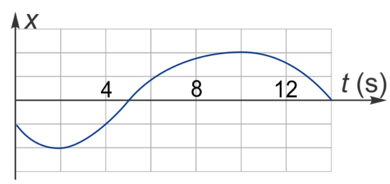
2.7 Exercice : Vitesses moyennes solution ▶

À partir du graphique suivant, déterminez la vitesse moyenne ($\bar{v}$) et la vitesse scalaire moyenne ($\bar{v}_{scal}$) de chaque mobile a), b) et c). Chacun des trois déplacements s'est fait dans un temps de 10 s.



2.8 Question : Changement de sens solution ▶

Dans le mouvement décrit par le graphique suivant, à quel(s) instant(s) le mouvement change-t-il de sens?



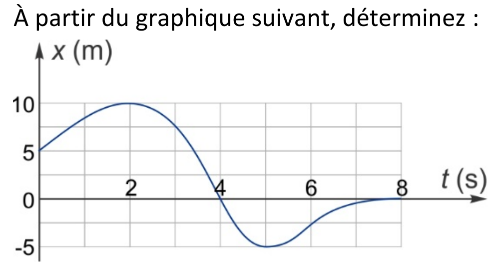
2.9 Exercice : Jogging solution ▶

Un joggeur court durant 10 minutes à 5 m/s et réduit le pas à 4 m/s pour les 8 minutes suivantes.

a) Quelle est sa vitesse moyenne sur l'ensemble de sa course?
b) Quelle est sa vitesse moyenne si la deuxième portion de sa course se fait en sens contraire?

2.10 Exercice : Vitesse en graphique solution ▶

À partir du graphique suivant, déterminez :



a) La position du mobile à t = 5 s;
b) La vitesse moyenne durant les trois premières secondes;
c) La vitesse scalaire moyenne de t = 2 s à t = 5 s;
d) La vitesse moyenne du mobile durant l'ensemble des 8 secondes;
e) La vitesse scalaire moyenne entre t = 0 s et t = 8 s.

2.1- a) Δy = -2,69 cm — b) Δy = +2,69 cm — **2.2**- *a), c) et d)* — **2.3**- a) Δs = 2 878 km — b) $\Delta\%$ = 17,1 % — **2.4**- a) Δs = 20 km — b) Δx = 0 km — **2.5**- a) x_1= 3,70 m — b) x_{2A} = 5,08 m ou x_{2B} = 0,875 m — **2.6**- a) $\bar{v}_{scal}$ = 201 km/h — b) $\bar{v}_{scal}$ = 220 km/h — **2.7**- a) $\bar{v}$ = 0,400 m/s, $\bar{v}_{scal}$ = 1,00 m/s — b) $\bar{v}$ = 1,00 m/s, $\bar{v}_{scal}$ = 1,60 m/s — c) $\bar{v}$ = -0,400 m/s, $\bar{v}_{scal}$ = 2,40 m/s — **2.8**- t = 2 s et t = 10 s — **2.9**- a) $\bar{v}$ = 4,56 m/s — b) $\bar{v}$ = 1,00 m/s — **2.10**- a) x = -5,00 m — b) $\bar{v}$ = 0,833 m/s — c) $\bar{v}_{scal}$ = 5,00 m/s — d) $\bar{v}$ = -0,625 m/s — e) $\bar{v}_{scal}$ = 3,13 m/s

1 à 10 11 à 21 22 à 34 35 à 42

2.3 LA VITESSE INSTANTANÉE

2.11 Question : Vrai ou faux solution ▶

Vrai ou faux :

a) Sur un graphique de la vitesse en fonction du temps, la valeur de la pente nous renseigne sur la vitesse du mobile;
b) Sur un graphique de la position en fonction du temps, une pente positive signifie nécessairement que le mobile s'éloigne de l'origine;
c) Une section horizontale de la courbe sur un graphique $v(t)$ signifie que l'objet étudié est immobile.

2.12 Exercice : Zone de 50 solution ▶

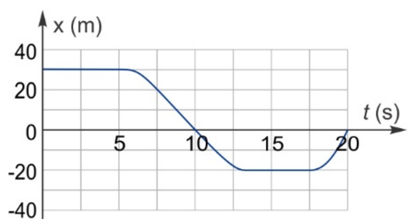
Une voiture roule à la vitesse constante de 50,0 km/h. Quelle distance, en kilomètres, parcourra-t-elle en cinq minutes?

2.13 Exercice : L'instant d'un déplacement solution ▶

Un mobile se déplace à la vitesse constante de 17,0 m/s et passe à x = -11,5 m à t = 2,00 s. À quel instant se trouvera-t-il à x = 22,5 m?

2.14 Exercice : Graphique de la position solution ▶

Le graphique suivant décrit la position d'un mobile en fonction du temps.

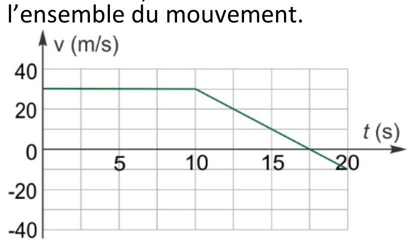


a) Quelle est la position du mobile à t = 10 s?
b) Quelle est la vitesse instantanée du mobile à t = 5 s?
c) Quelle est la vitesse instantanée du mobile à t = 10 s?
d) À quel instant la vitesse est-elle maximale?
e) Quelle est la vitesse moyenne du mobile durant les 15 premières secondes?

2.15 Exercice : Aire sous la courbe solution ▶

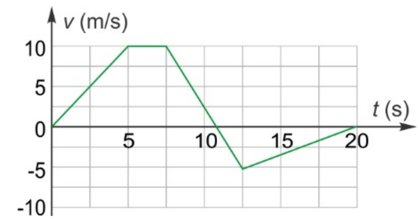
À partir du graphique suivant, déterminez le déplacement du mobile :

a) Durant les 10 premières secondes;
b) De t = 10 s à t = 15 s;
c) De t = 15 s à t = 20 s;
d) Durant l'ensemble du mouvement.



2.16 Exercice : Graphique de la vitesse solution ▶

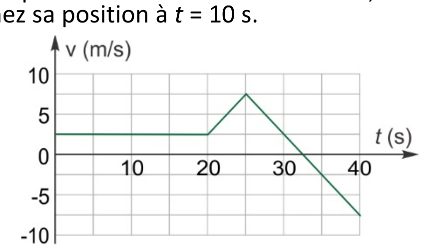
Le graphique suivant décrit la vitesse d'un mobile en fonction du temps. À t = 0, le mobile se trouve à x = 10 m.



a) Quelle est la vitesse instantanée du mobile à t = 5 s?
b) Quelle est la vitesse instantanée du mobile à t = 15 s?
c) Quelle est la position du mobile à t = 10 s?
d) À quel instant la position est-elle maximale durant l'intervalle illustré?
e) Quelle est la position maximale du mobile?
f) Quelle est la vitesse moyenne du mobile entre t = 12,5 s et t = 20,0 s?

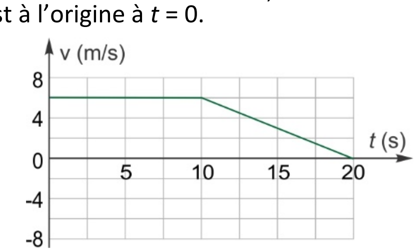
2.17 Exercice : Graphique de la vitesse II solution ▶

Le graphique qui suit montre la vitesse en fonction du temps pour une particule se trouvant à x = 28,0 m à t = 35 s. Déterminez sa position à t = 10 s.



2.18 Exercice : De $v(t)$ à $x(t)$ solution ▶

À partir du graphique suivant de la vitesse en fonction du temps, tracez le graphique de la position en fonction du temps, pour le même intervalle, en considérant que le mobile est à l'origine à t = 0.



2.4 L'ACCÉLÉRATION

2.19 Exercice : Le 0-100 solution ▶

Quelle est l'accélération moyenne d'une voiture qui atteint 100 km/h à partir du repos en 4,7 secondes?

2.20 Exercice : Sprint olympique solution ▶

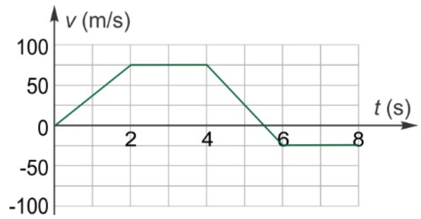
Un sprinter olympique peut atteindre une vitesse maximale de 44,0 km/h avec une accélération moyenne de 2,22 m/s², à la mi-distance du 100 m. Combien de temps lui faut-il pour atteindre cette vitesse?

2.21 Exercice : Accélération sur $v(t)$ solution ▶

Le graphique suivant montre la vitesse en fonction du temps pour une particule en mouvement.

2.11- a) F — b) F — c) F — **2.12**- Δx = 4,17 km — **2.13**- t = 4,00 s — **2.14**- a) x = 0 m — b) v = 0 m/s — c) v = -8,00 m/s — d) t = 20 s — e) v = -3,33 m/s — **2.15**- a) Δx = 300 m — b) Δx = 100 m — c) Δx = 0 m — d) Δx = 400 m — **2.16**- a) v = 10,0 m/s — b) v = -3,33 m/s — c) x = 75,6 m — d) t = 10,8 s — e) x = 76,7 m — f) $\bar{v}$ = -2,50 m/s — **2.17**- x_{10} = -47,0 m — **2.18**- ↓↓↓ — **2.19**- $\bar{a}$ = 5,91 m/s² — **2.20**- t = 5,51 s

[1 à 10](#) [11 à 21](#) [22 à 34](#) [35 à 42](#)



a) Quelle est la vitesse instantanée à t = 1 s?
b) Quelle est l'accélération instantanée à t = 1 s?
c) Quelle est l'accélération instantanée à t = 3 s?
d) Quelle est l'accélération moyenne entre t = 0 s et t = 8 s?
e) À partir de ce graphique, tracez le graphique de l'accélération en fonction du temps.

2.22 Exercice : Balle de baseball solution ▶

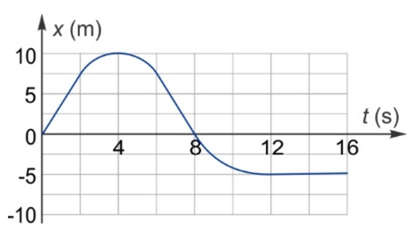
Quelle accélération subit une balle de baseball venant à 144 km/h vers le frappeur et frappée à 216 km/h en direction inverse, si le contact avec le bâton dure 0,0390 s? (Donnez la grandeur de l'accélération moyenne durant le contact.)

2.23 Exercice : Accélération à vélo solution ▶

À t = 0, un cycliste passe une ligne de repère x = 0 à la vitesse de 5,00 m/s. Quelle sera sa vitesse 8 secondes plus tard s'il accélère au taux constant de 1,75 m/s²?

2.24 Exercice : $x(t)$ solution ▶

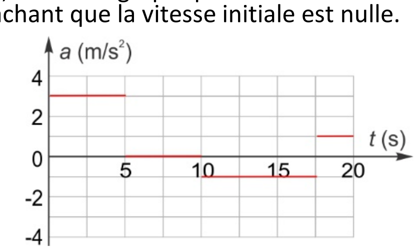
À partir du mouvement décrit par le graphique ci-contre, identifiez un instant ou un intervalle où les conditions suivantes sont observées :



a) v = 0;
b) a < 0 et v > 0;
c) v > 0 et a = 0;
d) v < 0.

2.25 Exercice : Tracer $v(t)$ solution ▶

À partir du graphique suivant de l'accélération en fonction du temps, tracez le graphique de la vitesse en fonction du temps, sachant que la vitesse initiale est nulle.



2.5 LE MOUVEMENT RECTILIGNE UNIFORMÉMENT ACCÉLÉRÉ

2.26 Question : Freinage solution ▶

Une voiture roulant à 75 km/h s'immobilise dans différentes conditions. En considérant un axe x dirigé vers l'avant de la voiture :

a) Quelle est son accélération moyenne si elle parvient à s'immobiliser sur une distance de 28,4 m?
b) Quelle distance est requise pour s'immobiliser avec la même accélération si elle roule plutôt à 90 km/h?
c) À la vitesse de 75 km/h, quelle est son accélération moyenne si elle parvient à s'immobiliser en un temps de 4,20 s?
d) Combien de temps lui faut-il pour s'immobiliser avec la même accélération si elle roule plutôt à 90 km/h?

2.27 Exercice : À la chasse solution ▶

Dans un canon de fusil de chasse, une balle de fusil parcourt les 47,5 cm du canon et en jaillit à 400 m/s lorsqu'on fait feu. Quelle est son accélération moyenne dans le canon?

2.28 Exercice : Mission vers Mars solution ▶

La plus courte distance entre la Terre et Mars, d_{TM}, est d'environ 78,3 millions de kilomètres. Supposons qu'en route vers un point de rencontre avec Mars, un vaisseau spatial est conçu pour accélérer à 1g, c'est-à-dire 9,81 m/s², sur la moitié de la distance, de manière à reproduire une gravité artificielle, et ralentir ensuite avec la même valeur d'accélération de manière à pratiquement s'immobiliser pour sa rencontre avec Mars.

a) Combien de temps durerait le voyage dans ces conditions?
b) Donnez l'expression algébrique de cette durée.

2.29 Exercice : Le ballon dans la pente solution ▶

Sur une planche inclinée, un enfant fait rouler un ballon vers le haut et observe que l'accélération du ballon vaut le cinquième de l'accélération gravitationnelle normale. S'il fait rouler le ballon vers le haut de la pente à 4,50 m/s, en combien de temps le ballon redescendra-t-il à son niveau?

2.30 Exercice : Le blender solution ▶

La position f d'une particule suit l'équation $f = rc + mc^2 + a$. Que vaut l'accélération de cette particule si r = 5,00 km/min, qu'elle part de la position 240 m et qu'elle se déplace à 317 m/s après 12,5 s?

2.31 Exercice : Deux scénarios solution ▶

Une voiture roule à une certaine vitesse v_0 et se met à accélérer à un taux constant. Si l'accélération est de 1,50 m/s² durant un temps t, elle atteint la vitesse de 30,0 m/s. Si elle accélère plutôt au taux de 1,75 m/s² pour la même durée, elle atteint plutôt la vitesse de 32,5 m/s.

a) Quelle est la vitesse initiale v_0 de la voiture?
b) Combien de temps dure l'accélération?

2.32 Exercice : Décollage solution ▶

Lors de son décollage, la vitesse d'un avion passe de 5,00 m/s à 58,0 m/s alors qu'il parcourt au sol 321 m. Combien de temps a duré cette phase d'accélération?

2.33 Exercice : $x(t)$ solution ▶

La position d'un projectile sur rail est donnée par l'équation $x = -1{,}20t^2 + 18{,}5t - 10{,}0$ où x est en mètres et le temps en secondes.

a) Quelle est l'accélération de ce projectile?
b) Quelle est sa vitesse moyenne entre 5,00 s et 10,0 s?
c) Quelle est sa vitesse instantanée à t = 7,50 s?
d) À quel endroit le projectile s'arrête-t-il avant d'inverser son mouvement?

2.34 Exercice : Pas simple solution ▶

Une auto partant du repos accélère à 6,00 m/s² durant 3 secondes, accélère ensuite à 3,50 m/s² durant les 6 secondes qui suivent, et conserve une vitesse constante par la suite.

a) Combien de temps lui faut-il pour parcourir 800 m?
b) Tracez le graphique $v(t)$ de ce mouvement pour les 20 premières secondes.

