



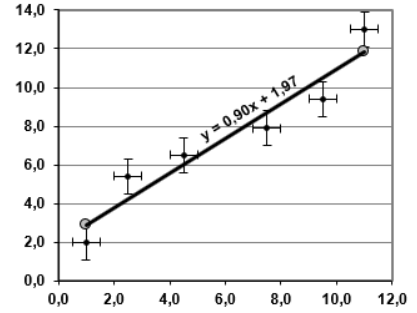
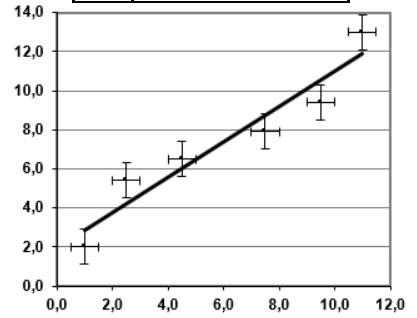
# INCERTITUDE SUR LA PENTE D'UNE DROITE

Lorsqu'une valeur expérimentale doit être déterminée à partir de la valeur de la pente d'une droite sur un graphique, l'incertitude sur cette valeur est liée à l'incertitude sur la pente elle-même. Si la position des points sur le graphique a une incertitude, la pente de la droite de tendance aura elle aussi une incertitude. Analysons cette incertitude à l'aide d'un exemple.

Soit une série de données quelconque, composée de coordonnées  $x$  et  $y$ , permettant de tracer un graphique comportant une droite de tendance

Il est possible de faire apparaître sur le graphique résultant les domaines d'incertitude de chaque point. On peut alors parler pour chaque point d'un « rectangle d'incertitude », dont la hauteur et la largeur sont indiquées par les barres d'incertitude. (Remarque : la droite de tendance devrait généralement toucher au rectangle d'incertitude de tous les points, sans quoi un point peut être considéré comme erratique et il serait alors pertinent de confirmer les mesures de ce point si possible.)

#	$x$ $\pm 0,5$	$y$ $\pm 0,9$
1	1,0	2,0
2	2,5	5,8
3	4,5	6,5
4	7,5	7,8
5	9,5	9,0
6	11,0	13,0



## 1<sup>ère</sup> étape

Pour tracer des droites de pente minimale et maximale, on peut utiliser seulement les premier et dernier points. Étant donné que ces points pourraient ne pas coïncider avec la droite, la première étape consiste à transposer ces points verticalement vers la droite principale. On veut donc déterminer les coordonnées des points de la droite se trouvant en  $x$  vis-à-vis les premier et dernier point de la série de données utilisée (mêmes positions en  $x$ , transposées verticalement sur la droite de tendance). (Voir les deux nouveaux points gris apparus sur le graphique ci-contre.)

Créez un mini tableau près de votre tableau principal de données et faites calculer par Excel les coordonnées  $y$  des deux points recherchés. Utilisez l'équation de la meilleure droite (la droite de tendance), et insérez tour à tour les coordonnées en  $x$  du premier et du dernier point ( $x_1$  et  $x_6$ ). (Les coordonnées  $y_1$  et  $y_6$  sont calculées ici pour l'exemple présenté plus haut. Notez le décalage vertical entre les points réels et les points gris sur la droite de tendance.)

Équation de la droite :  $y = 0,90x + 1,97$

#	$x$	$y$
1	1,0	$y_1 = 0,90 \times 1,0 + 1,97 = 2,87$
6	11,0	$y_6 = 0,90 \times 11,0 + 1,97 = 11,87$

Ces points serviront pour les calculs suivants, mais ne seront pas réellement ajoutés au graphique.

## 2<sup>e</sup> étape

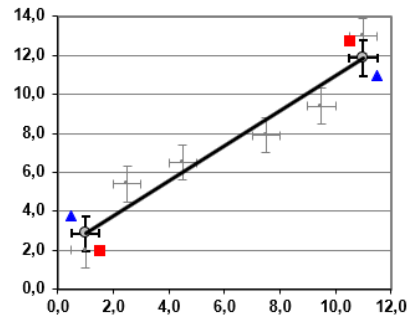
Calculez pour les nouveaux points les deux coins utiles des rectangles d'incertitude. Seuls les coins supérieurs gauches et inférieurs droits de ces deux rectangles seront utilisés (pour une droite de pente positive). Créez deux nouveaux mini tableaux près du précédent. Les coordonnées des points (ou coins) sont :

### Pente min. ▲

$x$	$y$
$x_1 - \Delta x_1 = 0,5$	$y_1 + \Delta y_1 = 3,77$
$x_6 + \Delta x_6 = 11,5$	$y_6 - \Delta y_6 = 10,97$

### Pente max. ■

$x$	$y$
$x_1 + \Delta x_1 = 1,5$	$y_1 - \Delta y_1 = 1,97$
$x_6 - \Delta x_6 = 10,5$	$y_6 + \Delta y_6 = 12,77$



### 3<sup>e</sup> étape

On veut ensuite ajouter au graphique les deux séries de données qui permettront de relier par une droite le coin supérieur gauche d'un rectangle au coin inférieur droit de l'autre. (Ces paires de points sont représentées sur le graphique par les marques ▲ et ■.)