2.21- a) v = 37,5 m/s — b) a = 37,5 m/s² — c) a = 0 — d) $\bar{a}$ = -3,13 m/s² — e) ↓↓↓ — **2.22**- $\bar{a}$ = 2,56×10³ m/s² — **2.23**- v = 19,0 m/s
2.24- a) t = 4 s, et 12 s < t < 16 s — b) 2 s < t < 4 s — c) 0 s < t < 2 s — d) 4 s < t < 12 s — **2.25**- ↓↓↓
2.26- a) a = -7,64 m/s² — b) d = 40,9 m — c) a = -4,96 m/s² — d) t = 5,04 s — **2.27**- a = 1,68×10⁵ m/s² — **2.28**- t = 15,7 h — b) $t_{total} = \sqrt{4d_{TM}/g}$
2.29- t = 4,59 s — **2.30**- d = 18,7 m/s² — **2.31**- a) v_0 = 15,0 m/s — b) t = 10,0 s — **2.32**- t = 10,2 s
2.33- a) a = -2,40 m/s² — b) $\bar{v}$ = 0,500 m/s — c) v = 0,500 m/s — d) x = 61,3 m — **2.34**- a) t = 24,4 s — b) ↓↓↓

[1 à 10](#) [11 à 21](#) [22 à 34](#) [35 à 42](#)

2.35 Exercice : En deux temps [solution ►](#)

Un train de passager quitte la gare et accélère de façon régulière. Pour calculer son accélération, un passager décide de mesurer le temps requis pour parcourir les intervalles entre des poteaux placés le long de la voie, tous à intervalles réguliers de 300 m. Alors que le train est déjà en mouvement, il observe que le temps de parcours du premier poteau au deuxième est et 30 s. L'intervalle suivant, de même longueur, a nécessité 20 s.

a) Quelle est l'accélération de ce train?
b) Quelle distance le train avait-il parcouru depuis la gare avant de rencontrer le premier poteau observé?

2.36 Exercice : La cascade [solution ►](#)

Deux cascadeurs doivent reproduire une collision face à face entre deux voitures. En route vers la collision, les deux voitures roulent l'une vers l'autre à 15 m/s. Lorsque les deux voitures se trouvent à250 m l'une de l'autre, l'une (disons la voiture A) se met à accélérer au taux constant de 1,80 m/s² jusqu'au moment de la collision.

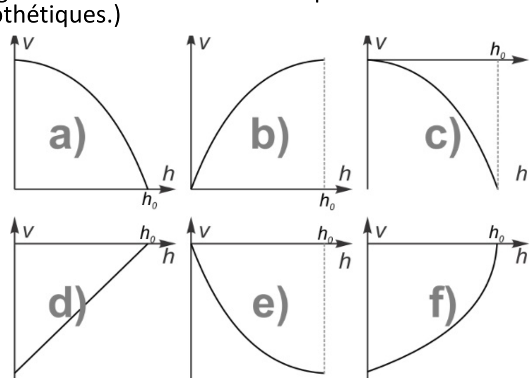
a) Combien de temps s'écoulera entre le début de l'accélération de la voiture A et la collision?
b) Quelle distance la voiture B parcourra-t-elle à partir du moment où la distance entre les deux est de 250 m?
c) Quelle sera la vitesse de la voiture A au moment de la collision?

2.6 LA CHUTE LIBRE VERTICALE

2.37 Question : $v(h)$ [solution ►](#)

Considérant un axe vertical orienté vers le haut, lequel des graphiques suivants représenterait correctement l'évolution de la vitesse en fonction de la hauteur lors de la chute libre verticale d'un objet lourd d'une hauteur donnée, s'il tombe à partir du repos (résistance de l'air négligeable)?

(Suggestion : faites un exemple avec des valeurs hypothétiques.)



2.38 Question : Accélération au sommet [solution ►](#)

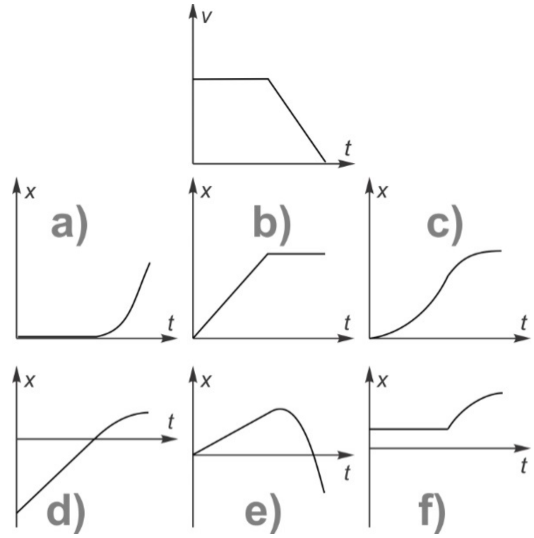
Quelle est le module de l'accélération d'un objet lancé verticalement vers le haut au moment où il atteint le sommet de sa trajectoire?

2.39 Exercice : La pétanque [solution ►](#)

On laisse tomber verticalement une boule de pétanque d'une hauteur de 5,00 m, et on déclenche un chronomètre au moment même où on la lâche. La boule tombe sur le sol (à $y = 0$ m) et ne rebondit pas du tout. Tracez le graphique de la hauteur (y) en fonction du temps, de t = -2 s à t = 2 s.

2.40 Exercice : Graphiques correspondants [solution ►](#)

Soit un graphique $v(t)$. Lequel des graphiques a) à f) est le graphique $x(t)$ du même mouvement?



2.41 Exercice : Le caillou et la falaise [solution ►](#)

Du bord d'une falaise, depuis un point 10 m plus haut que le bas de la falaise, on lance un caillou vers le haut et au-dessus du vide à la vitesse de 4,50 m/s.

a) Après combien de temps atteindra-t-il sa hauteur maximale?
b) Quelle est sa hauteur maximale par rapport au pied de la falaise?
c) À quelle vitesse atteindra-t-il le bas de la falaise?

2.42 Exercice : Les deux boules [solution ►](#)

À $t = 0$, on lance une balle vers le haut à la vitesse de 11,0 m/s à partir d'une hauteur de 1,75 m à partir du sol. À t = 1,50 s, on lance vers le haut une seconde balle de la même hauteur à la vitesse de 7,00 m/s.

a) À quelle hauteur les deux balles se rencontreront-elles?
b) Combien de temps séparera leurs contacts au sol?

2.35 - a) a = 0,200 m/s² — b) d = 123 m — **2.36** - a) t = 6,90 s — b) d = 104 m — c) v =27,4 m/s — **2.37** - f) — **2.38** - a = 9,81 m/s² — **2.39** - ↓↓↓ — **2.40** - d)
2.41 - a) t = 0,459 s — b) y_{max} = 11,0 m — c) v = -14,7 m/s — **2.42** - a) y = 4,04 m — b) Δt = 0,752 s

1 à 10 11 à 21 22 à 34 35 à 42

CH 2 LE MOUVEMENT RECTILIGNE

2.1 POSITION ET DÉPLACEMENT

2.1 Solution : Déplacement en *y* retour à la question ▲

a) Δy = -2,69 cm

Le déplacement (déplacement résultant) d'une particule, selon un axe *y*, est donné par :

$$\Delta y = y - y_0$$

Avec y_0 = 2,45 cm et y = -0,24 cm, on obtient :

$$\Delta y = (-0{,}24\text{ cm}) - (2{,}45\text{ cm}) \quad = \quad -2{,}69\text{ cm}$$

b) Δs = +2,69 cm

La distance parcourue est donnée par la somme des valeurs absolues des déplacements partiels. Dans le cas présent, le déplacement s'effectue en une seule phase. La distance parcourue est donc :

$$\Delta s = |y - y_0| \quad = \quad |(-0{,}24\text{ cm}) - (2{,}45\text{ cm})| \quad = \quad |-2{,}69\text{ cm}| \quad = \quad +2{,}69\text{ cm}$$

2.2 Solution : Déplacement égale distance retour à la question ▲

Les seuls cas où le déplacement résultant sera équivalent à la distance parcourue seront les cas où toutes les phases du mouvement se sont faites dans la même direction (s'il y a plus qu'une phase), et dans la direction positive (pour produire un déplacement positif).

a) $\Delta x = \Delta s$

Le déplacement se fait en une seule phase, vers *x* positif. Il est donc positif (Δx = +22,5 m).

b) $\Delta x \neq \Delta s$

Le déplacement se fait en deux phases, et elles se font en sens inverses (d'abord vers les négatifs et ensuite vers les positifs). Le déplacement résultant est d'ailleurs négatif (Δx = 1,00 m – 2,00 m = -1,00 m)

c) $\Delta x = \Delta s$

Les deux phases du déplacement sont positives; le déplacement total est donc cumulatif et équivaut à la distance parcourue.

d) $\Delta x = \Delta s$

Un objet immobile effectue un déplacement résultant nul, et il n'a parcouru aucune distance. On a donc $\Delta x = \Delta s = 0$.

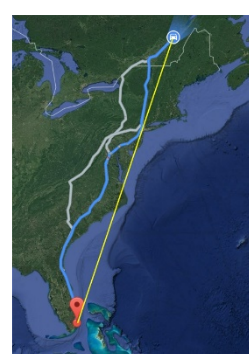
e) $\Delta x \neq \Delta s$

Le déplacement résultant est négatif car la position finale est inférieure à la position initiale. Même si les deux phases du déplacement se font dans le même sens, un déplacement négatif ne peut être égal à la distance parcourue.

2.3 Solution : Spring Break retour à la question ▲

a) Δs = 2 878 km

Une recherche dans *google.com/maps* de « Sainte-Foy, QC » à « Miami Beach FL » indique que le chemin le plus court, par la route, mesure 2 878 km.



b) $\Delta\%$ = 17,1 %

La distance parcourue en auto est de 421 km plus grande que la distance en ligne droite :

$$2\,878\text{ km} - 2\,457\text{ km} \quad = \quad 421\text{ km}$$

Le pourcentage que ce surplus représente, par rapport à la distance de 2 457 km, est donné par :

$$\Delta\% = \frac{421\text{ km}}{2\,457\text{ km}} \times 100 \quad = \quad 17{,}1\,\%$$

1 à 10 11 à 21 22 à 34 35 à 42

2.4 Solution : Aller-retour à vélo retour à la question ▲

a) Δs = 20 km

La distance parcourue est la somme des longueurs des deux phases du mouvement. Dit autrement, la somme des modules des deux déplacements partiels. En posant un axe du mouvement positif dans le sens du premier déplacement, la distance sera négative au retour (car en sens inverse). On peut illustrer les déplacements comme sur la figure ci-contre en numérotant les positions aux étapes du mouvement (de x_0 à x_1 et de x_1 à x_2). Le calcul de la distance parcourue est alors :

$$\Delta s = \sum \Delta s \;=\; |x_1 - x_0| + |x_2 - x_1| \;=\; |10\,\text{km} - 0\,\text{km}| + |0\,\text{km} - 10\,\text{km}| \;=\; 20\,\text{km}$$

b) Δx = 0 km

Puisque la position finale est la même que la position initiale, le déplacement résultant est nul. Vous êtes au même endroit après l'aller-retour que si vous ne vous étiez jamais déplacé. Le calcul du déplacement résultant est :

$$\Delta x = x_2 - x_0 \;=\; 10\,\text{km} + (-10\,\text{km}) \;=\; 0\,\text{km}$$

Alternativement, on peut aussi faire la somme des deux déplacements partiels, en considérant l'un des déplacements comme négatif (car en sens inverse) :

$$\Delta x = \Delta x_{0-1} - \Delta x_{1-2} \;=\; 10\,\text{km} + (-10\,\text{km}) \;=\; 0\,\text{km}$$

2.5 Solution : Point de retour retour à la question ▲

a) x_1 = 3,70 m

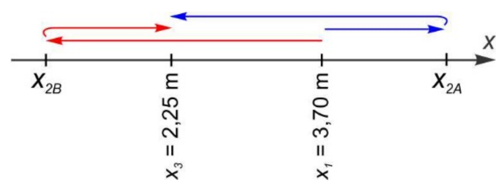
Désignons les positions successives lors du mouvement par x_1, x_2 et x_3, avec une position finale connue de x_3 = 2,25 m. On ignore la position initiale x_1 et la position intermédiaire x_2.

Le déplacement résultant Δx = -1,45 m permet à lui seul de déterminer la position initiale car :

$$\Delta x = x_3 - x_1 \quad \rightarrow \quad x_1 = x_3 - \Delta x \;=\; 2{,}25\,\text{m} - (-1{,}45\,\text{m}) \;=\; 3{,}70\,\text{m}$$

b) x_{2A} = 5,08 m ou x_{2B} = 1,75 m

L'endroit où le mouvement s'est inversé est x_2 tel que défini en a). Sachant que la distance parcourue est Δs = 4,20 m, on peut trouver x_2 car la distance parcourue est la somme des longueurs (valeurs absolues) des déplacements partiels :



$$\Delta s = |x_2 - x_1| + |x_3 - x_2| \qquad (1)$$

Il existe deux solutions à cette équation, soit le cas où la première phase se fait vers la droite (et alors $x_2 > x_1$) et le cas où le premier déplacement se fait vers la gauche (et alors $x_2 < x_3$). On peut illustrer ces deux scénarios par le schéma ci-contre, avec un départ à 3,70 m et une arrivée à 2,25 :

→Soit le scénario A où $x_{2A} > x_1$ (illustré par le parcours bleu). On aura donc :

$$x_{2A} - x_1 > 0 \qquad \text{et} \qquad x_3 - x_{2A} < 0$$

L'équation (1) peut alors s'écrire :

$$\Delta s = |x_{2A} - x_1| + |x_3 - x_{2A}| \;=\; (x_{2A} - x_1) - (x_3 - x_{2A})$$

$$\Delta s = 2x_{2A} - x_1 - x_3$$

$$x_{2A} = \frac{\Delta s + x_1 + x_3}{2} \;=\; \frac{4{,}20\,\text{m} + 3{,}70\,\text{m} + 2{,}25\,\text{m}}{2} \;=\; 5{,}075\,\text{m}$$

→Soit le scénario B où $x_{2B} < x_3$ (illustré par le parcours rouge). On aura donc :

$$x_{2B} - x_1 < 0 \qquad \text{et} \qquad x_3 - x_{2B} > 0$$

L'équation (1) peut alors s'écrire :

$$\Delta s = |x_{2B} - x_1| + |x_3 - x_{2B}| \;=\; -(x_{2B} - x_1) + (x_3 - x_{2B})$$

$$\Delta s = -2x_{2B} + x_1 + x_3$$

$$x_{2B} = \frac{x_1 + x_3 - \Delta s}{2} = \frac{3{,}70\,\text{m} + 2{,}25\,\text{m} - 4{,}20\,\text{m}}{2} = 0{,}875\,\text{m}$$

2.2 LA VITESSE MOYENNE

2.6 Solution : Formule 1 retour à la question ▲

a) $\bar{v}_{scal} = 201$ km/h

La vitesse scalaire moyenne est liée à la distance parcourue et au temps de parcours. La distance totale d_{tot} est liée au nombre de tours par $\Delta s = n_{tr} \cdot d_{tr}$. Mais d'abord, le temps doit être exprimé en unités permettant un calcul. Pour l'exprimer en heures, les minutes et secondes doivent être converties en fraction d'heures :

$$1\,\text{h}\,31\,\text{min}\,5{,}296\,\text{s} = 1\,\text{h} + \tfrac{31}{60}\,\text{h} + \frac{5{,}296}{3600}\,\text{h} = 1{,}52\,\text{h}$$

$$\bar{v}_{scal} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{n_{tr} \cdot d_{tr}}{\Delta t} = \frac{70\,\text{tr} \times 4{,}361\,\frac{\text{km}}{\text{tr}}}{1{,}52\,\text{h}} = 201\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

b) $\bar{v}_{scal} = 220$ km/h

On convertit le temps en heures pour permettre un calcul de la vitesse en kilomètres par heure :

$$1\,\text{min}\,11{,}459\,\text{s} = \tfrac{1}{60}\,\text{h} + \frac{11{,}459}{3600}\,\text{h} = 0{,}0198\,\text{h}$$

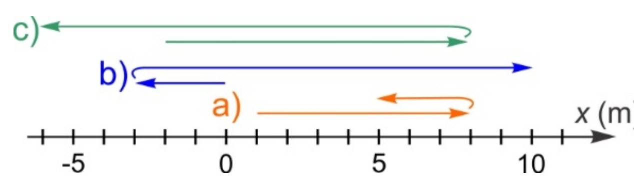
$$\bar{v}_{scal} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{4{,}361\,\frac{\text{km}}{\text{tr}}}{0{,}0198\,\text{h}} = 220\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

2.7 Solution : Vitesses moyennes retour à la question ▲

a) $\bar{v} = 0{,}400\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$, $\bar{v}_{scal} = 1{,}00\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - x_0}{\Delta t} = \frac{5\,\text{m} - 1\,\text{m}}{10\,\text{s}} = 0{,}400\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\bar{v}_{scal} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{|8\,\text{m} - 1\,\text{m}| + |5\,\text{m} - 8\,\text{m}|}{10\,\text{s}} = 1{,}00\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$



b) $\bar{v} = 1{,}00\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$, $\bar{v}_{scal} = 1{,}60\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - x_0}{\Delta t} = \frac{10\,\text{m} - 0\,\text{m}}{10\,\text{s}} = 1{,}00\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\bar{v}_{scal} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{|(-3\,\text{m}) - 0\,\text{m}| + |10\,\text{m} - (-3\,\text{m})|}{10\,\text{s}} = 1{,}60\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

c) $\bar{v} = -0{,}400\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$, $\bar{v}_{scal} = 2{,}40\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$

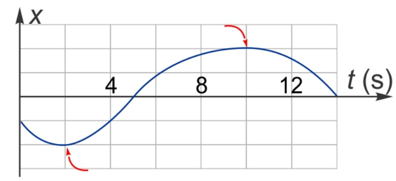
$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - x_0}{\Delta t} = \frac{(-6\,\text{m}) - (-2\,\text{m})}{10\,\text{s}} = -0{,}400\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

[1 à 10](#) [11 à 21](#) [22 à 34](#) [35 à 42](#)

$$\bar{v}_{scal} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{|8\,\text{m} - (-2\,\text{m})| + |(-6\,\text{m}) - 8\,\text{m}|}{10\,\text{s}} = 2{,}40\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}}$$

2.8 Solution : Changement de sens retour à la question ▲

t = 2 s et t = 10 s



Sur un graphique de la position en fonction du temps, le sens du mouvement est donné par le sens de la pente de la courbe, c'est-à-dire qu'on peut suivre l'évolution de la valeur x au fur et à mesure que le temps passe. Un changement de sens survient donc lorsque la courbe passe d'une portion montante à une portion descendante, ou vice-versa. C'est donc à l'emplacement d'un sommet ou d'un creux de la courbe.

Sur le graphique donné, cela se produit à deux instants : à t = 2 s et à t = 10 s.

2.9 Solution : Jogging retour à la question ▲

a) $\bar{v} = 4{,}56\,\text{m/s}$

Dans le cas où les deux phases du déplacement se font dans la même direction, la vitesse moyenne requiert le déplacement total. On doit donc évaluer le déplacement lors de chacune des deux phases. Puisqu'on ne donne que des vitesses, on peut retrouver les déplacements à partir de la définition de la vitesse :

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad \Delta x = \bar{v} \cdot \Delta t$$

$$\Delta x_1 = \bar{v}_1 \cdot \Delta t_1 = 5{,}00\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}} \times \left(10\,\text{min} \times \frac{60\,\text{s}}{1\,\text{min}}\right) = 3\,000\,\text{m}$$

$$\Delta x_2 = \bar{v}_2 \cdot \Delta t_2 = 4{,}00\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}} \times \left(8\,\text{min} \times \frac{60\,\text{s}}{1\,\text{min}}\right) = 1\,920\,\text{m}$$

Si ces deux phases de déplacement se sont effectuées dans la même direction, la vitesse moyenne totale est :

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{3\,000\,\text{m} + 1\,920\,\text{m}}{(10\,\text{min} + 8\,\text{min}) \times \left(\frac{60\,\text{s}}{1\,\text{min}}\right)} = 4{,}\overline{55}\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}}$$

b) $\bar{v} = 1{,}00\,\text{m/s}$

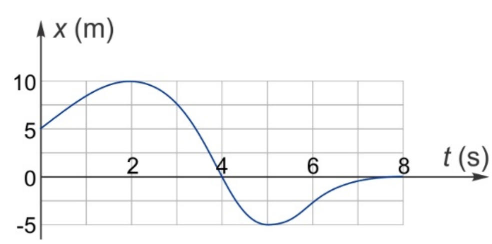
En posant la direction de la première phase comme la direction positive, les deux déplacements sont :

$$\Delta x_1 = +3\,000\,\text{m} \qquad \text{et} \qquad \Delta x_2 = -1\,920\,\text{m}$$

La vitesse moyenne est alors :

$$\bar{v} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{3\,000\,\text{m} + (-1\,920\,\text{m})}{(10\,\text{min} + 8\,\text{min}) \times \left(\frac{60\,\text{s}}{1\,\text{min}}\right)} = 1{,}00\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}}$$

2.10 Solution : Vitesses en graphique retour à la question ▲



a) x = -5,00 m

La position se lit directement sur l'axe vertical du graphique, à t = 5 s, car il s'agit d'un graphique de la position en fonction du temps. Ainsi, à 5 s, la courbe passe par x = -5,00 m.

b) $\bar{v} = 0{,}833\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}}$

La vitesse moyenne requiert l'information du déplacement résultant, soit les positions à t = 0 s et t = 3 s :

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_3 - x_0}{t_3 - t_0} = \frac{7{,}5\,\text{m} - 5\,\text{m}}{3\,\text{s} - 0\,\text{s}} = 0{,}833\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}}$$

c) $\overline{v}_{scal} = 5{,}00\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$

La vitesse scalaire moyenne de t = 2 s à t = 5 s requiert la distance parcourue durant cet intervalle. Selon le graphique, le déplacement se fait vers les négatifs durant tout cet intervalle, donc le mouvement ne change pas de sens. Donc :

$$\overline{v}_{scal} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{|x_5 - x_2|}{t_5 - t_2} = \frac{|(-5\,\text{m}) - 10\,\text{m}|}{5\,\text{s} - 2\,\text{s}} = 5{,}00\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

d) $\overline{v} = -0{,}625\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$

La vitesse moyenne requiert l'information du déplacement résultant, soit les positions à t = 0 s et t = 8 s :

$$\overline{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_8 - x_0}{t_8 - t_0} = \frac{0\,\text{m} - 5\,\text{m}}{8\,\text{s} - 0\,\text{s}} = -0{,}625\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

e) $\overline{v}_{scal} = 3{,}13\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$

La vitesse scalaire moyenne de t = 0 s à t = 8 s requiert la distance parcourue durant cet intervalle. Selon le graphique, le mouvement s'inverse quelques fois durant cet intervalle. Le mouvement s'inverse à t = 2 s et à t = 5 s. Il y a donc trois phases au déplacement, dont on additionne les longueurs pour avoir la distance parcourue :

$$\overline{v}_{scal} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{|x_2 - x_0| + |x_5 - x_2| + |x_8 - x_5|}{t_8 - t_0} = \frac{|10\,\text{m} - 5\,\text{m}| + |(-5\,\text{m}) - 10\,\text{m}| + |0\,\text{m} - (-5\,\text{m})|}{8\,\text{s} - 0\,\text{s}} = 3{,}13\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

2.3 LA VITESSE INSTANTANÉE

2.11 Solution : Vrai ou faux retour à la question ▲

a) Faux

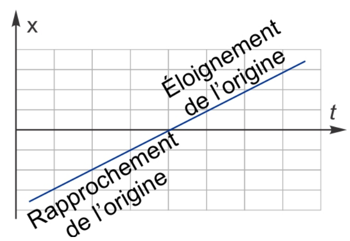
Sur un graphique de la vitesse en fonction du temps, la vitesse est directement donnée par la valeur sur l'axe vertical de la vitesse.

b) Faux

Une section de courbe $x(t)$ peut avoir une pente positive (vitesse positive) tout en étant en-dessous de l'axe horizontal. (Voir le graphique ci-contre.)

Au-dessus de l'axe horizontal, une pente positive signifierait effectivement un objet qui s'éloigne de l'origine, car il aurait une position positive et un déplacement vers l'extrémité positive de l'axe.

Cependant, si l'objet a une position négative, il se trouve dans la portion négative de l'axe tout en se dirigeant vers l'extrémité positive du même axe. Il devra donc tôt ou tard passer par l'origine; il est donc nécessairement en train de s'en approcher.



c) Faux

Sur un graphique de la vitesse en fonction du temps, la vitesse est directement donnée par la valeur sur l'axe vertical de la vitesse, indépendamment de la pente de la courbe. C'est plutôt sur un graphique de la position en fonction du temps qu'une portion horizontale révélerait qu'un objet est immobile.

2.12 Solution : Zone de 50 retour à la question ▲

Δx = 4,17 km

Si la vitesse est constante, la vitesse de chaque instant est aussi la vitesse moyenne. On peut donc utiliser l'équation de la vitesse moyenne :

$$\overline{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

En incluant les conversions pour obtenir une distance en kilomètres :

$$\Delta x = \overline{v} \cdot \Delta t = \left(50\,\frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1\,000\,\text{m}}{1\,\text{km}} \times \frac{1\,\text{h}}{3\,600\,\text{s}}\right) \times \left(5\,\text{min} \times \frac{60\,\text{s}}{1\,\text{min}}\right) = 4{,}1\overline{6}\,\text{km}$$

Alternativement, on peut faire les calculs avant les conversions, mais il faut alors manipuler des unités non conventionnelles :

1 à 10 11 à 21 22 à 34 35 à 42

$$\Delta x = \bar{v} \cdot \Delta t \quad = \quad 50\,\tfrac{\text{km}}{\text{h}} \times 5\,\text{min} \quad = \quad 250\,\tfrac{\text{km·min}}{\text{h}}$$

La conversion des unités de la réponse entraîne alors :

$$\Delta x = 250\,\tfrac{\text{km·min}}{\text{h}} \times \frac{1\,\text{h}}{60\,\text{min}} \quad = \quad 4{,}1\overline{6}\,\text{km}$$

2.13 Solution : L'instant d'un déplacement retour à la question ▲

t = 4,00 s

Si la vitesse est constante, la vitesse de chaque instant est aussi la vitesse moyenne. On peut donc utiliser l'équation de la vitesse moyenne. Et développant les termes du déplacement et de l'intervalle, on a :

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad = \quad \frac{x - x_0}{t - t_0}$$

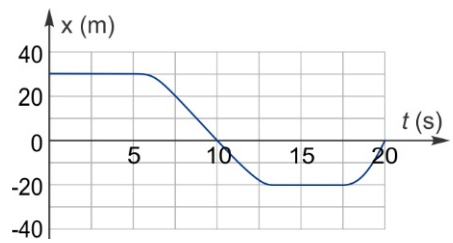
On cherche l'instant finale du déplacement, tous les autres paramètres étant connus; donc :

$$t = t_0 + \frac{x - x_0}{\bar{v}} \quad = 2{,}00\,\text{s} + \frac{22{,}5\,\text{m} - (-11{,}5\,\text{m})}{17{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}} \quad = \quad 4{,}00\,\text{s}$$

2.14 Solution : Graphique de la position retour à la question ▲

a) x = 0 m

Sur un graphique de la position en fonction du temps, la position est directement donnée par la valeur sur l'axe vertical de la position. À t = 10 s, la courbe de la position passe à l'origine, x = 0 m.

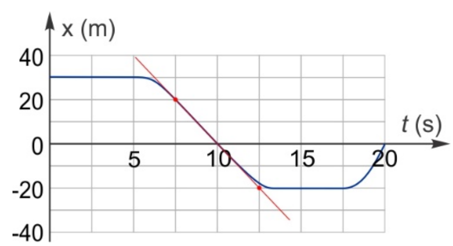


b) v = 0 m/s

Sur un graphique de la position en fonction du temps, la vitesse instantanée est donnée par la pente de la courbe à l'instant étudié. À t = 5 s, la pente de la courbe est nulle. La courbe comporte une section horizontale, ce qui veut dire que la position est constante, l'objet est immobile.

c) v = -8,00 m/s

La vitesse instantanée est donnée par la pente de la courbe à l'instant étudié. À t = 10 s, la courbe semble comporter une section rectiligne dont la pente peut s'estimer en y accolant une règle de façon tangente. La tangente à la courbe semble alors passer par les points (7,5, 20) et (12,5, -20) du graphique (voir figure ci-contre). La pente est alors :



$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad = \quad \frac{(-20\,\text{m}) - (20\,\text{m})}{(12{,}5\,\text{s}) - (7{,}5\,\text{s})} \quad = \quad -8{,}00\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}}$$

Cette pente, avec les valeurs utilisées pourrait représenter une vitesse moyenne car l'intervalle de temps est non nul. Mais si cette droite est tangente à la courbe à l'instant étudié, sa pente est également équivalente à la vitesse instantanée de cet instant.

d) t = 20 s

La vitesse étant donnée par la pente du graphique, la vitesse maximale survient lorsque la pente est la plus forte.

Sans procéder à des calculs, on constate que c'est à t = 20 s que la pente est la plus forte. Elle est visiblement plus abrupte que la section qui croise t = 10 s. Et dans tous les cas, la portion à la fin du mouvement illustré est la seule qui présente une pente positive. C'est donc à t = 20 s que la pente est maximale.

e) v = -3,33 m/s

La vitesse moyenne ne tient compte que des positions initiale et finale de l'intervalle étudié. Ces positions sont relevées directement sur l'axe vertical du graphique. À t = 0 s, la position est x = 40,0 m. À t = 15 s, la position est x = -20,0 m. Ainsi, la vitesse moyenne est :

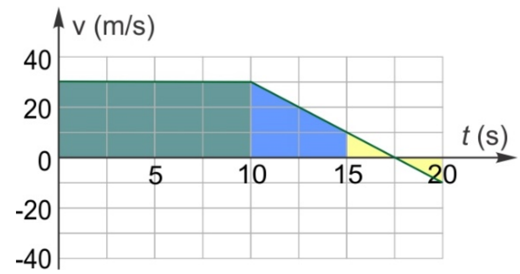
$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad = \quad \frac{x_{15} - x_0}{t_{15} - t_0} \quad = \quad \frac{(-20\,\text{m}) - (30\,\text{m})}{15\,\text{s} - 0\,\text{s}} \quad = \quad -3{,}33\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}}$$

[1 à 10](#) [11 à 21](#) [22 à 34](#) [35 à 42](#)

2.15 Solution : Graphique de la position retour à la question ▲

a) Δx = 300 m

Sur un graphique de la vitesse en fonction du temps, le déplacement est donné par l'aire sous la courbe. Durant les 10 premières secondes, la courbe définit un rectangle (rectangle vert sur la figure ci-contre). Son aire est :



$$\Delta x_{0-10} = b \cdot h \quad = \quad 10\,\mathrm{s} \times 30\,\tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \quad = \quad 300\,\mathrm{m}$$

b) Δx = 100 m

De t = 10 s à t = 15 s, l'aire sous la courbe de la vitesse est un trapèze (sur le côté, en bleu sur la figure ci-contre). Son aire est :

$$\Delta x_{10-15} = \frac{(B+b)h}{2} \quad = \quad \frac{\left(30\,\tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} + 10\,\tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) \times 5\,\mathrm{s}}{2} \quad = \quad 100\,\mathrm{m}$$

c) Δx = 0 m

De t = 15 s à t = 20 s, l'aire interceptée est partagée en deux partie, deux triangles (en jaune sur la figure ci-haut). Puisque l'un des triangles se trouve sous l'axe horizontal, sa contribution est négative. Cette partie du déplacement se fait en sens contraire de la première partie. Comme les deux triangles ont les mêmes dimensions, le déplacement résultant est nul. Le mobile revient sur ses pas de la même distance que son déplacement vers l'avant.

d) Δx = 400 m

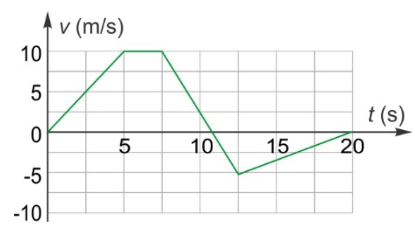
Le déplacement durant l'ensemble du mouvement est simplement la somme des déplacements des trois portions calculées précédemment :

$$\Delta x = 300\,\mathrm{m} + 100\,\mathrm{m} + 0\,\mathrm{m} \quad = \quad 400\,\mathrm{m}$$

2.16 Solution : Graphique de la vitesse retour à la question ▲

a) v = 10 m/s

Sur un graphique de la vitesse en fonction du temps, la vitesse instantanée est directement donnée par la valeur sur l'axe vertical de la vitesse. À t = 5 s, la courbe de la vitesse passe à v = 10 m/s.



b) v = -3,33 m/s

À t = 15 s, la courbe de la vitesse passe à une position inexacte du quadrillage. On peut cependant interpoler cette position à partir de la pente de la courbe entre t = 12,5 s et t = 20 s. Cette pente est :

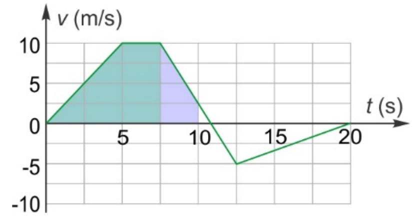
$$\text{pente} = \frac{v_{20} - v_{12,5}}{t_{20} - t_{12,5}} \quad = \quad \frac{0\,\tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} - \left(-5\,\tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)}{20\,\mathrm{s} - 12,5\,\mathrm{s}} \quad = \quad \frac{2\,\tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{3\,\mathrm{s}}$$

À partir de la vitesse à t = 12,5 s (v = -5,00 m/s), cette pente nous permet de trouver la vitesse 2,5 s plus tard :

$$v_{15} = v_{12,5} + \frac{2\,\tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{3\,\mathrm{s}} \times 2,5\,\mathrm{s} \quad = \quad -3,\overline{33}\,\tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

c) x = 75,6 m

Le graphique de la vitesse en fonction du temps peut nous renseigner sur le déplacement, via l'aire sous la courbe, mais pas directement sur la position. Par contre, puisque l'on connaît la position à t = 0 (x = 10 m), on peut déduire la position d'un autre instant à partir du déplacement de 0 s jusqu'à l'instant concerné. Donc, entre t = 0 s et t = 10 s, l'aire à évaluer est celle illustrée sur la figure ci-contre. On peut la séparer en deux zones, soit deux trapèzes.