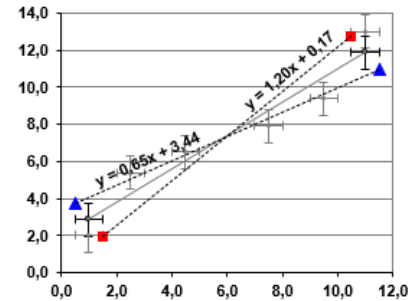
Vos deux mini tableaux contiennent en principe les coordonnées de ces points. Pour l'exemple en cours :

0,5	3,77
11,5	10,97

1,5	1,97
10,5	12,77

Pour ajouter une série de données à un graphique déjà existant, faites un clic-droit dans un secteur vierge du graphique et choisissez « Sélectionner des données... ». Dans la fenêtre de dialogue apparue, vous apercevez la liste des « Séries », dont celle qui contient la liste des points principaux. Cliquez sur « Ajouter », puis désignez tour à tour les coordonnées  $x$  et  $y$  à utiliser à partir des mini tableaux produits.

Les deux droites de pente minimale et maximale exigent chacune l'ajout d'une série de deux points.



### 4<sup>e</sup> étape

Faites apparaître les droites de tendance de ces deux paires de points (de la même façon que pour la série principale), et demandez l'affichage de leurs équations. Les valeurs des pentes de ces deux nouvelles droites (en pointillé sur l'exemple) sont les valeurs extrêmes de la pente ( $a_{max}$  et  $a_{min}$ ) qui serviront à calculer l'incertitude.

### 5<sup>e</sup> étape

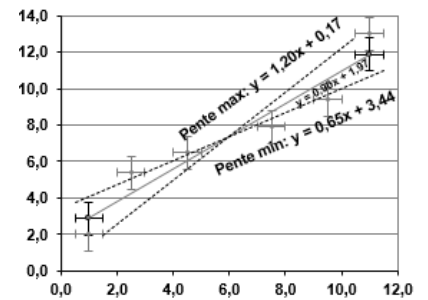
Calculez l'incertitude sur la pente à partir des pentes extrêmes, si demandé. Dans d'autres cas, vous aurez à utiliser directement les valeurs  $a_{max}$  et  $a_{min}$  dans les calculs des valeurs extrêmes d'une autre grandeur.

L'incertitude sur la pente, selon la méthode des valeurs extrêmes, est donnée par :

$$\Delta a = \frac{a_{max} - a_{min}}{2} \quad \Delta a = \frac{1,20 - 0,65}{2} = 0,275 \rightarrow 0,3$$

La valeur centrale, calculée par la moyenne des extrêmes, diffèrera de la pente déjà obtenue pour la meilleure droite. Elle est d'ailleurs plus pertinente, pour que la valeur donnée soit bien au centre des valeurs min et max :

$$a = \frac{a_{max} + a_{min}}{2} \quad a = \frac{1,20 + 0,65}{2} = 0,925 \rightarrow 0,9$$



### 6<sup>e</sup> étape

La valeur finale de la pente est donc  $a \pm \Delta a$  :

$$\text{Pente} : 0,9 \pm 0,3$$

### Présentation du graphique

Les opérations menant à la détermination de l'incertitude sur la pente n'ont pas à être présentées dans les rapports et sur le graphique. Le graphique final peut ne montrer, en plus des éléments usuels et de l'incertitude de chaque point, que les pentes minimale et maximale (avec équations), ainsi que les rectangles d'incertitude ayant servi à tracer ces droites (voir graphique ci-contre pour une présentation modèle).

**Pente min. ▲**

0	0
11,5	10,97

**Pente max. ■**

0	0
10,5	12,77

### Cas particulier où une droite passe théoriquement par (0, 0)

Dans l'éventualité où la fonction représentée passe théoriquement par l'origine, les pentes minimale et maximale doivent également passer par l'origine. Dans ce cas, le traitement est simplifié et seul le point le plus éloigné de l'origine doit être utilisé pour déterminer les droites extrêmes (toujours en transposant verticalement le point sur la droite).

Dans le cas en exemple, il faudrait d'abord forcer le passage par l'origine de la droite de tendance principale, et ensuite remplacer par (0, 0) les coordonnées du premier point de chacune des deux droites extrêmes, dont les coordonnées deviendront :