Le premier trapèze (vert, horizontal), de t = 0 s à t = 7,5 s :

$$\Delta x_{0-7,5} = \frac{(B+b)h}{2} \quad = \quad \frac{(7,5\,\mathrm{s} + 2,5\,\mathrm{s}) \times 10\,\tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{2} \quad = \quad 50,0\,\mathrm{m}$$

Le deuxième trapèze (mauve, vertical), de t = 7,5 s à t = 10 s :

1 à 10 11 à 21 22 à 34 35 à 42

$$\Delta x_{7,5-10} = \frac{(B+b)h}{2} = \frac{\left(10\,\frac{\text{m}}{\text{s}} + 2{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)\times 2{,}5\,\text{s}}{2} = 15{,}6\,\text{m}$$

Le déplacement total est donc :

$$\Delta x = \Delta x_{0-7,5} + \Delta x_{7,5-10} = 50{,}0\,\text{m} + 15{,}6\,\text{m} = 65{,}6\,\text{m}$$

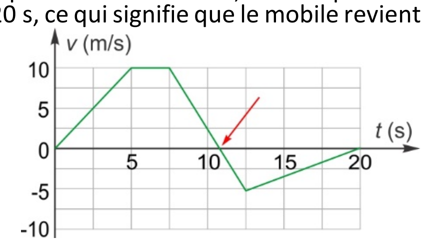
Finalement, la position à t = 10 s se trouve en additionnant le déplacement trouvé à la position connue au début de cet intervalle :

$$\Delta x = x - x_0 \quad \Rightarrow \quad x = x_0 + \Delta x = 10{,}0\,\text{m} + 65{,}6\,\text{m} = 75{,}6\,\text{m}$$

d) t = 10,8 s

La position maximale peut être déduite sans calcul.

À partir de la position initiale x_0 = 10 m à t = 0, on sait que la vitesse est positive jusqu'au-delà de t = 10 s, donc la position augmente durant tout cet intervalle. Ensuite, la vitesse devient négative jusqu'à t = 20 s, ce qui signifie que le mobile revient sur ses pas (ou recule). À noter que la vitesse devient nulle entre ces deux phases, ce qui se lit directement sur le graphique lorsque la courbe croise l'axe horizontal « v = 0 ».



La position est donc la plus élevée à la fin de la portion où le mobile avance, soit à l'instant au-delà de t = 10 s où v = 0.

Pour évaluer cet instant, on pourrait évaluer la pente et utiliser l'équation de cette portion de droite. Mais on observe également que la vitesse diminue de 15 m/s en 5 secondes. Le temps requis pour que la vitesse chute de 10 m/s à 0 durant cette phase représente donc les deux tiers de la durée de 5 secondes, c'est-à-dire 3,33 s après t = 7,50 s. C'est donc à t = 10,83 s que la vitesse est nulle et que la position est maximale.

e) x = 76,7 m

On a déterminé en d) que la position est maximale à t = 10,8 s. La position à cet instant est déterminée par le déplacement depuis t = 0 s où la position était x = 10,0 m. On doit donc calculer l'aire sous la courbe entre t = 0 et t = 10,8 s, soit l'air d'un trapèze :

$$\Delta x = \frac{(B+b)h}{2} = \frac{(10{,}8\,\text{s} + 2{,}5\,\text{s})\times 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{2} = 66{,}\overline{6}\,\text{m}$$

La position à t = 10,8 s se trouve en additionnant le déplacement trouvé à la position connue au début de cet intervalle :

$$\Delta x = x - x_0 \quad \Rightarrow \quad x = x_0 + \Delta x = 10{,}0\,\text{m} + 66{,}\overline{6}\,\text{m} = 76{,}\overline{6}\,\text{m}$$

f) $\bar{v}$ = -2,50 m/s

La vitesse moyenne ne considère que le déplacement résultant entre deux instants :

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

On doit donc connaître le déplacement effectué entre 12,5 s et 20,0 s. Ce déplacement est donné par l'aire sous la courbe entre ces deux instants, soit l'aire d'un triangle :

$$\Delta x = \frac{bh}{2} = \frac{7{,}5\,\text{s}\times\left(-5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)}{2} = -18{,}75\,\text{m}$$

La vitesse moyenne est donc :

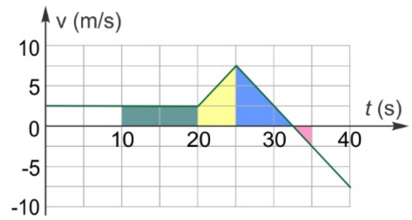
$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-18{,}75\,\text{m}}{7{,}5\,\text{s}} = -2{,}50\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

1 à 10 11 à 21 22 à 34 35 à 42

2.17 Solution : Graphique de la vitesse II

retour à la question ▲

x_{10} = -47,0 m



La position à t = 10 s est liée au déplacement effectué jusqu'à t = 35 s alors que la position est x = 28,0 m. Ce déplacement, à partir du graphique de la vitesse en fonction du temps, est donné par l'aire sous la courbe entre ces deux instants. L'aire interceptée peut être séparée en sections pour un calcul plus facile (voir figure ci-contre).

De 10 s à 20 s (rectangle vert) :

$$\Delta x_{10-20} = b \cdot h \quad = \quad 10\,\text{s} \times 2{,}5\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}} \quad = \quad 25{,}0\,\text{m}$$

De 20 s à 25 s (trapèze jaune) :

$$\Delta x_{20-25} = \frac{(B+b)\cdot h}{2} \quad = \quad \frac{\left(7{,}5\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}} + 2{,}5\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}}\right) \times 5\,\text{s}}{2} \quad = \quad 25{,}0\,\text{m}$$

De 25 s à 32,5 s (triangle bleu) :

$$\Delta x_{25-32,5} = \frac{b \cdot h}{2} \quad = \quad \frac{7{,}5\,\text{s} \times 7{,}5\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}}}{2} \quad = \quad 28{,}125\,\text{m}$$

De 32,5 s à 35 s (triangle rose). Cette portion du déplacement est négative car l'air se trouve sous l'axe horizontal :

$$\Delta x_{32,5-35} = \frac{b \cdot h}{2} \quad = \quad \frac{2{,}5\,\text{s} \times \left(\text{-}2{,}5\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}}\right)}{2} \quad = \quad -3{,}125\,\text{m}$$

Le déplacement total est :

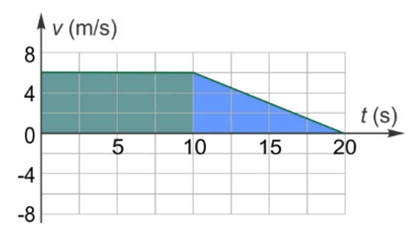
$$\Delta x = \Delta x_{10-20} + \Delta x_{20-25} + \Delta x_{25-32,5} + \Delta x_{32,5-35} \quad = \quad 25{,}0\,\text{m} + 25{,}0\,\text{m} + 28{,}125\,\text{m} + (-3{,}125\,\text{m}) \quad = \quad 75{,}0\,\text{m}$$

Finalement, pour trouver la position à t = 10 s :

$$\Delta x = x_{35} - x_{10} \qquad \rightarrow \qquad x_{10} = x_{35} - \Delta x \quad = \quad 28{,}0\,\text{m} - 75{,}0\,\text{m} \quad = \quad \text{-}47{,}0\,\text{m}$$

2.18 Solution : De $v(t)$ à $x(t)$

retour à la question ▲



Puisque le mouvement change à t = 10 s, la courbe de position en fonction du temps changera de type au même moment. On doit donc évaluer d'abord la position du mobile aux extrémités des deux phases du mouvement. On sait qu'à t = 0, la position est x = 0. Pour les positions à t = 10 s et t = 20 s, il faut ajouter les déplacements correspondant aux deux phases du mouvement, trouvées par l'aire sous la courbe.

Pour la portion de t = 0 à t = 10 s (rectangle vert sur la figure ci-contre) :

$$\Delta x_{0-10} = b \cdot h \quad = \quad 10\,\text{s} \times 6\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}} \quad = \quad 60{,}0\,\text{m}$$

Donc x_{10} = 60,0 m.

Pour la portion de t = 10 à t = 20 s (triangle bleu) :

$$\Delta x_{10-20} = \frac{b \cdot h}{2} \quad = \quad \frac{10\,\text{s} \times 6\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}}}{2} \quad = \quad 30{,}0\,\text{m}$$

La position à t = 20 s est donc :

$$x_{20} = x_{10} + \Delta x_{10-20} \quad = \quad 60{,}0\,\text{m} + 30{,}0\,\text{m} \quad = \quad 90{,}0\,\text{m}$$

On peut donc placer trois points sur le graphique $x(t)$ (voir figure ci-contre). Il faut ensuite déterminer le type de courbe qui relie ces points. On pourrait évidemment calculer des positions intermédiaires, mais une approche plus rapide consiste à identifier le comportement de la vitesse durant chaque phase, et ainsi connaître la pente de la courbe $x(t)$.

Durant la première phase du mouvement, la vitesse est constante. La pente de la courbe $x(t)$ est donc constante sur tout l'intervalle de t = 0 à t = 10 s, et la courbe reliant ces deux points est une droite.

Pour la deuxième phase du mouvement, la vitesse passe d'une valeur qui est la même que lors de la première phase à une valeur nulle (v_{20} = 0). La pente passera donc graduellement de la valeur initiale (6 m/s) à une pente nulle (v = 0) à t = 20 s. La courbe reliant ces deux points est une branche de parabole, ce qui est démontré dans les sections suivantes du chapitre. Alternativement, on peut calculer quelques positions supplémentaires durant cet intervalle pour voir l'allure de la courbe :

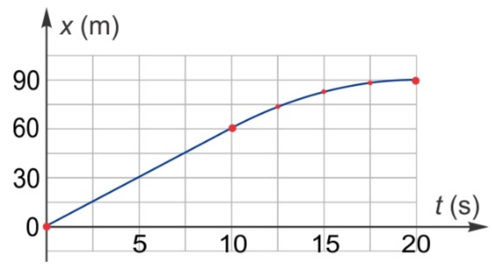
[1 à 10] [11 à 21] [22 à 34] [35 à 42]

$$\Delta x_{10-12,5} = \frac{(B+b)\cdot h}{2} = \frac{\left(6\,\frac{m}{s} + 4{,}5\,\frac{m}{s}\right)\times 2{,}5\,s}{2} = 13{,}125\,m \quad \rightarrow \quad x_{12,5} = 73{,}1\,m$$

$$\Delta x_{10-15} = \frac{(B+b)\cdot h}{2} = \frac{\left(6\,\frac{m}{s} + 3\,\frac{m}{s}\right)\times 5\,s}{2} = 23{,}0\,m \quad \rightarrow \quad x_{12,5} = 83{,}0\,m$$

$$\Delta x_{10-17,5} = \frac{(B+b)\cdot h}{2} = \frac{\left(6\,\frac{m}{s} + 1{,}5\,\frac{m}{s}\right)\times 7{,}5\,s}{2} = 28{,}125\,m \quad \rightarrow \quad x_{12,5} = 88{,}1\,m$$

Le graphique $x(t)$ décrivant ce mouvement est donc le suivant :



2.19 Solution : Le 0-100	retour à la question ▲

$\bar{a}$ = 5,91 m/s²

L'équation de l'accélération moyenne est :

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

La variation de vitesse est un gain de 100 km/h et la durée de l'accélération de 4,7 s. En incluant la conversion d'unités :

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{+100\,\frac{km}{h}}{4{,}7\,s}\times\left(\frac{1\,\frac{m}{s}}{3{,}6\,\frac{km}{h}}\right) = 5{,}91\,\frac{m}{s^2}$$

2.20 Solution : Sprint olympique	retour à la question ▲

t = 5,51 s

L'équation de l'accélération moyenne est :

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

On isole Δt pour connaître la durée de l'accélération :

$$\Delta t = \frac{\Delta v}{\bar{a}} = \frac{44{,}0\,\frac{km}{h}}{2{,}22\,\frac{m}{s^2}} = 19{,}8\,\frac{km\cdot s^2}{h\cdot m}$$

Évidemment, les unités obtenues ne sont pas familières. On doit faire une conversion pour obtenir des secondes :

$$\Delta t = 19{,}8\,\frac{km\cdot s^2}{h\cdot m}\times\frac{1\,000\,m}{1\,km}\times\frac{1\,h}{3\,600\,s} = 5{,}51\,s$$

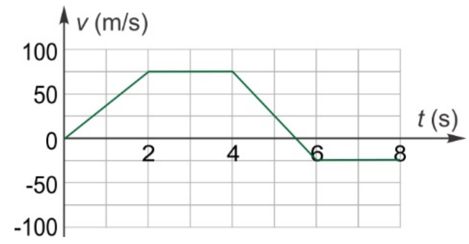
Dans les faits, il s'agit environ de la vitesse maximale pour un sprinteur olympique. Il atteint cette vitesse après le tiers de la distance de 100 m, après moins de la moitié de la durée de la course, et la fatigue le fait ralentir après ce moment.

1 à 10 11 à 21 22 à 34 35 à 42

2.21 Solution : Accélération sur $v(t)$ retour à la question ▲

a) v = 37,5 m/s

Sur le graphique de la vitesse en fonction du temps, la vitesse instantanée se lit directement sur l'axe vertical. À t = 1 s, la courbe passe à v = 37,5 m/s.



b) a = 37,5 m/s²

Sur le graphique de la vitesse en fonction du temps, l'accélération est donnée par la pente de la courbe de la vitesse. À t = 1 s, on peut calculer la pente à partir de la variation de vitesse durant les deux premières secondes (où la variation de vitesse est régulière) :

$$\text{pente} = \frac{v_2 - v_0}{t_2 - t_0} = \frac{75\,\frac{\text{m}}{\text{s}} - 0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{2\,\text{s} - 0\,\text{s}} = 37{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

c) a = 0

À t = 3 s, la courbe de la vitesse est horizontale. Une pente nulle, de la courbe de la vitesse en fonction du temps, signifie une accélération nulle.

d) $\overline{a}$ = -3,13 m/s²

L'accélération moyenne requiert qu'on connaisse les vitesses au début et à la fin de l'intervalle étudié. À t = 0, la vitesse est de 0 m/s, et à t = 8 s, la vitesse est v = -25 m/s. L'accélération moyenne est donc :

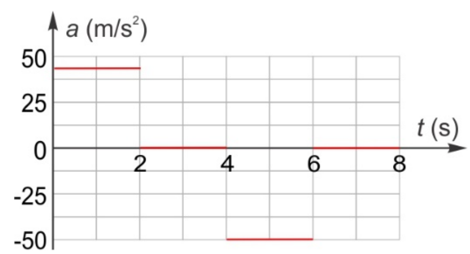
$$\overline{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0} = \frac{-25\,\frac{\text{m}}{\text{s}} - 0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{8\,\text{s} - 0\,\text{s}} = -3{,}13\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

e)

On a trouvé en a) et en b) l'accélération des deux premières parties du mouvement. Ce sont des accélérations constantes durant de cours intervalles. Rapidement, on constante que la pente de $v(t)$ est nulle également entre t = 6 s et t = 8 s, donc l'accélération est nulle également. Il ne reste qu'à calculer l'accélération entre t = 4 s et t = 6 s, via la pente de la courbe :

$$\text{pente} = \frac{v_6 - v_4}{t_6 - t_4} = \frac{\left(-25\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right) - 75\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{6\,\text{s} - 4\,\text{s}} = -50{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Le graphique de l'accélération en fonction du temps est donc le suivant :

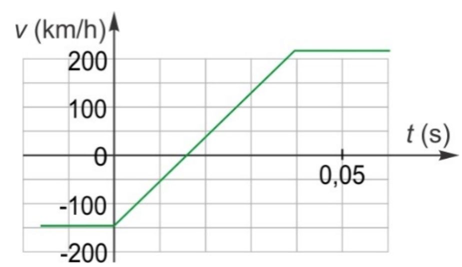


2.22 Solution : Balle de baseball retour à la question ▲

$\overline{a}$ = 2,56×10³ m/s²

L'accélération moyenne est donnée par :

$$\overline{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{\Delta t}$$



Puisque la vitesse change de sens, l'une des deux vitesses données doit être considérée négative. Aucun axe n'est défini, alors on peut choisir arbitrairement dans quelle direction est dirigé l'axe utilisé. Aussi, puisqu'on ne demande que la grandeur de l'accélération, on peut faire en sorte que le résultat soit automatiquement positif. Considérons alors que v_0 = -144 km/h et v = +216 km/h :

$$\overline{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{\Delta t} = \frac{216\,\frac{\text{km}}{\text{h}} - \left(-144\,\frac{\text{km}}{\text{h}}\right)}{0{,}039\,0\,\text{s}} \times \frac{1\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{3{,}6\,\frac{\text{km}}{\text{h}}} = 2{,}56 \times 10^3\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

2.23 Solution : Accélération à vélo retour à la question ▲

v = 19,0 m/s

L'accélération moyenne est donnée par :

$$\overline{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{\Delta t}$$

1 à 10   11 à 21   22 à 34   35 à 42

On peut isoler la vitesse finale v et calculer :

$$v = v_0 + \bar{a}\Delta t \quad = \quad 5{,}00\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}} \quad + \quad 1{,}75\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}^2} \times 8\,\text{s} \quad = \quad 19{,}0\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}}$$

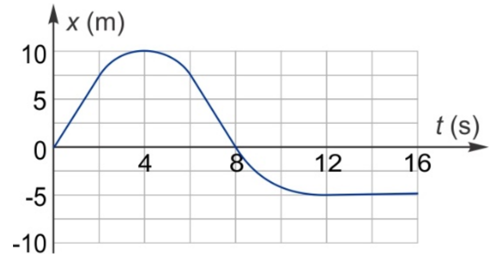
2.24 Solution : $x(t)$

retour à la question ▲

a) t = 4 s, et 12 s < t < 16 s

Sur un graphique de la position en fonction du temps, la vitesse est donnée par la pente de la courbe. Une vitesse nulle correspond donc à une pente nulle. Sur le graphique donné, la pente est nulle à l'instant t = 4 s, ainsi que durant l'intervalle 12 s < t < 16 s.

b) 2 s < t < 4 s



Une vitesse positive correspond à une section où la pente de $x(t)$ est positive (donc une portion ascendante de la courbe). Sur le graphique, la pente est positive, entre 0 s et 4 s.

Aussi, une accélération négative correspond à une section où la pente est de plus en plus faible en montant (de moins en moins positive), ou de plus en plus forte en descendant (de plus en plus négative).

Les deux conditions décrites se retrouvent entre t = 2 s et t = 4 s, où la pente est positive, mais de moins en moins, jusqu'à être nulle à 4 s.

c) 0 s < t < 2 s

Une vitesse positive correspond à une section où la pente de $x(t)$ est positive (donc une portion ascendante de la courbe). Sur le graphique, la pente est positive, entre 0 s et 4 s.

Aussi, une accélération nulle correspond à une section où la pente est constante. Entre 0 s et 4 s, c'est le cas uniquement entre 0 s et 2 s.

d) 4 s < t < 12 s

Une vitesse négative correspond à une section où la pente de $x(t)$ est négative (donc une portion descendante de la courbe). Sur le graphique, la pente est négative, entre 4 s et 12 s, peu importe la valeur de la pente.

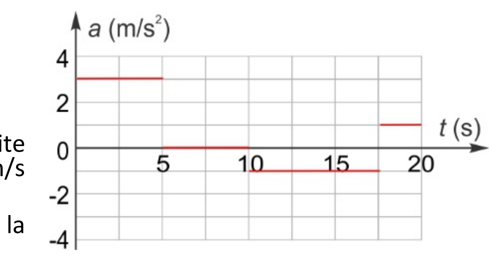
2.25 Solution : Tracer $v(t)$

retour à la question ▲

La vitesse initiale étant nulle, on peut trouver la vitesse après la première phase du mouvement (de 0 s à 5 s), alors que l'accélération est constante à 2 m/s² (donc l'accélération moyenne coïncide avec la valeur constante d'accélération, pour cette phase) :

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad = \quad \frac{v_5 - v_0}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad v_5 = v_0 + \bar{a}\Delta t$$

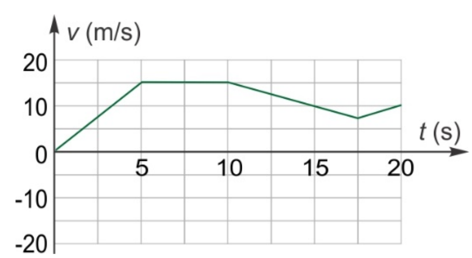
$$v_5 = 0\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}} \quad + \quad 3{,}00\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}^2} \times 5{,}00\,\text{s} \quad = \quad 15{,}0\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}}$$



La vitesse à t = 5 s est donc 15,0 m/s. À partir de cette vitesse, le mobile a ensuite une accélération nulle durant 5 secondes. La vitesse demeurera de 15,0 m/s jusqu'à t = 10,0 s.

L'accélération vaut ensuite -1,00 m/s² durant 7,50 s. À l'aide de l'équation de la vitesse finale obtenue en a), la vitesse au terme de cette phase sera :

$$v_{17,5} = v_{10} + \bar{a}\Delta t \quad = \quad = 15{,}0\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}} \quad + \quad \left(-1{,}00\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) \times 7{,}50\,\text{s} \quad = \quad 7{,}50\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}}$$



Finalement, pour la quatrième phase, l'accélération vaut 1,00 m/s². La vitesse à la fin de cette phase de 2,50 s est :

$$v_{20} = v_{17,5} + \bar{a}\Delta t \quad = \quad = 7{,}50\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}} \quad + \quad 1{,}00\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}^2} \times 2{,}50\,\text{s} \quad = \quad 10{,}0\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}}$$

Le graphique de la vitesse en fonction du temps est celui illustré ci-contre :

1 à 10 11 à 21 22 à 34 35 à 42

2.5 LE MOUVEMENT RECTILIGNE UNIFORMÉMENT ACCÉLÉRÉ

2.26 Solution : Freinage retour à la question ▲

a) a = -7,64 m/s²

Avec un axe dirigé vers l'avant de la voiture, supposons que la manœuvre de freinage commence à x = 0. L'accélération est constante durant l'ensemble du freinage. On peut donc établir la liste des paramètres pour l'ensemble du freinage jusqu'à ce que v = 0 :

$$x_0 = 0$$
$$x = 28{,}4\ \text{m}$$
$$v_0 = 75\ \tfrac{\text{km}}{\text{h}}$$
$$v = 0$$
$$a = ??$$
$$t = ?$$

Les équations pour un MRUA sont :

$$x = x_0 + v_0 t + \tfrac{1}{2} a t^2 \tag{1}$$

$$v = v_0 + at \tag{2}$$

Les deux équations contiennent les mêmes deux inconnues. Dans ce cas, l'union de ces deux équations où on fait disparaître la variable t entraîne :

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0) \tag{3}$$

$$a = \frac{\overbrace{v^2}^{=0} - v_0^2}{2\left(x - \underbrace{x_0}_{=0}\right)} = \frac{-v_0^2}{2x} \tag{4}$$

$$a = \frac{-\left(75\ \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{3{,}6\ \frac{\text{km}}{\text{h}}}\right)^2}{2 \times 28{,}4\ \text{m}} = -7{,}64\ \tfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

b) d = 40,9 m

On traite à nouveau un MRUA mais dont la distance d'arrêt est différente qu'en a). Les paramètres sont :

$$x_0 = 0$$
$$x = ??$$
$$v_0 = 90\ \tfrac{\text{km}}{\text{h}}$$
$$v = 0$$
$$a = -7{,}64\ \tfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$$
$$t = ?$$

Les équations de départ sont les mêmes équations (1) et (2) qu'en a), mais encore une fois elles contiennent chacune deux inconnues et on doit avoir recours à l'équation (3) évoquée en a), où l'inconnue est la distance x :

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

$$x = \underbrace{x_0}_{=0} + \frac{\overbrace{v^2}^{=0} - v_0^2}{2a} = \frac{-v_0^2}{2a}$$

$$x = \frac{-\left(90\,\frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{3{,}6\,\frac{\text{km}}{\text{h}}}\right)^2}{2 \times \left(-7{,}64\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)} \quad = \quad 40{,}9\text{ m}$$

Puisque la position initiale a été définie à 0, la distance d'arrêt coïncide avec la position finale :

$$d = \Delta x \quad = \quad x - x_0 \quad = \quad 40{,}9\text{ m} - 0\text{ m} \quad = \quad 40{,}9\text{ m}$$

c) a = -4,96 m/s²

La liste des paramètres pour ce MRUA de durée connue, est :

$x_0 = 0$

$x = ?$

$v_0 = 75\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$

$v = 0$

$a = ??$

$t = 4{,}20\text{ s}$

Les équations de départ sont les mêmes équations (1) et (2) qu'en a), et cette fois-ci, l'équation (2) contient une seule inconnue, celle que l'on cherche :

$$v = v_0 + at \qquad \Rightarrow \qquad a = \frac{v - v_0}{t} \quad = \quad \frac{0 - \left(75\,\frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{3{,}6\,\frac{\text{km}}{\text{h}}}\right)}{4{,}20\text{ s}} \quad = \quad -4{,}96\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

d) t = 5,04 s

La liste des paramètres, est :

$x_0 = 0$

$x = ?$

$v_0 = 90\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$

$v = 0$

$a = -4{,}96\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

$t = ??$

Les équations de départ sont les équations (1) et (2) définies en a), et l'équation (2) suffit pour calculer le temps d'arrêt avec a = -4,96 m/s² :

$$v = v_0 + at \qquad \Rightarrow \qquad t = \frac{v - v_0}{a} \quad = \quad \frac{0 - \left(90\,\frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{3{,}6\,\frac{\text{km}}{\text{h}}}\right)}{-4{,}96\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \quad = \quad 5{,}04\text{ s}$$

2.27 Solution : À la chasse retour à la question ▲

a = 1,68×10⁵ m/s²

À l'intérieur du canon du fusil, la balle suit un MRUA simple. En posant x = 0 au début de son parcours, les paramètres du mouvement sont :

$x_0 = 0$

$x = 0{,}475\text{ m}$

$v_0 = 0$

$v = 400\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$

$a = ??$

$t = ?$

Les équations générales pour un MRUA sont :

$$x = x_0 + v_0 t + \tfrac{1}{2} a t^2$$

$$v = v_0 + at$$

Les deux équations contiennent les mêmes deux inconnues, a et t. Dans ce cas, l'union de ces deux équations où on fait disparaître la variable t entraîne :

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

$$a = \frac{v^2 - \overbrace{v_0^2}^{=0}}{2\left(x - \underbrace{x_0}_{=0}\right)} = \frac{v^2}{2x} = \frac{\left(400\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \times 0{,}475\ \text{m}} = 1{,}68 \times 10^5\ \tfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

L'accélération étant constante (MRUA), l'accélération moyenne correspond à l'accélération constante de ce MRUA.

2.28 Solution : Mission vers Mars retour à la question ▲

a) $t = 49{,}6$ h

Le mouvement entier se déroule en deux étapes, chacune étant un MRUA. On doit donc traiter les deux distinctement. Cependant, puisque les deux portions présentent des accélérations de mêmes modules, on peut déduire que l'accélération se déroulera sur la première moitié de la distance, et la décélération sur la seconde moitié. Par symétrie, les deux portions auront également la même durée. En traitant une seule moitié, on pourra alors résoudre le problème.

Convertissons en mètres la distance de 78,3 millions de kilomètres pour l'homogénéité des unités, puisque que l'accélération est en mètres par seconde carrée :

$$d_{TM} = 78{,}3\ \text{M}\cdot\text{km} = 78{,}3 \times 10^6 \times \left(10^3\ \text{m}\right) = 7{,}83 \times 10^{10}\ \text{m}$$

Pour la première moitié, d'accélération positive, définissons les paramètres suivants :

$$x_0 = 0$$
$$x = \tfrac{1}{2} d_{TM}$$
$$v_0 = 0$$
$$v = ?$$
$$a = 9{,}81\ \tfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$$
$$t = ??$$

Les équations générales pour un MRUA sont :

$$x = x_0 + v_0 t + \tfrac{1}{2} a t^2 \qquad (1)$$

$$v = v_0 + at \qquad (2)$$

L'équation (1) ne comporte qu'une inconnue, le temps recherché pour la moitié du parcours, $t_{½}$. La vitesse initiale étant nulle, la simplification nous évite de devoir résoudre une équation du second degré :

$$x = \underbrace{x_0}_{=0} + \underbrace{v_0}_{=0} t + \frac{1}{2} a t^2$$

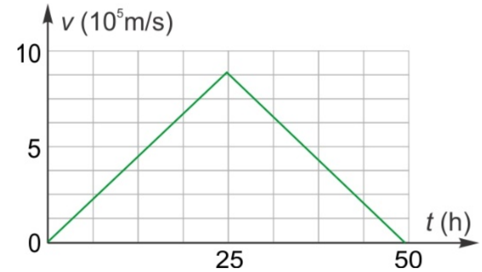
$$t_{½} = \sqrt{\frac{2x}{a}} = \sqrt{\frac{2 \times \frac{1}{2} d_{TM}}{g}} = \sqrt{\frac{d_{TM}}{g}} \qquad (3)$$

$$t_{½} = \sqrt{\frac{7{,}83 \times 10^{10}\ \text{m}}{9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 8{,}93 \times 10^4\ \text{s}$$

C'est la durée de la moitié du voyage. Pour le voyage entier, avec conversion dans des unités plus familières pour une telle durée :

$$t_{total} = 2t_{½} = 2 \times 8{,}93 \times 10^4 \text{ s} = 1{,}79 \times 10^5 \text{ s}$$

$$t_{total} = 1{,}79 \times 10^5 \text{ s} \times \frac{1\text{ h}}{3600\text{ s}} = 49{,}6\text{ h},$$ soit à peine plus de deux jours.



Cette durée peut paraître courte, surtout si on sait que les missions planifiées vers Mars impliquent un parcours de plusieurs mois. Cependant, ces expéditions, avec les moyens actuels, ne sont pas en mesure de fournir une accélération aussi grande pour une telle durée (la quantité de carburant requise impliquerait une masse gigantesque, constituant en soi un obstacle au décollage et à la réalisation du voyage).

À titre d'information, la vitesse atteinte dans ces conditions serait de $8{,}76 \times 10^5$ m/s.

b) $t_{total} = \sqrt{4d_{TM}/g}$

On a développé en a) l'équation (3) qui définit algébriquement la durée de la moitié du voyage. Il suffit de multiplier par deux cette expression pour obtenir l'expression de la durée totale :

$$t_{total} = 2t_{½} = 2\sqrt{\frac{d_{TM}}{g}} = \sqrt{\frac{4d_{TM}}{g}}$$

2.29 Solution : Le ballon dans la pente retour à la question ▲

$t = 4{,}59$ s

On indique que le module de l'accélération du ballon est le cinquième de l'accélération gravitationnelle normale, c'est-à-dire que $|a| = g/5$. Arbitrairement, on peut placer l'origine du mouvement à l'endroit d'où l'enfant lance le ballon, et diriger l'axe x dans la direction du lancer. Alors, l'accélération est $a = -g/5$. Aussi, si on s'intéresse au moment où le ballon redescend au niveau de l'enfant, la position finale est également $x = 0$, et le mouvement entier est un MRUA simple. Les paramètres du mouvement sont :

$$x_0 = 0$$
$$x = 0$$
$$v_0 = 4{,}50 \,\tfrac{\text{m}}{\text{s}}$$
$$v = ?$$
$$a = \frac{-g}{5} = \frac{9{,}81 \,\tfrac{\text{m}}{\text{s}^2}}{5} = -1{,}962 \,\tfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$$
$$t = ??$$

Les équations générales pour un MRUA sont :

$$x = x_0 + v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2 \qquad (1)$$

$$v = v_0 + at \qquad (2)$$

L'équation (1) ne comporte que l'inconnue recherchée, et peut être simplifiée pour n'avoir qu'une équation du premier degré :

$$\underbrace{x}_{=0} = \underbrace{x_0}_{=0} + v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2 \quad \Rightarrow \quad t = \frac{-2v_0}{a} = \frac{-2v_0}{-g/5} = \frac{10v_0}{g}$$

$$t = \frac{10 \times 4{,}50 \,\tfrac{\text{m}}{\text{s}}}{9{,}81 \,\tfrac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 4{,}59\text{ s}$$

1 à 10 11 à 21 22 à 34 35 à 42

2.30 Solution : Le blender

retour à la question ▲

d = 18,7 m/s²

Les variables de l'équation ne sont pas les variables habituelles, alors on doit se servir des informations données pour interpréter chaque terme et chaque variable.

On sait que f est une position, alors chacun des trois termes de droite doit être également une position. Puisque r est une vitesse (car il est indiqué que r = 5 km/min), on comprends que c'est la vitesse initiale, et la variable c doit nécessairement être un temps pour que le produit rc soit en unités de longueurs.

Sachant que c est le temps, m doit être en dimensions LT^{-2}, et représente la moitié de l'accélération du mouvement (selon le terme ½at^2 de l'équation habituelle). Finalement, a représente une position également, donc la position initiale du mouvement. L'énoncé mentionne que l'accélération recherchée est la variable d. Si on établit les paramètres de ce mouvement, pour l'intervalle de temps de 0 à c = 12,5 s :

$$a = 240\,\text{m}$$
$$f = ?$$
$$r = 5\,\frac{\text{km}}{\text{min}}$$
$$v_{finale} = 317\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$
$$d = ??$$
$$t = 12{,}5\,\text{s}$$

L'équation de position (f) en fonction du temps (c), adaptée à ces variables, est :

$$f = a + rc + mc^2 \qquad (1)$$

La variable m équivaut à la portion ½a dans l'équation habituelle. L'accélération est donc donnée par a = 2m. On désignera par d l'accélération dans cet exerce (d = 2m). L'équation de la vitesse après un certain temps est donc :

$$v_{finale} = r + dc \qquad (2)$$

Dans l'équation (2), l'accélération d est la seule inconnue :

$$d = \frac{v_{finale} - r}{c} = \frac{317\,\frac{\text{m}}{\text{s}} - \left(5{,}00\,\frac{\text{km}}{\text{min}} \times \frac{1\,000\,\text{m}}{1\,\text{km}} \times \frac{1\,\text{min}}{60\,\text{s}}\right)}{12{,}5\,\text{s}} = 18{,}7\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

2.31 Solution : Deux scénarios

retour à la question ▲

a) v_0 = 15,0 m/s

La même situation est décrite dans deux scénarios différents. On doit donc établir les paramètres du mouvement et les équations pour chacun des deux scénarios, et le système d'équations obtenu permettra de calculer les valeurs inconnues. En doit alors distinguer les variables des deux scénarios par « A » et « B ». En posant que x_0 = 0 dans les deux cas et en considérant qu'on sous-entend les mêmes vitesse initiale v_0 et durée t de l'accélération dans les deux cas :

$x_0 = 0$	$x_0 = 0$
$x_A = ?$	$x_B = ?$
$v_0 = ??$	$v_0 = ??$
$v_A = 30{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$	$v_B = 32{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$
$a_A = 1{,}50\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$	$a_B = 1{,}75\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
$t = ??$	$t = ??$

Les équations du mouvement appliquées distinctement aux deux scénarios sont :

$$x_A = x_0 + v_0 t + \tfrac{1}{2} a_A t^2 \qquad (1) \qquad\qquad x_B = x_0 + v_0 t + \tfrac{1}{2} a_B t^2 \qquad (3)$$

$$v_A = v_0 + a_A t \qquad (2) \qquad\qquad v_B = v_0 + a_B t \qquad (4)$$

On cherche v_0, qui figure dans toutes les équations, mais qui n'est jamais la seule inconnue. Par contre, les équations (2) et (4) forment un système de deux équations à deux inconnues, v_0 et t. On peut donc les utiliser pour déterminer v_0. Isolons *t* dans l'équation (3) pour remplacer *t* dans l'équation (4) par l'expression trouvée :

$$\text{(2)} \qquad t = \frac{v_A - v_0}{a_A} \qquad \text{(5)}$$

$$\text{(4)} \qquad v_B = v_0 + a_B \underbrace{\left(\frac{v_A - v_0}{a_A}\right)}_{t}$$

On isole v_0 qui est maintenant la seule inconnue :

$$v_B = v_0 + a_B\left(\frac{v_A - v_0}{a_A}\right) = v_0 + \frac{a_B}{a_A}v_A - \frac{a_B}{a_A}v_0 = v_0\left(1 - \frac{a_B}{a_A}\right) + \frac{a_B}{a_A}v_A$$

$$v_0 = \frac{v_B - \frac{a_B}{a_A}v_A}{1 - \frac{a_B}{a_A}} = \frac{32{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{s}} - \frac{1{,}75\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{1{,}50\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \times 30{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{1 - \frac{1{,}75\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{1{,}50\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 15{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

b) t = 10,0 s

Pour trouver la durée de l'accélération (identique dans les deux scénarios), on peut reprendre l'équation (5) développée en a) qui donne directement la valeur *t*, maintenant que l'on connaît v_0 :

$$t = \frac{v_A - v_0}{a_A} = \frac{30{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}} - 15{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{1{,}50\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 10{,}0\,\text{s}$$

2.32 Solution : Décollage

retour à la question ▲

t = 10,2 s

Posons x_0 = 0. Les paramètres de ce MRUA simple sont :

$$x_0 = 0$$
$$x = 321\,\text{m}$$
$$v_0 = 5{,}00\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$
$$v = 58{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$
$$a = ?$$
$$t = ??$$

Les équations générales pour un MRUA sont :

$$x = x_0 + v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2 \qquad (1)$$

$$v = v_0 + at \qquad (2)$$

Ces deux équations comportent les mêmes deux inconnues. Puisque c'est le temps *t* qui nous intéresse, l'union de ces deux équations où on fait disparaître *a* entraîne :

$$x = x_0 + \left(\frac{v_0 + v}{2}\right)\cdot t \quad \Rightarrow \quad t = \frac{2\left(x - \overbrace{x_0}^{=0}\right)}{v_0 + v} = \frac{2x}{v_0 + v}$$

$$t = \frac{2 \times 321\,\text{m}}{5{,}00\,\frac{\text{m}}{\text{s}} + 58{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}} = 10{,}2\,\text{s}$$

2.33 Solution : $x(t)$ retour à la question ▲

a) a = -2,40 m/s²

Dans l'équation donnée, il faut reconnaître la signification de chaque valeur indiquée. Puisque c'est une équation de la position, chaque terme doit être en unités de longueur (en mètres, selon le commentaire). L'analyse dimensionnelle nous indique que le terme qui multiplie un temps au carré doit être en dimensions LT^{-2}, donc en m/s²; le terme qui multiplie un temps doit être en m/s, et la valeur seule doit être en mètres comme la position x.

On peut donc reconnaître l'équation générale de la position « $x = x_0 + v_0t + ½at^2$ ». Dès lors, la valeur qui multiplie t^2 dans l'équation de l'énoncé représente « ½a », ce qui permet de calculer l'accélération du projectile :

$$\tfrac{1}{2}a = -1{,}20\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad \Rightarrow \quad a = 2 \times \left(-1{,}20\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) = -2{,}40\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

b) $\bar{v}$ = 0,500 m/s

L'équation la plus élémentaire de la vitesse moyenne est sa simple définition algébrique : $\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$. On nous donne les instants à considérer, mais on doit utiliser l'équation de la position pour déterminer les positions initiale et finale du déplacement Δx :

$$x_{5\,\text{s}} = -1{,}20t^2 + 18{,}5t - 10{,}0 = -1{,}20 \times (5{,}00\,\text{s})^2 + 18{,}5 \times (5{,}00\,\text{s}) - 10{,}0 = 52{,}5\,\text{m}$$

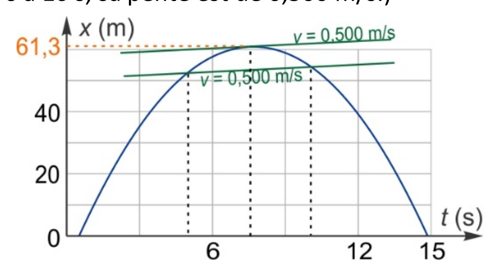
$$x_{10\,\text{s}} = -1{,}20t^2 + 18{,}5t - 10{,}0 = -1{,}20 \times (10{,}0\,\text{s})^2 + 18{,}5 \times (10{,}0\,\text{s}) - 10{,}0 = 55{,}0\,\text{m}$$

On peut alors calculer la vitesse moyenne :

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_{10\,\text{s}} - x_{5\,\text{s}}}{10{,}0\,\text{s} - 5{,}00\,\text{s}} = \frac{55{,}0\,\text{m} - 52{,}5\,\text{m}}{10{,}0\,\text{s} - 5{,}00\,\text{s}} = 0{,}500\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(Voir sur le graphique qui suit : la sécante représente la vitesse moyenne de 5 s à 10 s, sa pente est de 0,500 m/s.)

c) v = 0,500 m/s



Pour calculer une vitesse instantanée, on peut utiliser l'équation générale de la vitesse pour un MURA : $v = v_0 + at$, mais la vitesse initiale n'est pas encore connue. Dans l'équation de l'énoncé, le terme qui multiplie t est la vitesse initiale, donc v_0 = 18,5 m/s. Donc :

$$v = v_0 + at = 18{,}5\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}} + \left(-2{,}40\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) \times 7{,}50\,\text{s} = 0{,}500\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}}$$

Sur le graphique ci-contre, la tangente à la courbe à t = 7,5 s a une pente de 0,500 m/s.

d) x = 61,3 m

On cherche la valeur x telle que v = 0, mais on ignore à quel moment ça se produit. À partir des deux équations générales pour un MRUA, on peut obtenir l'équation des vitesses carrées où t a été éliminé :

$$\left.\begin{array}{l} x = x_0 + v_0t + \tfrac{1}{2}at^2 \\ v = v_0 + at \end{array}\right\} \qquad v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

On peut alors isoler x et calculer la position recherchée pour v = 0 :

$$x = x_0 + \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = -10{,}0\,\text{m} + \frac{(0)^2 - \left(18{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \times \left(-2{,}40\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)} = 61{,}3\,\text{m}$$

Sur le graphique ci-haut, la position où le projectile est immobile correspond au sommet de la parabole de sa courbe $x(t)$.

2.34 Solution : Pas simple retour à la question ▲

a) t = 24,4 s

L'accélération n'est pas constante durant tout le mouvement décrit. On doit donc séparer le mouvement en 3 et traiter chaque portion distinctement. Gardons à l'esprit que la position finale d'une portion du mouvement devient la position initiale de la portion suivante.

On peut établir tour à tour la liste des paramètres et les équations générales pour les trois portions du mouvement, en adaptant les variables à chaque partie pour éviter la confusion. Désignons par x_0 la position initiale et par x_1, x_2 et x_3 les positions finales des trois portions du mouvement. On peut suspecter que la durée requise pour parcourir 800 m impliquera une portion de mouvement à accélération nulle, donc la durée totale du déplacement de 800 m sera la somme des durées des trois portions du mouvement avec x_3 = 800 m; donc $t_{total} = t_{0\text{-}1} + t_{1\text{-}2} + t_{2\text{-}3}$.

$x_0 = 0$	$x_1 = ?$	$x_2 = ?$
$x_1 = ?$	$x_2 = ?$	$x_3 = 800\ m$
$v_0 = 0$	$v_1 = ?$	$v_2 = ?$
$v_1 = ?$	$v_2 = ?$	$v_3 = ?$
$a_{0-1} = 6{,}00\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$	$a_{1-2} = 3{,}50\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$	$a_{2-3} = 0$
$t_{0-1} = 3{,}00\ \text{s}$	$t_{1-2} = 6{,}00\ \text{s}$	$t_{2-3} = ?$

$x_1 = \overbrace{x_0}^{=0} + \overbrace{v_0}^{=0} t_{0-1} + \frac{1}{2}a_{0-1}t_{0-1}^2$ (1)	$x_2 = x_1 + v_1 t_{1-2} + \frac{1}{2}a_{1-2}t_{1-2}^2$ (3)	$x_3 = x_2 + v_2 t_{2-3} + \frac{1}{2}\overbrace{a_{2-3}}^{=0}t_{2-3}^2$ (5)
$v_1 = \underbrace{v_0}_{=0} + a_{0-1}t_{0-1}$ (2)	$v_2 = v_1 + a_{1-2}t_{1-2}$ (4)	$v_3 = v_2 + \underbrace{a_{2-3}}_{=0} t_{2-3}$ (6)

On a alors un système de 6 équations à 6 inconnues, mais on peut toujours trouver au moins une équation ne comportant qu'une inconnue, à mesure qu'on calcule les inconnues. À partir des équations (1) et (2) :

$$x_1 = 0 + 0 + \tfrac{1}{2}a_{0-1}t_{0-1}^2 \;=\; \tfrac{1}{2}\times 6{,}00\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}^2}\times(3{,}00\,\text{s})^2 \;=\; 27{,}0\,\text{m}$$

$$v_1 = 0 + a_{0-1}t_{0-1} \;=\; 6{,}00\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}^2}\times 3{,}00\,\text{s} \;=\; 18{,}0\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}}$$

Ces position et vitesse sont les conditions initiales de la deuxième portion du mouvement, pour laquelle les équations (3) et (4) entraînent :

$$x_2 = x_1 + v_1 t_{1-2} + \tfrac{1}{2}a_{1-2}t_{1-2}^2 \;=\; 27{,}0\,\text{m} + 18{,}0\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}}\times 6{,}00\,\text{s} + \tfrac{1}{2}\times 3{,}500\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}^2}\times(6{,}00\,\text{s})^2 \;=\; 198\,\text{m}$$

$$v_2 = v_1 + a_{1-2}t_{1-2} \;=\; 18{,}0\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}} + 3{,}50\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}^2}\times 6{,}00\,\text{s} \;=\; 39{,}0\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}}$$

Ces position et vitesse sont les conditions initiales de la troisième portion du mouvement, pour laquelle l'équation (5) suffit à trouver la troisième durée, $t_{2\text{-}3}$:

$$x_3 = x_2 + v_2 t_{2-3} + 0 \quad \Rightarrow \quad t_{2-3} = \frac{x_3 - x_2}{v_2}$$

$$t_{2-3} = \frac{800\,\text{m} - 198\,\text{m}}{39{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}} \;=\; 15{,}4\,\text{s}$$

15,4 s est la durée de la troisième portion du mouvement, qui se termine à x = 800 m. La durée totale du mouvement qui l'a amené là, avec une accélération qui a varié, et donnée par :

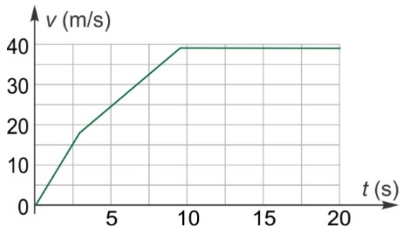
$$t_{total} = t_{0-1} + t_{1-2} + t_{2-3} \;=\; 3\,\text{s} + 6\,\text{s} + 15{,}4\,\text{s} \;=\; 24{,}4\,\text{s}$$

b)

Le mouvement se déroule en trois phases, et on connaît l'accélération ainsi que les vitesses initiale et finale de chaque phase. Le graphique de la vitesse en fonction du temps n'est donc pas très ardu à tracer. Les coordonnées reliées par des segments droits (trois MRUA distincts) sont :

$$t_0 = 0{,}00\text{ s} \quad : \quad v_0 = 0{,}00\ \tfrac{\text{m}}{\text{s}}$$
$$t_1 = 3{,}00\text{ s} \quad : \quad v_1 = 18{,}0\ \tfrac{\text{m}}{\text{s}}$$
$$t_2 = 9{,}00\text{ s} \quad : \quad v_2 = 39{,}0\ \tfrac{\text{m}}{\text{s}}$$
$$t_3 = 24{,}4\text{ s} \quad : \quad v_3 = 39{,}0\ \tfrac{\text{m}}{\text{s}}$$

On demande de tracer le graphique jusqu'à t = 20 s, mais la vitesse étant constante à partir de t = 9,00 s, il ne sera pas nécessaire de calculer une coordonnée intermédiaire. Le graphique $v(t)$ correspondant est le suivant :

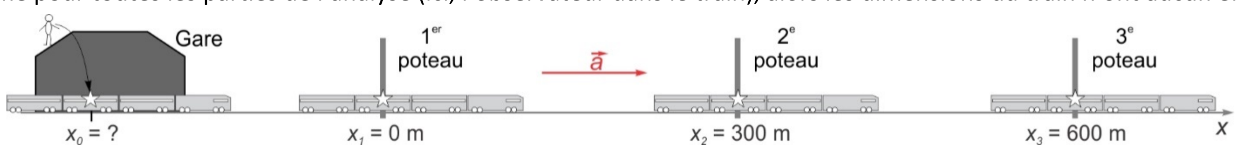


retour à la question ▲

a) a = 0,200 m/s²

Il s'agit d'un MRUA, l'accélération est constante durant l'ensemble du mouvement, mais on doit choisir la portion de mouvement étudiée pour appliquer une résolution, soit du 1er poteau au 2e, du 1er au 3e, ou du 2e au 3e.

Remarque : la position d'un train n'est pas unique, car le train a une longueur importante. Mais si le point étudié est le même pour toutes les parties de l'analyse (ici, l'observateur dans le train), alors les dimensions du train n'ont aucun effet.



$$x_1 = 0$$
$$x_2 = 300\text{ m}$$
$$v_1 = ? \qquad\qquad x_2 = x_1 + v_1 t_{1-2} + \tfrac{1}{2} a t_{1-2}^2 \qquad (1)$$
$$v_2 = ? \qquad\qquad v_2 = v_1 + a t_{1-2} \qquad (2)$$
$$a = ?$$
$$t_{1-2} = 30\text{ s}$$

Les deux équations comportent 3 inconnues et aucune ne peut être calculée pour l'instant. Il faut alors établir les équations et les paramètres pour l'autre portion du mouvement, pour laquelle l'accélération et certaines variables sont les mêmes :

$$x_2 = 300\text{ m}$$
$$x_3 = 600\text{ m}$$
$$v_2 = ? \qquad\qquad x_3 = x_2 + v_2 t_{2-3} + \tfrac{1}{2} a t_{2-3}^2 \qquad (3)$$
$$v_3 = ? \qquad\qquad v_3 = v_2 + a t_{2-3} \qquad (4)$$
$$a = ?$$
$$t_{2-3} = 20\text{ s}$$

On a maintenant 4 équations, et les inconnues sont au nombre de 4 (v_1, v_2, v_3 et a). On peut alors procéder pour trouver l'accélération. Le sous-système des équations (1), (2) et (3) est le plus simple qui doive être résout car il implique 3 inconnues, v_1, v_2 et a. Une manière d'obtenir a le plus directement est d'isoler v_1 et v_2 dans les équations (1) et (3) et de les remplacer par leurs nouvelles expression dans l'équation (2) :

$$(1) \qquad x_2 = \underbrace{x_1}_{=0} + v_1 t_{1-2} + \tfrac{1}{2} a t_{1-2}^2 \quad \Rightarrow \quad v_1 = \frac{x_2 - \tfrac{1}{2} a t_{1-2}^2}{t_{1-2}} = \frac{x_2}{t_{1-2}} - \frac{a t_{1-2}}{2}$$

$$(3) \qquad x_3 = x_2 + v_2 t_{2-3} + \tfrac{1}{2} a t_{2-3}^2 \quad \Rightarrow \quad v_2 = \frac{x_3 - x_2 - \frac{1}{2} a t_{2-3}^2}{t_{2-3}} = \frac{x_3}{t_{2-3}} - \frac{x_2}{t_{2-3}} - \frac{a t_{2-3}}{2}$$

On substitue ces expressions de v_1 et v_2 dans l'équation (2) :

$$v_2 = v_1 + a t_{1-2} \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{x_3}{t_{2-3}} - \frac{x_2}{t_{2-3}} - \frac{a t_{2-3}}{2} \right) = \left(\frac{x_2}{t_{1-2}} - \frac{a t_{1-2}}{2} \right) + a t_{1-2}$$

L'accélération a est maintenant la seule inconnue, qu'on peut isoler pour la calculer :

$$\frac{a t_{2-3}}{2} - \frac{a t_{1-2}}{2} + a t_{1-2} = -\frac{x_2}{t_{1-2}} - \frac{x_2}{t_{2-3}} + \frac{x_3}{t_{2-3}}$$

$$a = \frac{-\frac{x_2}{t_{1-2}} - \frac{x_2}{t_{2-3}} + \frac{x_3}{t_{2-3}}}{\frac{t_{2-3}}{2} - \frac{t_{1-2}}{2} + t_{1-2}} = \frac{-\frac{300\text{ m}}{30\text{ s}} - \frac{300\text{ m}}{20\text{ s}} + \frac{600\text{ m}}{20\text{ s}}}{\frac{20\text{ s}}{2} - \frac{30\text{ s}}{2} + 30\text{ s}} = 0{,}200\ \tfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

b) d = 123 m

Cette question concerne une portion antérieure du mouvement avant le 1er poteau, depuis le départ de la gare. Puisqu'on a appelé x_1 la position du 1er poteau, on peut appeler x_0 la position du train à la gare, et on cherche la distance entre x_0 et x_1. Établissons les paramètres et les équations pour cette portion du déplacement, sachant que la vitesse était nulle en x_0 :

$$x_0 = ?$$
$$x_1 = 0$$
$$v_0 = 0$$
$$v_1 = ?$$
$$a = 0{,}200\ \tfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$$
$$t_{0-1} = ?$$

$$\overbrace{x_1}^{=0} = x_0 + \overbrace{v_0}^{=0} t_{0-1} + \tfrac{1}{2} a t_{0-1}^2 \qquad (5)$$

$$v_1 = \underbrace{v_0}_{=0} + a t_{0-1} \qquad (6)$$

Les deux équations comportent 3 inconnues, ce qui empêche leur résolution. Cependant, l'un de ces inconnues, v_1, se trouvait également dans l'analyse de la partie a), et pourrait être d'abord calculée à partir des équations (1) et (2) qui la contiennent. Dans l'équation (1), elle est la seule inconnue, depuis que l'accélération a été identifiée :

$$x_2 = \underbrace{x_1}_{=0} + v_1 t_{1-2} + \tfrac{1}{2} a t_{1-2}^2 \quad \Rightarrow \quad v_1 = \frac{x_2}{t_{1-2}} - \frac{a t_{1-2}}{2} = \frac{300\text{ m}}{30\text{ s}} - \frac{0{,}200\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times 30\text{ s}}{2} = 7{,}00\ \tfrac{\text{m}}{\text{s}}$$

On peut alors utiliser les équations (5) et (6) pour déterminer x_0. Puisque l'équation (5) qui contient x_0 comporte une autre inconnue (t_{0-1}), on peut utiliser l'équation (6) d'abord pour trouver t_{0-1} ou utiliser l'équation combinée des vitesses carrées :

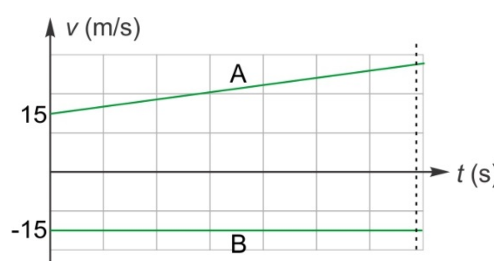
$$v_1^2 = \underbrace{v_0^2}_{=0} + 2a\left(\underbrace{x_1}_{=0} - x_0\right) \quad \Rightarrow \quad x_0 = \frac{v_1^2}{-2a} = \frac{\left(7{,}00\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{-2 \times 0{,}200\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = -122{,}5\text{ m}$$

La distance parcourue est :

$$d = \Delta x_{0-1} = x_1 - x_0 = 0\text{ m} - (-122{,}5\text{ m}) = 122{,}5\text{ m}$$

2.36 Solution : La cascade retour à la question ▲

Avant tout calcul, produisons l'illustration utile à l'analyse du problème, un graphique de la vitesse en fonction du temps comprenant les courbes de vitesses des deux autos, sans oublier d'attribuer une vitesse négative à l'une des deux (la deuxième, l'auto B, selon l'ordre de présentation). On ne peut tracer que l'allure des courbes pour l'instant, et illustrer arbitrairement l'instant de la rencontre (par le pointillé). À cet instant, les vitesses ne sont pas identiques, mais les positions le sont.



a) t = 6,90 s

Le mouvement se déroule en une seule phase, car les accélérations sont constantes à partir de l'instant décrit jusqu'au contact. On rédige les paramètres et les équations pour les deux autos pour la phase entière :

Auto A	Auto B
$x_{A0} = 0$	$x_{B0} = 250\,\text{m}$
$x_A = ?$	$x_B = ?$
$v_{A0} = 15\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$	$v_{B0} = -15\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$
$v_A = ?$	$v_B = -15\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$
$a_A = 1{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$	$a_B = 0$

$$t = ?$$

$$x_A = \underbrace{x_{A0}}_{=0} + v_{A0}t + \tfrac{1}{2}a_A t^2 \qquad (1) \qquad\qquad x_B = x_{B0} + v_{B0}t + \tfrac{1}{2}\underbrace{a_B}_{=0} t^2 \qquad (3)$$

$$v_A = v_{A0} + a_A t \qquad (2) \qquad\qquad v_B = v_{B0} + \underbrace{a_B}_{=0} t \qquad (4)$$

Puisqu'à l'instant de la collision les positions des deux voitures sont égales, on peut affirmer que $x_A = x_B$, et alors les équations (1) et (3) peuvent être combinées pour ne comporter qu'une inconnue, le temps :

$$v_{A0}t + \tfrac{1}{2}a_A t^2 \ = \ x_{B0} + v_{B0}t$$

On doit utiliser la solution d'équation quadratique pour déterminer le temps de la rencontre (contact) :

$$\tfrac{1}{2}a_A t^2 + \left(v_{A0} - v_{B0}\right)t - x_{B0} = 0$$

$$\tfrac{1}{2}\cdot 1{,}8\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot t^2 + \left(15\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}} - \left(-15\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}}\right)\right)t - 250\,\text{m} = 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} t = 6{,}90\ \text{s} \\ t = -40{,}2\ \text{s} \end{array}$$

On cherche évidemment un temps positif, car c'est le temps écoulé pour que les 2 autos se rejoignent : t = 6,90 s

b) d = 104 m

À partir du temps écoulé trouvé en a), on peut trouver la nouvelle position de la voiture B à partir de l'équation (3) :

$$(3) \qquad x_B = x_{B0} + v_{B0}t \ = \ 250\,\text{m} + \left(-15{,}0\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}}\right)\times 6{,}90\ \text{s} \ = \ 146\ \text{m}$$

Il ne s'agit pas encore de sa distance parcourue, mais de sa position lors du contact. Comme elle partait de x_{B0} = 250 m, sa distance parcourue est :

$$d = \left|x_B - x_{B0}\right| \ = \ \left|146\,\text{m} - 250\,\text{m}\right| \ = \ 104\ \text{m}$$

La valeur absolue sert à obtenir une valeur positive car la distance parcourue par un mobile ne peut être que positive, même si le déplacement est négatif comme pour la voiture B.

c) v = 27,4 m/s

L'équation (2) permet de trouver la vitesse après 6,90 s :

$$(2) \qquad v_A = v_{A0} + a_A t \ = \ 15{,}0\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}} + 1{,}80\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}^2}\times 6{,}90\ \text{s} \ = \ 27{,}4\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}}$$

2.6 LA CHUTE LIBRE VERTICALE

2.37 Solution : $v(h)$ retour à la question ▲

Le graphique f)

Plusieurs informations de l'énoncé permettent de préciser les caractéristiques du graphique recherché.

L'axe du mouvement étant dirigé vers le haut, on cherche nécessairement un graphique comportant des vitesses négatives. On écarte alors les graphiques a) et b).

Puisqu'on laisse tomber l'objet à partir du repos, la vitesse est nulle lorsque l'objet est à sa hauteur initiale, c'est-à-dire à h_0, et élevée (et négative) à $h = 0$. Parmi les graphiques restants, on peut écarter les graphiques c) et e).

On doit finalement choisir entre les graphiques d) et f), et la différence entre eux est liée à l'évolution de la vitesse. On sait que lors d'un MRUA, le graphique de la vitesse en fonction du temps présente une droite. Cela implique qu'à la *mi-temps* de la chute, la vitesse vaut la moitié de la vitesse finale (si $v_0 = 0$). Il est donc peu probable qu'à *mi-chemin* de la chute la vitesse soit à la moitié de sa valeur finale. En fait, à la mi-temps du parcours, l'objet ne peut pas être à mi-chemin si la vitesse n'est pas constante. Cela suffit à écarter le graphique d) où la vitesse évolue de façon linéaire avec la hauteur (même si on n'a pas pu confirmer le type de courbure recherché).

Pour le démontrer, on pourrait exprimer algébriquement la valeur de v lorsque $h = ½h_0$. Et pour ça, établissons d'abord l'équation de la vitesse en fonction de h. Selon les équations de la cinématique, avec une accélération de « $-g$ » :

$$v^2 = \underbrace{v_0^2}_{=0} + 2a\left(y - y_0\right) = -2g\left(h - h_0\right) = 2g\left(h_0 - h\right) \quad \Rightarrow \quad v = \pm\sqrt{2g} \times \sqrt{h_0 - h}$$

Puisqu'on sait qu'on est dans une situation où la vitesse est négative, on peut conserver la solution négative de la valeur trouvée : $v = -\sqrt{2g} \times \sqrt{h_0 - h}$. Lorsque $h = ½h_0$:

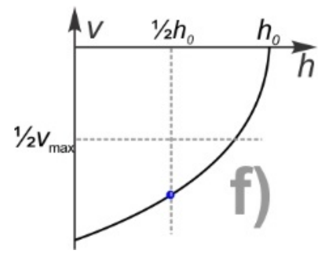
$$v_{½h_0} = -\sqrt{2g} \times \sqrt{h_0 - \left(\tfrac{1}{2}h_0\right)} = -\sqrt{2g} \times \sqrt{\tfrac{1}{2}h_0}$$

Comparons cette vitesse à la vitesse maximale, atteinte lorsque $h = 0$. D'abord, l'expression de la vitesse maximale :

$$v_{\max} = -\sqrt{2g} \times \sqrt{h_0 - 0} = -\sqrt{2g} \times \sqrt{h_0}$$

Si on évalue le rapport des deux vitesses :

$$\frac{v_{½h_0}}{v_{\max}} = \frac{-\sqrt{2g} \times \sqrt{\tfrac{1}{2}h_0}}{-\sqrt{2g} \times \sqrt{h_0}} = \sqrt{\frac{1}{2}} = 0,707$$



On constate alors que la vitesse à mi-chemin ($h = ½h_0$) est plus grande que la moitié de la vitesse maximale ($v_{½h0} > v_{max}$), ce qui confirme que le graphique f) est approprié (voir figure ci-contre).

2.38 Solution : Accélération au sommet retour à la question ▲

$a = 9,81$ m/s²

L'accélération d'un projectile est toujours de 9,81 m/s² vers le bas, peu importe l'endroit où il se trouve sur sa trajectoire. L'accélération est une conséquence de la force subie par un objet, et la force agissant sur le projectile est toujours et seulement la force gravitationnelle. Cette force est la même au sommet de la trajectoire qu'à n'importe quel autre endroit, donc l'accélération est la même au sommet que durant tout le reste du mouvement.

2.39 Solution : La pétanque retour à la question ▲

La chute de la boule de pétanque est un MRUA, donc la courbe de sa position en fonction du temps est une branche de parabole. L'accélération étant dirigée vers le bas (en assumant un axe de la position verticale dirigé vers le haut), cette parabole est orientée vers le bas.

Par ailleurs, avant d'être lâchée, on peut assumer que la boule était immobile à la hauteur initiale. Le début de la chute coïncide donc avec le sommet de la parabole, où la pente est nulle.

Finalement, à la fin de la chute, la position devient subitement constante à $y = 0$ alors que la boule atteint le sol et ne rebondit pas.

Pour tracer le graphique correctement, deux valeurs doivent être quantifiées : la durée de la chute et la vitesse au contact du sol (qui détermine la pente de la courbe à $y = 0$). Établissons les paramètres de ce mouvement ainsi que les équations du mouvement de chute libre :

$$\begin{aligned} y_0 &= 5\,\text{m} \\ y &= 0 \\ v_0 &= 0 \\ v &= ? \\ a &= -g \\ t &= ? \end{aligned} \qquad\qquad \begin{aligned} \overbrace{y}^{=0} &= y_0 + \overbrace{v_0}^{=0} t - \tfrac{1}{2}gt^2 \qquad (1) \\ v &= \underbrace{v_0}_{=0} - gt \qquad (2) \end{aligned}$$

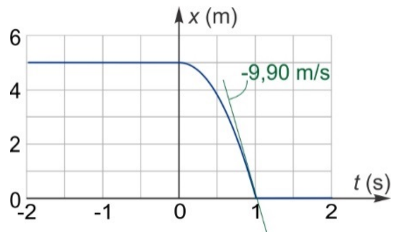
La durée peut être obtenue à partir de l'équation (1) seule, alors que la vitesse finale peut ensuite être obtenue à partir de l'équation (2) si t est connu :

[1 à 10](#) [11 à 21](#) [22 à 34](#) [35 à 42](#)

(1) $$0 = y_0 - \tfrac{1}{2}gt^2 \quad \Rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2y_0}{g}} = \sqrt{\frac{2\times 5{,}00\ \text{m}}{9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 1{,}01\ \text{s}$$

(2) $$v = -gt = -g\sqrt{\frac{2y_0}{g}} = -\sqrt{2gy_0} = \sqrt{2\times 9{,}81\ \tfrac{\text{m}}{\text{s}^2}\times 5{,}00\ \text{m}} = -9{,}90\ \tfrac{\text{m}}{\text{s}}$$

On peut alors tracer le graphique en se servant de ces données :



retour à la question ▲

Le graphique d)

Le graphique $v(t)$ présenté présente un mouvement en deux phases : une phase dont la vitesse est constante (et non nulle), ainsi qu'une phase d'accélération négative constante où la vitesse diminue jusqu'à zéro. Chacune de ces deux phases produit une forme de courbe particulière dans un graphique de la position en fonction du temps.

La portion où la vitesse est constante entraîne une courbe de pente constante sur $x(t)$, et comme la vitesse est positive, cette pente constante doit être positive. Les graphiques a), c) et f) doivent être écartés car ils ne présentent pas cette droite de pente positive lors de la première phase.

La deuxième portion du mouvement présente une vitesse qui diminue de façon régulière, à partir de la valeur de vitesse de la première portion jusqu'à $v = 0$. On cherche donc une branche de parabole orientée vers le bas et dont la pente au début de cette phase est la même que la pente de la droite de la première phase. Finalement, à la fin de cette portion du mouvement, la vitesse étant nulle, la pente de la branche de parabole doit être nulle, c'est-à-dire qu'on atteint précisément le sommet de la parabole. Les graphiques a), b), e) et f) enfreignent l'une ou l'autre de ces conditions.

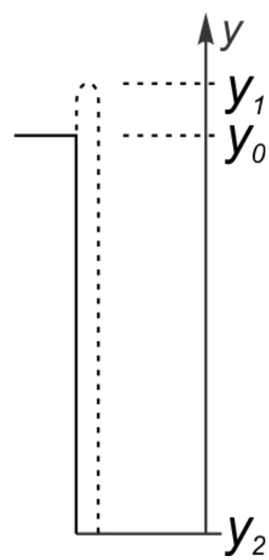
Seul le graphique d) respecte tous les critères décrits.

2.41 Solution : Le caillou et la falaise

retour à la question ▲

a) $t = 0{,}459$ s

On trace d'abord un schéma du parcours du caillou. Selon les diverses questions, on doit considérer l'endroit du lancer, la hauteur maximale, ainsi que le contact avec le sol. Désignons ces 3 endroits par y_0, y_1 et y_2. Aussi, puisqu'on demande en b) la hauteur maximale depuis bas de la falaise, on peut placer l'origine à cet endroit pour que la hauteur y_1 soit directement la hauteur recherchée.



On cherche d'abord le moment, à partir du lancer, où le caillou atteint sa hauteur maximale, c'est-à-dire le moment où sa vitesse est nulle. Les paramètres et les équations pour la montée du caillou, de y_0 à y_1, sont :

$$y_0 = 10\ \text{m}$$
$$y_1 = ?$$
$$v_0 = 4{,}50\ \tfrac{\text{m}}{\text{s}}$$
$$v_1 = 0$$
$$a = -g$$
$$t_{0-1} = ??$$

$$y_1 = y_0 + v_0 t_{0-1} - \tfrac{1}{2}gt_{0-1}^2 \qquad (1)$$
$$\underbrace{v_1}_{=0} = v_0 - gt_{0-1} \qquad (2)$$

L'équation (2) seule permet de trouver le temps de la montée :

$$t_{0-1} = \frac{v_0}{g} = \frac{4{,}50\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 0{,}459\ \text{s}$$

b) $y_{max} = 11{,}0$ m

La durée de la montée étant maintenant connue, l'équation (1) permet de trouver la hauteur maximale y_1 :

$$y_1 = y_0 + v_0 t - \tfrac{1}{2} g t_{0-1}^2 \quad = \quad 10{,}0\,\text{m} + 4{,}50\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}} \times 0{,}459\,\text{s} - \tfrac{1}{2} \times 9{,}81\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}^2} \times (0{,}459\,\text{s})^2 \quad = \quad 11{,}0\,\text{m}$$

c) v = -14,7 m/s

Puisqu'on cherche la vitesse du caillou au contact du sol, cet instant doit être la fin du mouvement analysé. Si on traite le mouvement entier (on pourrait aussi débuter le mouvement à partir de y_{max}), les paramètres et les équations sont :

$$\begin{aligned} y_0 &= 10\,\text{m} \\ y_2 &= 0 \\ v_0 &= 4{,}50\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}} \\ v_2 &= ?? \\ a &= -g \\ t_{0-2} &= ? \end{aligned}$$

$$y_2 = \overbrace{y_0}^{=0} + v_0 t_{0-2} - \tfrac{1}{2} g t_{0-2}^2 \qquad (3)$$

$$v_2 = v_0 - g t_{0-2} \qquad (4)$$

L'équation qui contient v_2 comporte deux inconnues. On pourrait trouver la durée d'abord avec l'équation (3), ou encore utiliser l'équation des vitesses carrées qui réunit les deux équations :

$$v_2^2 = v_0^2 - 2g\left(\underbrace{y_2}_{=0} - y_0\right)$$

$$v_2 = \sqrt{v_0^2 + 2g y_0} \quad = \quad \pm\sqrt{\left(4{,}50\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + 2 \times 9{,}81\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}^2} \times 10\,\text{m}} \quad = \quad \pm 14{,}7\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}}$$

On sait que le caillou est en train de redescendre, donc on retient la solution négative : v_2 = -14,7 m/s.

2.42 Solution : Les deux boules

retour à la question ▲

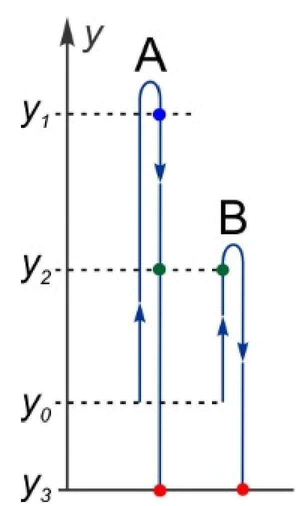
a) y = 4,04 m

Puisqu'il y a deux objets en mouvement sur le même axe, on doit établir les paramètres et les équations pour les deux objets pour le même intervalle de temps, à condition que l'accélération soit constante pour les deux objets durant cet intervalle (MRUA). Puisque l'une des balles est lancée après l'autre, son accélération change. On doit donc traiter le mouvement de la première balle pour la phase où elle est la seule en mouvement. Ses position et vitesse finales de cette phase seront ses position et vitesse initiales de la phase où les deux balles sont en mouvement. Donc pour la première balle (A), les paramètres et les équations pour le premier intervalle de 1,50 s sont :

$$\begin{aligned} y_{A0} &= 1{,}75\,\text{m} \\ y_{A1} &= ? \\ v_{A0} &= 11{,}0\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}} \\ v_{A1} &= ? \\ a &= -g \\ t &= 1{,}50\,\text{s} \end{aligned}$$

$$y_{A1} = y_{A0} + v_{A0} t - \tfrac{1}{2} g t^2 \qquad (1)$$

$$v_{A1} = v_{A0} - g t \qquad (2)$$



On doit déterminer les valeurs finales y_1 et v_1 qui sont les valeurs initiales pour la seconde phase du mouvement (le point bleu sur la figure ci-contre). À partir des équations (1) et (2) :

$$y_{A1} = 1{,}75\,\text{m} + 11{,}0\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}} \times 1{,}50\,\text{s} - \tfrac{1}{2} \times 9{,}81\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}^2} \times (1{,}50\,\text{s})^2 \quad = \quad 7{,}21\,\text{m}$$

$$v_{A1} = 11{,}0\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}} - 9{,}81\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}^2} \times 1{,}50\,\text{s} \quad = \quad -3{,}72\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}}$$

On apprend entre autres que la balle A est déjà en train de redescendre (v = -3,72 m/s) lorsqu'on lance la balle B. La figure (ci-contre) peut tenir compte de ce fait, mais l'ignorer ne change pas les calculs de l'étape suivante.

Pour la phase du mouvement où les deux balles sont en mouvement avec une accélération constante (et identique, $a = -g$), on établit les paramètres et les équations pour l'intervalle qui débute au lancer de la balle B et se termine lorsque les deux balles sont à la même position y_2. La balle A se déplace donc de y_1 à y_2, et la balle B se déplace de y_0 à y_2 (voir figure). Il s'avèrera que la balle B est encore en train de monter lorsque la balle A la rencontre en descendant, mais il n'est pas nécessaire de le savoir pour obtenir le bon résultat (d'ailleurs, on ne le sait pas tant qu'on n'a pas traité la deuxième phase. Le temps étant commun aux deux objets, on n'en fera pas deux variables distinctes :

$y_1 = 7{,}21\,\text{m}$ $y_0 = 1{,}75\,\text{m}$

$y_2 = ??$ $y_{B2} = ??$

$v_{A1} = -3{,}72\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ $v_{B0} = 7{,}00\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$

$v_{A2} = ?$ $v_{B2} = ?$

$a = -g$ $a = -g$

$t = ?$

$$y_2 = y_1 + v_{A1}t - \tfrac{1}{2}gt^2 \quad (3) \qquad y_2 = y_0 + v_{B0}t - \tfrac{1}{2}gt^2 \quad (5)$$

$$v_{A2} = v_{A1} - gt \quad (4) \qquad v_{B2} = v_{B0} - gt \quad (6)$$

La rencontre des deux balles se produit lorsqu'elles se trouve toutes les deux à y_2 (les points verts sur le graphique précédent). Les équations (3) et (5) contiennent ces deux variables, et le procédé le plus simple consiste à égaler les termes de droite de ces deux équations pour déterminer l'instant de la rencontre, et ensuite utiliser cet instant pour calculer la position :

$$y_1 + v_{A1}t - \tfrac{1}{2}gt^2 \quad = \quad y_2 \quad = \quad y_0 + v_{B1}t - \tfrac{1}{2}gt^2$$

$$y_1 + v_{A1}t = y_0 + v_{B1}t$$

$$t = \frac{y_0 - y_1}{v_{A1} - v_{B1}} \quad = \quad \frac{1{,}75\text{ m}-7{,}21\text{ m}}{-3{,}72\,\frac{\text{m}}{\text{s}} - 7{,}00\,\frac{\text{m}}{\text{s}}} \quad = \quad 0{,}510\text{ s}$$

Réutilisé dans l'équation (3) ou (5), ce temps permet de calculer la position y_2. C'est plus simple avec l'équation (5) puisqu'elle contient des valeurs précises de l'énoncé :

$$y_2 = y_0 + v_{B0}t - \tfrac{1}{2}gt^2 \quad = \quad 1{,}75\,\text{m} + 7{,}00\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}} \times 0{,}510\,\text{s} - \tfrac{1}{2} \times 9{,}81\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}^2} \times (0{,}510\,\text{s})^2 \quad = \quad 4{,}04\,\text{m}$$

b) Δt = 0,752 s

Pour trouver le temps qui sépare les deux contacts au sol, il suffit de calculer séparément pour chaque balle la durée totale passée dans les airs, sans oublier le délai de 1,50 s qui sépare leurs départs. Pour les deux balles, il s'agit du déplacement de y_0 à y_3. Pour la balle A d'abord :

$y_0 = 1{,}75\,\text{m}$

$y_3 = 0$

$v_{A0} = 11{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$

$v_{A3} = ?$

$a = -g$

$t = ??$

$$\overbrace{y_3}^{=0} = y_0 + v_{A0}t - \tfrac{1}{2}gt^2 \quad (7)$$

$$v_{A3} = v_{A0} - gt \quad (8)$$

Selon l'équation 7 :

$$0 = 1{,}75\,\text{m} + 11{,}0\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}} \times t - \tfrac{1}{2} \times 9{,}81\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}^2} \times t^2$$

C'est une équation du second degré dont les deux solutions sont t = 2,39 s et t = -0,149 s. On retient évidemment la solution positive, donc t_A = 2,39 s.

Pour la balle B, le moment de son contact au sol, depuis l'instant du lancer de la balle A, sera donné par l'ajout de 1,50 s à la durée de son mouvement dans les airs, qui lui est donné par :

$y_0 = 1{,}75\,\text{m}$

$y_3 = 0$

$v_{A0} = 7{,}00\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$

$v_{A3} = ?$

$a = -g$

$t = ??$

$$y_3 = y_0 + v_{B0}t - \tfrac{1}{2}gt^2 \quad (9)$$

$$v_{A3} = v_{A0} - gt \quad (10)$$

1 à 10 11 à 21 22 à 34 35 à 42

Selon l'équation 9 :

$$0 = 1{,}75\,\mathrm{m} + 7{,}00\,\tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \times t - \tfrac{1}{2} \times 9{,}81\,\tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \times t^2$$

C'est une équation du second degré dont les deux solutions sont t = 1,64 s et t = -0,217 s. On retient évidemment la solution positive, donc t = 1,64 s. On y ajoute 1,50 s où la balle A se déplaçait seule, donc t_B = 3,14 s

L'intervalle entre les deux contacts au sol est donc :

$$\Delta t = \left|t_B - t_A\right| \quad = \quad \left|3{,}14\ \mathrm{s} - 2{,}39\ \mathrm{s}\right| \quad = \quad 0{,}752\ \mathrm{s}$$